Teoría – Tema 1

CCSS - Teoría - 5 - diferencias entre resolver y factorizar - comprobar soluciones

Diferencia entre factorizar y resolver.

Dado un polinomio, resolver consiste en igualarlo a cero y obtener sus raíces o soluciones.

$$P(x)=x^2-4 \quad \rightarrow \text{Resolver} \rightarrow \quad P(x)=0 \quad \rightarrow \quad x^2-4=0 \quad \rightarrow \quad x=\pm 2$$

Sin embargo, factorizar un polinomio conlleva expresarlo como producto de sus factores más simples.

$$P(x)=x^2-4 \quad \rightarrow \text{Factorizar} \rightarrow \quad P(x)=(x+2)(x-2)$$

¡Ojo! Cuando el coeficiente líder del polinomio a factorizar es distinto de uno, debemos colocar este coeficiente dentro de los términos que multiplican en la factorización.

$$P(x)=3x^2-12 \quad \rightarrow \text{Resolver:} \quad 3x^2-12=0 \quad , \quad x=\pm 2 \quad \rightarrow \text{Factorizar:} \quad P(x)=3(x+2)(x-2)$$

Comprobaciones tras obtener las soluciones en ecuaciones con polinomios

Indico algunas cuestiones relacionadas con la solución de ecuaciones y que no siempre hemos reparado en ellas en los cursos de Secundaria.

- Siempre que se eleva al cuadrado para resolver una ecuación con raíces, debemos comprobar que las soluciones obtenidas son solución de la ecuación de partida. El contenido de los discriminantes siempre debe ser positivo y debe satisfacerse la igualdad inicial. Mucho ojito con los binomios de Newton al aplicar cuadrados, cuando uno de los factores es una raíz cuadrada. Repasar bien las operaciones. Recuerda conceptos que ya hemos repasado:
    - $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$
    - $(a-b)^2=a^2+b^2-2ab$
    - $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$
- En una ecuación bicuadrática, donde hemos realizado un cambio de variables, no debemos olvidar deshacer el cambio para obtener las soluciones de la ecuación de partida.
- En ecuaciones con cociente de polinomios, no debemos olvidar comprobar que las soluciones no anulan ninguno de los denominadores, ya que matemáticamente no está permitido dividir por cero.
- Si aplicamos raíz cuadrada a un término, por ejemplo a^2 , donde aparece un cuadrado, solemos cancelar la raíz con el cuadrado. Eso está bien... pero ojo. Debemos tener en cuenta que a puede ser positivo o negativo. Es un detalle sutil que suele olvidarse con frecuencia.
- Cuando aplicamos raíz cuadrada al resolver una ecuación, ya hemos recordado en apartado anteriores que debemos considerar tanto la opción positiva como la negativa. Esto es distinto a que en la ecuación de partida ya aparezca una raíz. En ese caso, solo consideramos el signo que antecede a la raíz. Por ejemplo, si tenemos $x+\sqrt{x}=4$, el valor de la raíz viene fijado por el signo positivo. Mientras que en la ecuación $2-\sqrt{x+2}=8$, el valor de la raíz viene fijado por el signo negativo.

Ejemplo 1 resuelto

Resuelve $x^2=a^2$

Aplico raíz → $\sqrt{x^2}=\sqrt{a^2}$ → cancela raíz con cuadrado → $x=a$

¡Ojo! No estamos teniendo en cuenta que $x=-a$ también es solución → tendremos dos soluciones: $x=\pm a$

Ejemplo 2 resuelto

Resuelve $x+\sqrt{x}=4$

$x+\sqrt{x}=4$ → dejamos la raíz cuadrada aislada en un miembro → $\sqrt{x}=4-x$

Elevamos al cuadrado ambos miembros.

$(\sqrt{x})^2=(4-x)^2$

Fíjate que el cuadrado va a cancelar con la raíz en el término de la izquierda. Pero ojo, el valor de x de la solución no podrá ser negativo, por estar dentro de una raíz en la ecuación de partida. Y el valor de x debe satisfacer la ecuación de partida. Por eso es fundamental comprobar siempre las soluciones obtenidas en este tipo de ejercicios.

$x=16+x^2-8x \rightarrow x^2-9x+16=0$ → soluciones: $x=2{,}4384...$, $x=6{,}5616...$

¿Son los dos valores solución de la ecuación de partida?

Para responder a esta pregunta... debemos comprobarlo sustituyendo en $x+\sqrt{x}=4$.

Si $x=2{,}4384... \rightarrow 2{,}4384...+\sqrt{2{,}4384...}=4 \rightarrow 4=4$ → sí es solución

Si $x=6{,}5616... \rightarrow 6{,}5616...+\sqrt{6{,}5616...}=4 \rightarrow 9{,}12\neq 4$ → no es solución

Ejemplo 3 resuelto

Resuelve $3x=x$

$3x-x=0 \rightarrow 2x=0 \rightarrow x=0$ → Todo correcto.

Pero, ¿qué pasa si razonamos de la siguiente forma?

$3x=x \rightarrow \frac{3x}{x}=1$ → simplificar → $3=1$ → absurdo matemático: no hay solución.

¡Ojo! Si paso dividiendo x al término de la izquierda, la nueva ecuación obtenida solo sirve si $x\neq 0$ ya que en matemáticas no podemos dividir por 0.

Si en una ecuación paso dividiendo la incógnita, ese paso solo está permitido siempre que el denominador no se anule.