

## Problemas – Tema 1

### CCSS Problemas - 5b - Más problemas sobre derivadas, crecimiento e interpretación geométrica

1. Encontrar un punto de la gráfica  $f(x) = \frac{1}{2-x}$  cuya recta tangente sea paralela a la recta que uno los puntos de inicio y final del intervalo  $[0,1]$ .

$f(x) = \frac{1}{2-x}$  continua en  $[0,1]$  → es cierto, ya que el denominador solo se anula en  $x=2$ , por lo que la función es continua en  $\mathbb{R} - \{2\}$ .

$f'(x) = \frac{1}{(2-x)^2}$  derivable en  $(0,1)$  → es cierto, ya que el denominador de la función derivada solo se anula en  $x=2$ , por lo que la función original es derivable en  $\mathbb{R} - \{2\}$ .

$$f'(x) = \frac{1}{(2-x)^2}, \quad f'(c) = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{(2-c)^2} = \frac{1}{2} \rightarrow 2 = (2-c)^2$$

$$2 = 4 + c^2 - 4c \rightarrow c^2 - 4c + 2 = 0 \rightarrow c = \frac{4 \pm \sqrt{16-8}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{8}}{2} = \frac{4 \pm 2\sqrt{2}}{2} = 2 \pm \sqrt{2}$$

Elegimos el valor que está dentro del intervalo  $(0,1)$  →  $c = 2 - \sqrt{2} \approx 0,59$

**2. a) Calcula la derivada de:**

$$f(x) = (x^2 + 2)^3 \cdot e^{-2x}$$

$$g(x) = \frac{\ln(1-x^3)}{(1-2x^2)^2}$$

**b) Halle a y b para que sea horizontal la recta tangente a la función  $h(x) = x^3 + ax^2 + 3x + b$  en el punto P(1,2).**

$$a) \quad f'(x) = 3 \cdot (x^2 + 2)^2 \cdot (2x) \cdot e^{-2x} + (x^2 + 2)^3 \cdot e^{-2x} \cdot (-2)$$

$$g'(x) = \frac{\frac{-3x^2}{1-x^3} \cdot (1-2x^2)^2 - \ln(1-x^3) \cdot 2 \cdot (1-2x^2) \cdot (-4x)}{(1-2x^2)^4} \rightarrow \text{simplificamos}$$

$$g'(x) = \frac{\frac{-3x^2}{1-x^3} \cdot (1-2x^2) - \ln(1-x^3) \cdot 2 \cdot (-4x)}{(1-2x^2)^3}$$

b) La función pasa por el punto P(1,2). Por lo tanto:

$$h(1) = 2 \rightarrow 1 + a + 3 + b = 2 \rightarrow a + b = -2$$

Si la recta tangente en P(1,2) es horizontal, significa que la derivada de la función en  $x=1$  es igual a 0. Porque la derivada evaluada en un punto coincide con la pendiente de la recta tangente a la función en ese punto (interpretación geométrica de la derivada). Por lo tanto:

$$h'(x) = 3x^2 + 2ax + 3 \rightarrow h'(1) = 0 \rightarrow 3 + 2a + 3 = 0 \rightarrow a = -3$$

En consecuencia:

$$b = 1$$