Proposta de resolução - Avalia

Questão 1

1.1. Se (u_n) é uma progressão geométrica de razão 4 e primeiro temo $\frac{1}{8}$, o quinto termo pode ser obtido, usando a definição por recorrência, multiplicando quatro vezes o primeiro termo por 4, ou seja,

$$u_5 = \frac{1}{8} \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = \frac{1}{8} \times 4^4 = \frac{256}{8} = 32$$

1.2. O termo geral de uma progressão geométrica de primeiro termo a e razão r é $a \times r^{n-1}$.
Assim a opção correta é

$$\frac{1}{8} \times 4^{n-1}$$

Questão 2

Como (v_n) é uma progressão geométrica tem-se que

$$v_5 = v_1 \times r^4 \quad \text{e} \quad v_8 = v_1 \times r^7$$

Como

$$v_5 = v_1 \times r^4 \Leftrightarrow v_1 = \frac{v_5}{r^4}$$

tem-se

$$v_8 = \frac{v_5}{r^4} \times r^7 \Leftrightarrow v_8 = v_5 \times r^3 \Leftrightarrow r^3 = \frac{108}{4} \Leftrightarrow r^3 = 27 \Leftrightarrow r = 3$$

Então, $v_6 = v_5 \times r = 4 \times 3 = 12$.

Questão 3

Se a, 6 e $a + 16$ são termos consecutivos de uma progressão geométrica então

$$\frac{6}{a} = \frac{a+16}{6} \Leftrightarrow 36 = a(a+16) \Leftrightarrow 36 = a^2 + 16a \Leftrightarrow a^2 + 16a - 36 = 0$$
$$\Leftrightarrow a = \frac{-16 + \sqrt{16^2 - 4 \times (-36)}}{2} \Leftrightarrow a = -18 \vee a = 2$$

Como $a > 0$, tem-se que $a = 2$

Assim, a razão é

$$r = \frac{6}{2} = 3$$

Questão 4

Como

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{\frac{248}{2^{n+1}}}{\frac{248}{2^n}} = \frac{2^n}{2^{n+1}} = \frac{1}{2}$$

Conclui-se que as proposições verdadeiras são:

- (u_n) é uma progressão geométrica de razão igual a $\frac{1}{2}$.
- $u_n = u_{10} \times r^{n-10}$, portanto, $u_{100} = u_{10} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{90}$