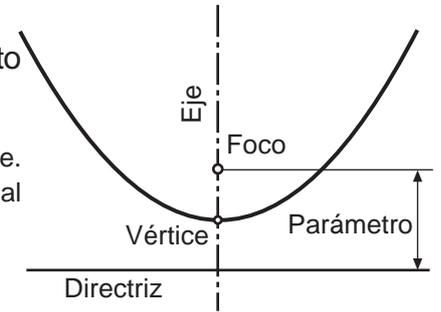


# LA PARÁBOLA:

"La parábola es el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de un punto fijo llamado foco y una recta llamada directriz.

Elementos paramétricos: Llamamos así a los tres elementos que intervienen directamente en la determinación de su parámetro: elemento dado, en magnitud y posición, con el que queda determinada una parábola.

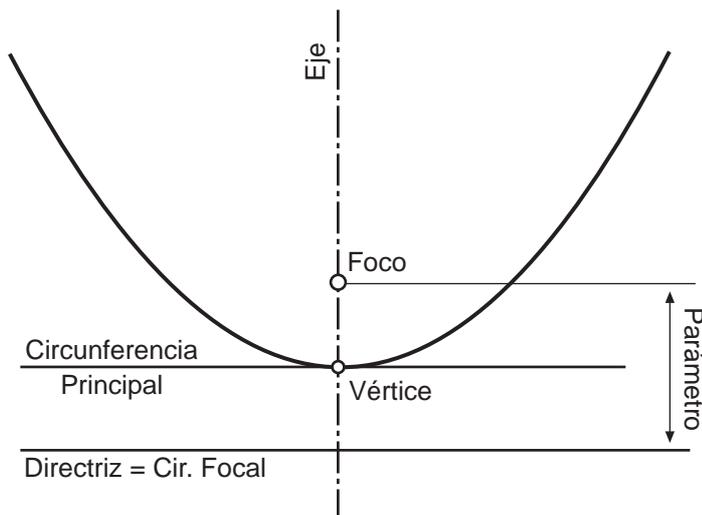
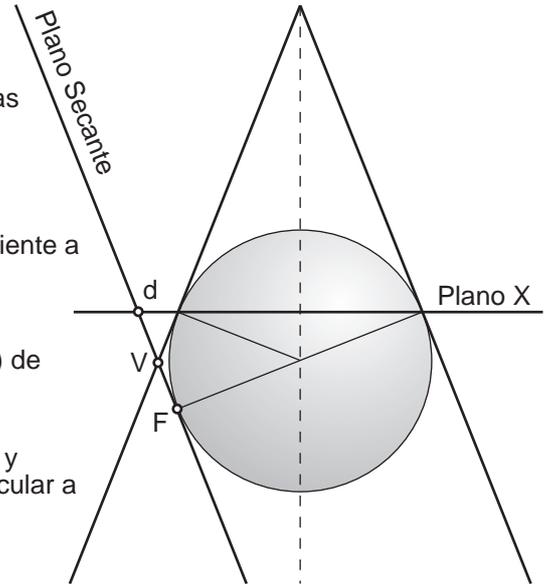
1. Foco F: punto de tangencia de la esfera (tangente al cono) con el plano secante.
2. Directriz d: recta intersección del plano X con el plano secante. Perpendicular al eje de simetría.
3. Vértice A: Vértice extremo del eje, y por tanto de la curva. Se encuentra en el punto medio entre el foco y la directriz.



## TEOREMA DE DANDELIN EN LA PARÁBOLA

### ELEMENTOS QUE INTERVIENEN

- Plano secante a todas las generatrices del cono menos a una de ellas al que es paralelo.
- Parábola: Curva plana y abierta de una sóla rama.
- Esfera tangente: al cono de revolución y al plano secante.
- Radio Vectores: segmentos que parten del foco a un punto perteneciente a la parábola y de este perpendicular a la directriz.
- Foco: punto F de tangencia de la esfera con el plano secante.
- Plano X: Planos que pasan por (contienen) los puntos (circunferencia) de tangencia de la esfera tangente con el cono y epl plano secante.
- Directriz: Recta intersección del planos X con el plano secante.
- Eje: Recta que pasa por el foco y se extiende entre los dos vértices, V y V' (impropio, en el infinito). Es eje de simetría de la curva y es perpendicular a la directriz.



