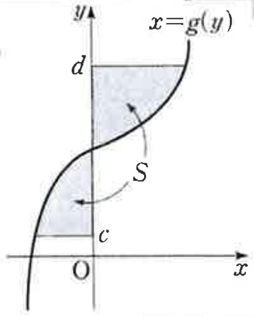
즐거운 미적분학

교과서 157쪽	넓이	학번 이름	학습 확인

함수 $x=g(y)$가 닫힌구간 $[c, d]$에서 연속일 때, 곡선 $x=g(y)$와 y축 및 두 직선 $y=c$, $y=d$로 둘러싸인 도형의 넓이 S는 다음과 같다.

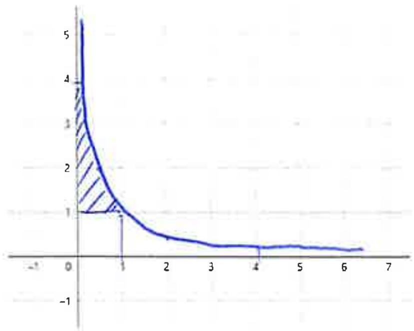
$$S=\int_c^d |g(y)|\,dy$$



문제2. 다음 도형의 넓이를 구하시오.

(1) 곡선 $y=\dfrac{1}{x}$과 y축 및 두 직선 $y=1$, $y=4$로 둘러싸인 도형

① y로 적분 : $\int_1^4 \frac{1}{y}dy = [\ln y]_1^4 = \ln 4 = 2\ln 2$



② x로 적분 $\frac{3}{4}+\int_{\frac{1}{4}}^1 \left(\frac{1}{x}-1\right)dx$

$=\frac{3}{4}+\left[\ln x - x\right]_{\frac{1}{4}}^1$

$=\ln 4$

(2) 곡선 $y=\sqrt{x+1}$과 y축 및 두 직선 $y=0$, $y=2$로 둘러싸인 도형

$y^2=x+1$

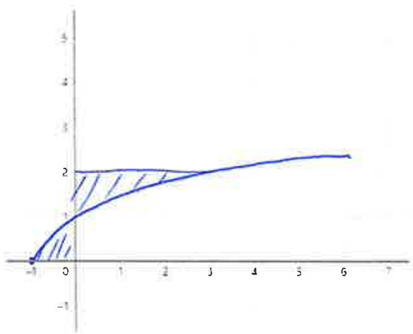
$y^2-1=x$

① y로 적분

$\int_0^2 |y^2-1|dy = \int_0^1 1-y^2 dy + \int_1^2 y^2-1\,dy$

$=[y-\frac{1}{3}y^3]_0^1+[\frac{1}{3}y^3-y]_1^2$

$=2$

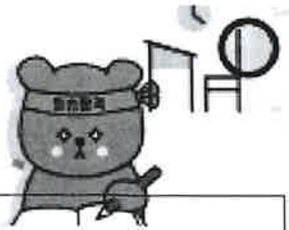


② x로 적분

$\int_{-1}^0 \sqrt{x+1}\,dx + \int_0^3 2-\sqrt{x+1}\,dx$

$=[\frac{2}{3}(x+1)^{\frac{3}{2}}]_{-1}^0 + [2x-\frac{2}{3}(x+1)^{\frac{3}{2}}]_0^3 = 2$

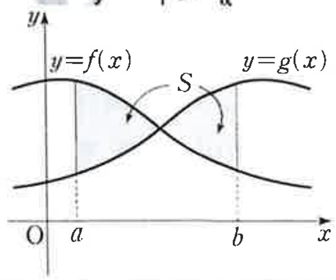
즐거운 미적분학



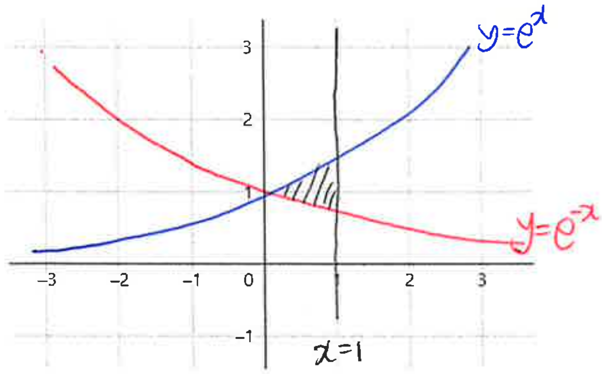
두 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구해 보자.

두 함수 $y=f(x)$와 $y=g(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속일 때, 두 곡선 $y=f(x)$와 $y=g(x)$ 및 두 직선 $x=a$, $x=b$로 둘러싸인 도형의 넓이 S는 다음과 같다.

$$S=\int_a^b |f(x)-g(x)|\,dx$$



문제3. 두 곡선 $y=e^x$, $y=e^{-x}$ 과 직선 $x=1$로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하시오.



$$\int_0^1 e^x-e^{-x}\,dx$$

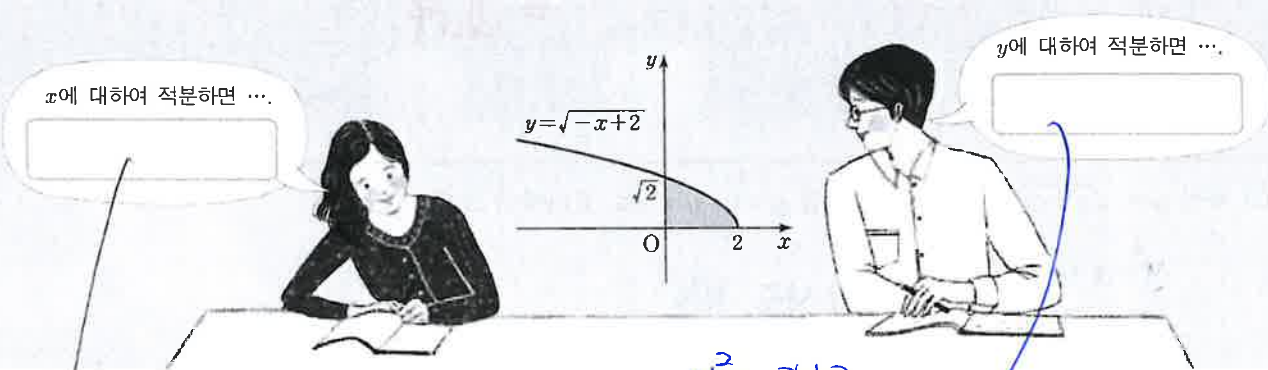
$$=\left[e^x+e^{-x}\right]_0^1$$

$$=e+\frac{1}{e}-2$$

생각과 표현

문제 해결 | 추론 | 창의·융합 | 의사소통

곡선 $y=\sqrt{-x+2}$ 와 x축, y축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 다음 두 가지 방법으로 각각 구해 보자.



$$\int_0^2 \sqrt{-x+2}\,dx$$

$$=\left[-\frac{2}{3}(-x+2)^{\frac{3}{2}}\right]_0^2$$

$$=\frac{4}{3}\sqrt{2}$$

$$y^2=-x+2$$

$$x=2-y^2$$

$$\int_0^{\sqrt{2}} 2-y^2\,dy$$

$$=\left[2y-\frac{1}{3}y^3\right]_0^{\sqrt{2}}$$

$$=\frac{4}{3}\sqrt{2}$$