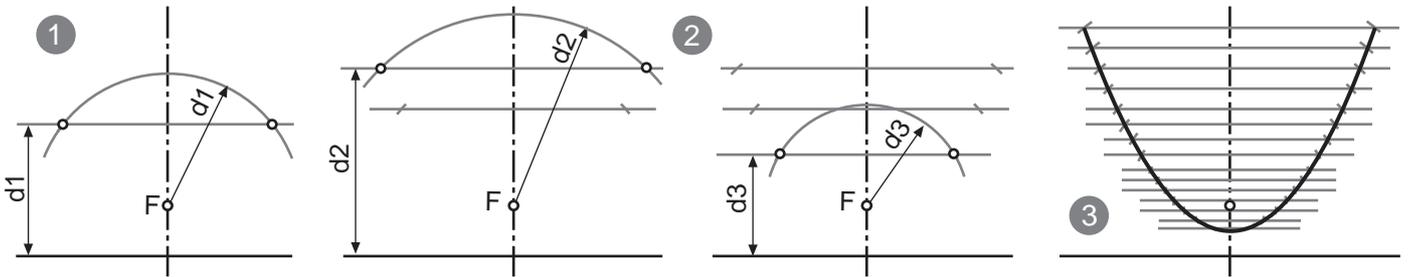
Como en la elipse se cumplen las siguientes condiciones con respecto a las rectas tangentes.

**DIRECTRIZ (Cir. Focal):** Es una recta, perpendicular al eje de la parábola que se encuentra a la misma distancia del vértice que este del foco. La directriz es la circunferencia focal de la parábola. Es el Lugar Geométrico de los puntos simétricos del foco, respecto de las rectas tangentes a la elipse.

**La circunferencia principal (CP):** En la parábola es la recta paralela a la directriz que pasa por el vértice. Es el Lugar Geométrico de los puntos de intersección de las tangentes a la elipse con las perpendiculares trazadas desde el foco a cada una de esas tangentes. O también, el lugar geométrico de las proyecciones (perpendiculares) de los focos sobre las rectas tangentes a la cónica

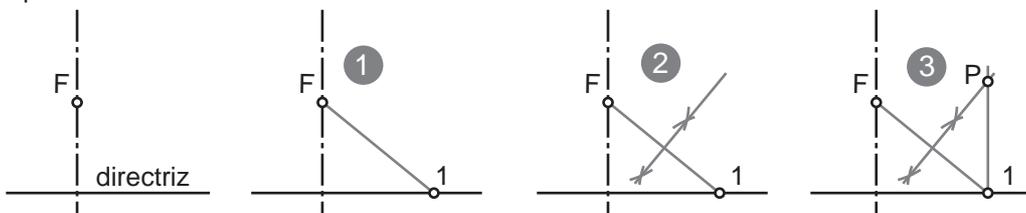
## Trazado de la parábola dado el foco y la directriz:

- 1º. Trazamos una paralela a la directriz a una distancia  $d$ . Con centro en  $F$  trazamos un arco de radio  $d$  que corta a la paralela en dos puntos pertenecientes a la parábola.
- 2º. Repetimos este procedimiento tantas veces como pares de puntos simétricos deseemos obtener.
- 3º. Por último unimos los puntos obtenidos para obtener la parábola.



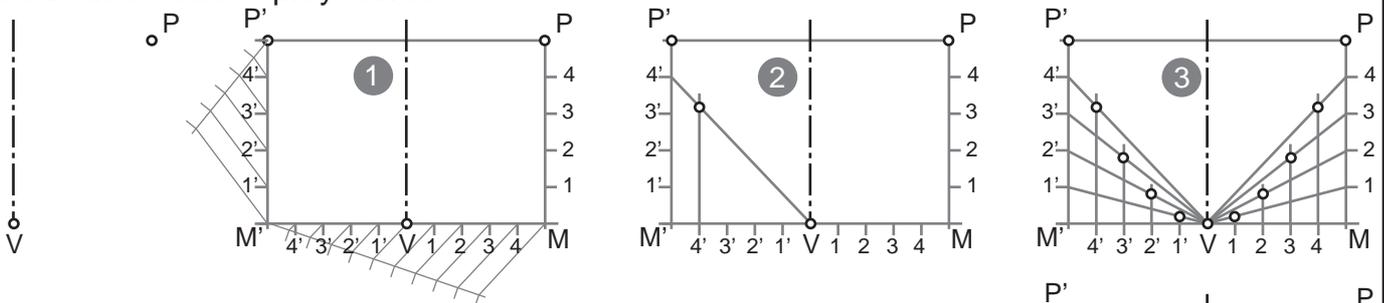
## Trazado de la parábola dado el foco y la directriz (otro método):

- 1º. Elegimos un punto (1) arbitrario sobre la directriz y trazamos el segmento  $F1$ .
- 2º. Trazamos la mediatriz del segmento  $F1$ .
- 3º. A partir de 1 trazamos una perpendicular a la directriz. Donde esta corta a la mediatriz obtenemos un punto de la parábola.

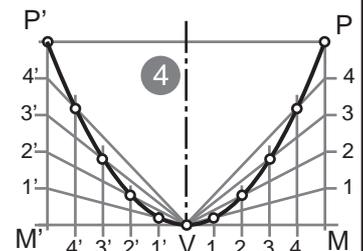


Esta operación la repetimos tantas veces como puntos deseemos. Podemos hacer uso de las propiedades simétricas de la parábola para construir la otra mitad simétrica y así obtener el doble de puntos

## Trazado de la parábola dado el eje de simetría, el vértice $V$ y un punto $P$ de la misma: "Método de los haces proyectivos"

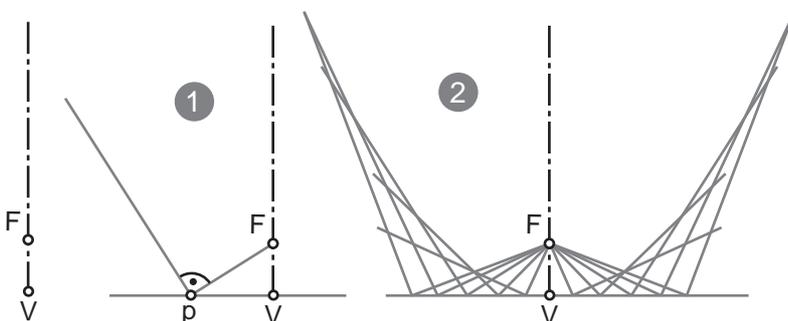


- 1º. Trazamos una perpendicular al eje de simetría por  $V$  (cir. Principal.). Hallamos  $P'$  y desde  $P$  y  $P'$  trazamos perpendiculares a la cir. principal encontrando  $M$  y  $M'$ . Dividimos los segmentos  $P'M'$  y  $PM$  en partes iguales (5 en este caso) y hacemos lo mismo con los segmentos  $VM$  y  $VM'$ .
- 2º. Unimos  $V$  con  $4'$  y a partir de la  $4^a$  división del segmento  $VM'$  trazamos la intersección de ambas rectas es un punto perteneciente a la parábola.
- 3º. Repetimos la operación con el resto de divisiones de los segmentos.
- 4º. Trazamos la parábola.



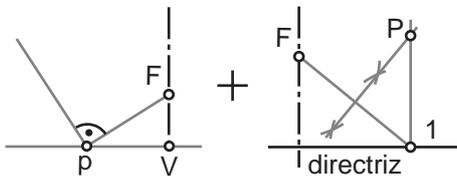
## Trazado de la parábola dado el foco y el vértice:

### Trazado por envolventes



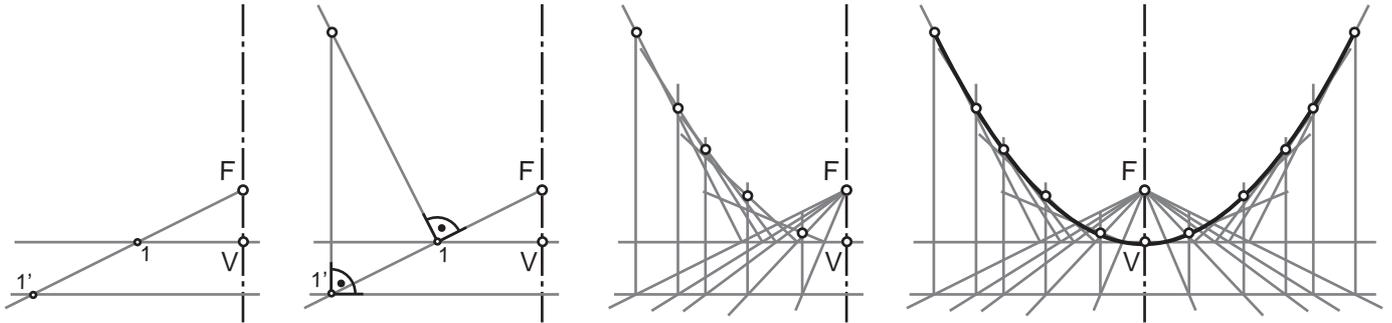
- 1º. Trazamos la circunferencia principal (perpendicular por el vértice). Partiendo del foco trazamos una recta que corta a la cir. ppal. en un punto a partir del cual trazamos una perpendicular a la recta  $Fp$ .
- 2º. Repetimos la operación.
- 3º. Las tangentes a la parábola van describiendo la curva. Con este método no conseguimos puntos exactos de la curva sino una aproximación a su forma.

## Trazado de la parábola dado el foco y la directriz:

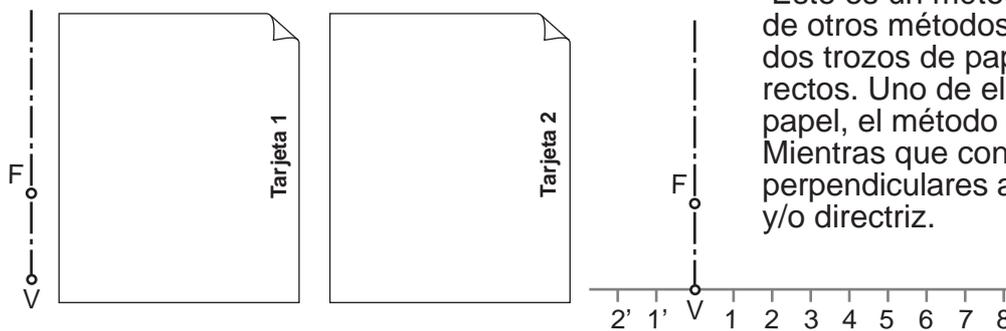


Esta construcción se basa en la definición de la parábola, como el lugar geométrico de los centros de circunferencia que pasan por el foco F, y son tangentes a la circunferencia focal.

- 1º- Trazamos la directriz y la recta- cir. principal. Partiendo del foco trazamos una recta que corta a la cir. principal en 1 y a la directriz en 1'.
- 2º- A partir de 1 trazamos una perpendicular a la recta F1' y a partir de 1' una perpendicular a la directriz. La intersección de ambas perpendiculares es un punto perteneciente a la parábola.
- 3º- Repetimos estos pasos tantas veces como puntos de la parábola necesitemos.
- 4º- Trazamos la parábola.



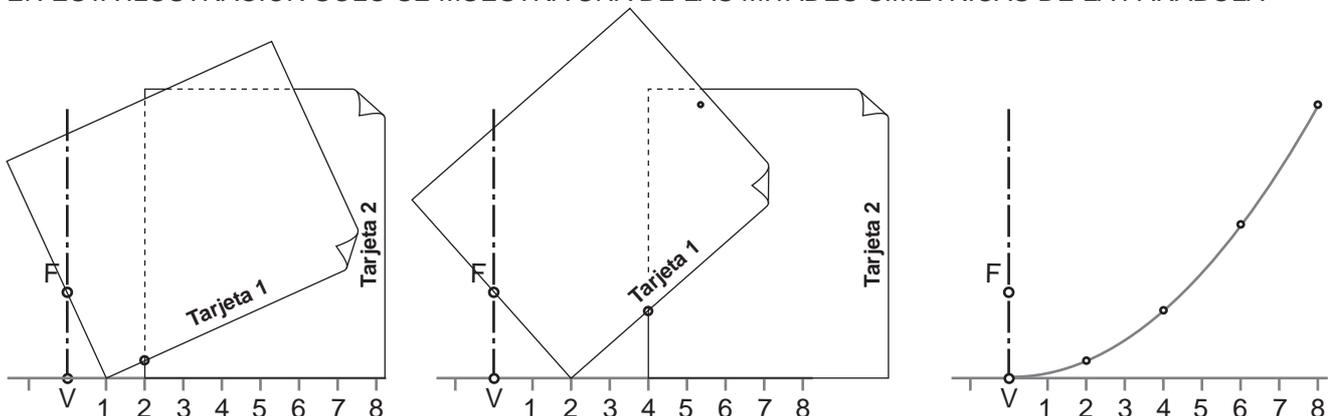
## Trazado de la parábola dados el foco y el vértice. "método de las tarjetas"



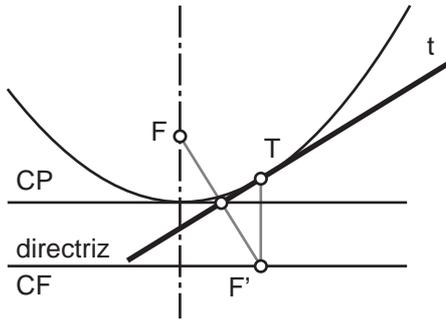
Este es un método rápido y limpio, derivado de otros métodos, para el cual necesitamos dos trozos de papel que contengan ángulos rectos. Uno de ellos nos imitar, sin rayar el papel, el método del trazado por envolventes. Mientras que con el otro "trazaremos" perpendiculares a la circunferencia principal y/o directriz.

- 1º- Trazamos la circunferencia principal y a partir del vértice dividimos esta recta en partes iguales. El número de pares de puntos simétricos que consigamos de la parábola será la mitad de partes en las que hayamos dividido la circunferencia principal.
- 2º- Con la tarjeta n1 alineamos un lado con el foco consiguiendo que su esquina toque a la circunferencia principal en el primer punto. Con la tarjeta n1 2 alineamos un lado con la cir. principal dejando su esquina (ángulo recto) en el punto que marca el doble que la esquina de la otra tarjeta, obteniendo con el otro lado la perpendicular a esta. Marcamos el punto donde ambos lados de las tarjetas coinciden.
- 3º- Repetimos la operación tantas veces como puntos deseemos.

EN ESTA ILUSTRACIÓN SOLO SE MUESTRA UNA DE LAS MITADES SIMÉTRICAS DE LA PARÁBOLA



Como en la elipse se cumplen las siguientes condiciones

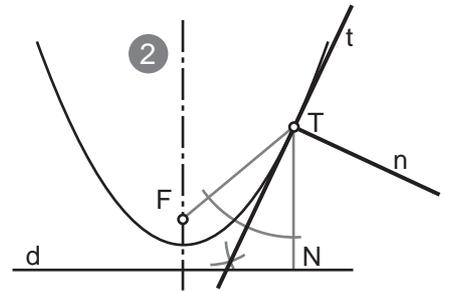
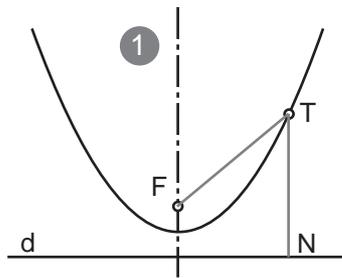
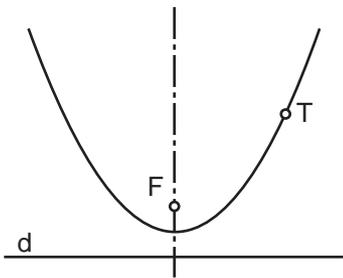


**DIRECTRIZ (Cir. Focal):** Es una recta, perpendicular al eje de la parábola que se encuentra a la misma distancia del vértice que este del foco. La directriz es la circunferencia focal de la parábola. Es el Lugar Geométrico de los puntos simétricos del foco, respecto de las rectas tangentes a la elipse.

**La circunferencia principal (CP):** En la parábola es la recta paralela a la directriz que pasa por el vértice. Es el Lugar Geométrico de los puntos de intersección de las tangentes a la elipse con las perpendiculares trazadas desde el foco a cada una de esas tangentes. O también, el lugar geométrico de las proyecciones (perpendiculares) de los focos sobre las rectas tangentes a la cónica

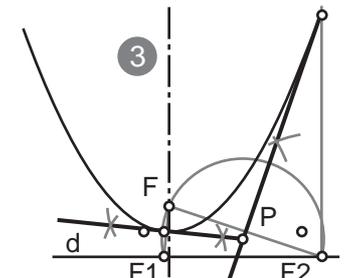
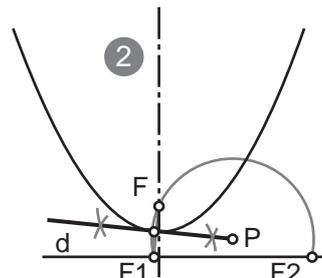
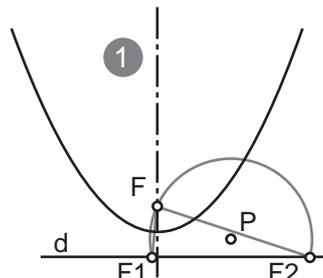
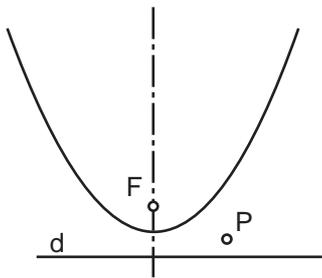
**Trazado de la tangente y la normal de la parábola dada la parábola, la directriz y el punto P de tangencia:**

- 1º- Trazamos los radio vectores TF y TN (TN es una perpendicular a la directriz por el punto T).
- 2º- Trazamos la bisectriz del ángulo que estos producen.
- 3º- La bisectriz es la tangente a la parábola por T, La perpendicular a la tangente es la normal.



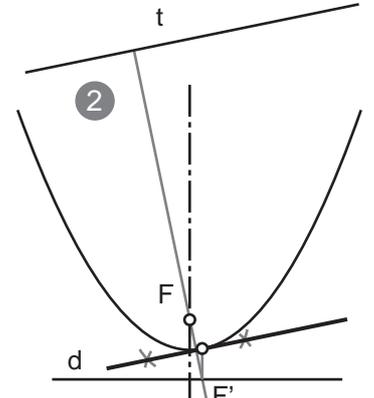
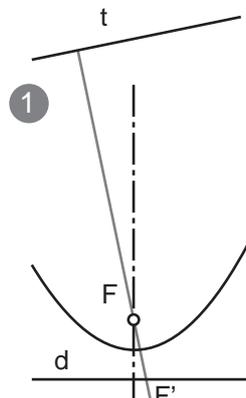
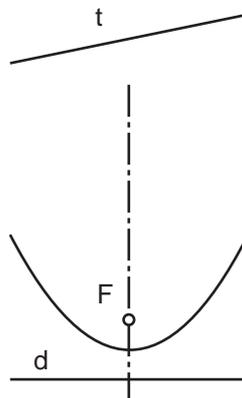
**Trazado de la tangente a la parábola dada la parábola desde un punto exterior, dada la directriz y el foco (y por lo tanto la parábola):**

- 1º- Con centro en P trazamos la circunferencia de radio PF obteniendo sobre la directriz los puntos F1 y F2
- 2º- La mediatriz del segmento PF1 es la tangente a la parábola. Trazando una perpendicular por F1 a la directriz obtenemos sobre la parábola el punto de tangencia.
- 3º- La mediatriz del segmento PF2 es la otra tangente a la parábola. Trazando una perpendicular por F2 a la directriz obtenemos sobre la parábola el punto de tangencia.

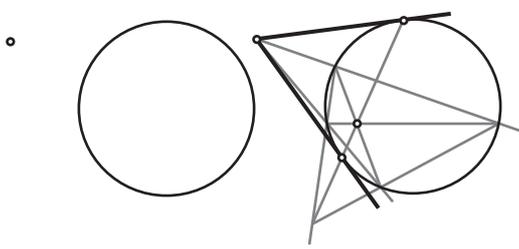


**Trazado de la tangente a la parábola dada la dirección de la recta tangente. dada la directriz y el foco (y por lo tanto la parábola):**

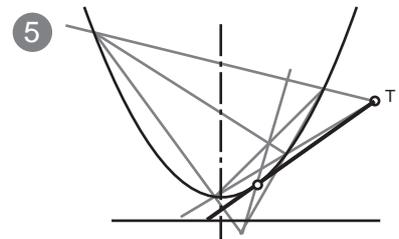
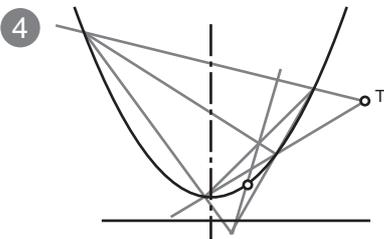
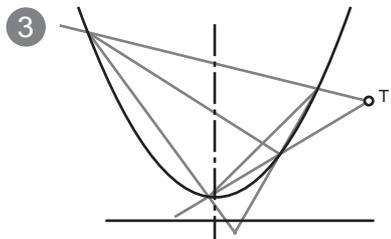
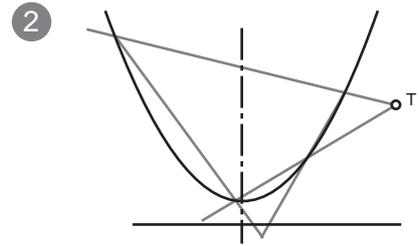
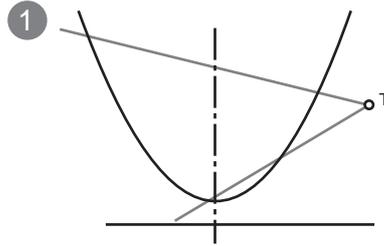
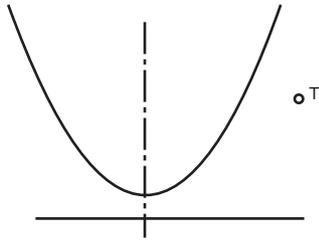
- 1º- Trazamos una perpendicular a t por el Foco. esta corta a la directriz en F'
- 2º- La mediatriz del segmento FF' es la tangente a la parábola. Trazando una perpendicular a la directriz por el punto F1 obtenemos sobre la parábola el punto de tangencia.



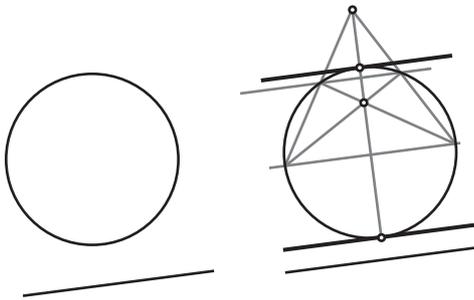
## Tangentes a una parábola desde un punto exterior P:



- 1º- Trazamos desde P dos rectas secantes a la parábola. Estas producen cuatro puntos de intersección.
- 2º- Se trazan dos rectas uniendo los cuatro puntos de intersección dos a dos, cortándose estas en otro punto.
- 3º- Trazamos las diagonales del cuadrilátero inscrito en la parábola.
- 4º- Desde el punto de intersección del segundo par de rectas trazamos una recta que pasa por el punto de intersección de las diagonales. Obtenemos sobre la parábola los dos puntos de tangencia buscados.
- 5º- Trazamos las rectas tangentes.



## Tangentes a una elipse en una dirección dada:



- 1º- Trazamos dos paralelas a la dirección dada secantes a la parábola. Estas producen cuatro puntos de intersección.
- 2º- Se trazan dos rectas uniendo los cuatro puntos de intersección dos a dos, cortándose estas en otro punto.
- 3º- Trazamos las diagonales del cuadrilátero inscrito en la parábola.
- 4º- Desde el punto de intersección del segundo par de rectas trazamos una recta que pasa por el punto de intersección de las diagonales. Obtenemos sobre la parábola los dos puntos de tangencia buscados.
- 5º- Trazamos las rectas tangentes.

