ECUACIONES EXPONENCIALES

Se denomina ecuación exponencial aquella en la cual la incógnita aparece únicamente en los exponentes de potencias para ciertas bases constantes. La incógnita se halla en un exponente de un o unos de los términos.

$$4^{2x-5} = 64$$

$$7^{3-x} = 5^{x+1}$$

A continuación se presentan los dos casos:

1. **Cuando la variable está en el exponente:** reescribir cada lado de la ecuación de modo que las bases de la exponente son los mismos. A continuación, cree una nueva ecuación donde se configuran los exponentes iguales entre sí.

Ejemplo:

$$25^{x-3} = \left(\frac{1}{5}\right)^{3x+18}$$

$(5^2)^{x-3} = (5^{-1})^{3x+18}$ Aplicar la ley de exponentes para elevar una potencia a una potencia.

$$\boxed{(a^m)^n = a^{mn}}$$

$5^{2x-6} = 5^{-3x-18}$ Multiplicamos las potencias

2x-6 = -3x-18 Como las bases son iguales, trabajamos con los exponentes.

2x+3x= -18+6 Agrupamos términos semejantes en cada miembro.

5x= -12 Despejamos la X.

X = -12/5

2. **Cuando la variable no está en el exponente*:*** Manipular la ecuación de modo que el exponente ya no está allí. O, reescribir cada lado de la ecuación por lo que ambas partes tienen el mismo exponente. A continuación, cree una nueva ecuación en la que se establece las bases iguales entre sí.

Ejemplo:

$$4(x-2)^{\frac{1}{2}} = 16$$

$\frac{4(x-2)^{1/2}}{4} = \frac{16}{4}$ Dividimos ambos miembros entre 4

$[(x-2)^{1/2}]^2=(4)^{1.2}$ Multiplicamos por dos ambos exponentes ,tanto del primer y segundo miembro.

$(x-2)^{2/2} = 4^2$ simplificamos los exponentes

x-2 =16 Despejamos x

x-2+2= 16+2 Le sumamos 2 en ambos miembros para dejar la x sola.

x=18

EJERCICIOS RESUELTOS

1. Use las leyes de exponentes para resolver la siguiente ecuación exponencial

$$27^{1-x} = \left(\frac{1}{9}\right)^{2-x}$$

Solución:

$$27^{1-x} = \left(\frac{1}{9}\right)^{2-x}$$

$(3^3)^{1-x}= (3^{-2})^{2-x}$ Se igualan las bases.

$3^{3-3x} =3^{-4+2x}$

3-3x=-4+2x Por ser iguales las bases, se Igualan los exponentes.

-3x-2x=-4-3 Agrupamos términos semejantes.

-5x=-7 Despejamos x.

$X=-\frac{7}{-5}$

$X=\frac{7}{5}$

2. Use las leyes de exponentes para resolver la siguiente ecuación exponencial:
$(x-3)^{\frac{1}{2}}=(25)^{\frac{1}{4}}$

Solución:

$(x-3)^{\frac{1}{2}}=(25)^{\frac{1}{4}}$

$(x-3)^{1/2}=(5^2)^{1/4}$

$(x-3)^{1/2}=5^{1/2}$

x-3=5

x=5+3 ; **x=8**

3. Sea la ecuación dada:
$2\cdot 7^{x+2}+7^x=33957$

Solución:

La escribiremos así.

$$2\cdot(7^x)\cdot 7^2+(7^x)=33957$$

Aplicamos el cambio de variable, y escribimos:

$$7^x=a$$

Ahora al reemplazar ,se tiene:

$$2a\cdot 49+a=33957$$

Despejamos a:

$$99a=33957$$

$$a=\frac{33957}{99}$$

$$a=343$$

Ahora, recordemos que $a=7^x$, luego:

$$343=7^x$$

$$7^3=7^x$$

x=3

4. Sea la ecuación siguiente :
$2^{x+1}=16$

Solución:

$2^{x+1}=2^4$

$a^x=a^y\Rightarrow x=y$, luego por la propiedad.

$$x + 1 = 4$$
$$x = 4 - 1$$

X=3

5. Dada la siguiente ecuación :$4^{2x-1} = 2^x$, *Resuelve:*

Solución:

Puesto que $4 = 2^2$ en la ecuación dada resulta

$2^{2(2x-1)} = 2^x$

Finamente, resolviendo $2(2x-1) = x$,

se obtiene **$x = 2/3$.**

6. Resolver la ecuación[2]

$2 \cdot 9^x - 3^{x+1} - 2 = 0$

Solución:

Puesto que la ecuación propuesta puede ser escrita en la forma

$2 \cdot (3^x)^2 - 3 \cdot 3^x - 2 = 0$

Luego con la sustitución $y = 3^x$, se tiene respecto a y la ecuación algebraica de segundo grado

$2y^2 - 3y - 2 = 0$.

Resolviendo resulta $y = 2$; $y = -1/2$. La última solución es imposible, pues $3^x > 0$.

En tal caso $3^x = 2$;

$x = \log_3 2 = \ln 2 : \ln 3 = 0.6309$ (logaritmos naturales);

7. Sea la ecuación $4^{x+1} \cdot 8^x = 4096$

Solución:

Usamos logaritmo a ambos lados de la ecuación:

$$\log_2(4^{x+1} \cdot 8^x) = \log_2 4096$$

Por propiedades de los logaritmos, tenemos:

$$\log_2(4^{x+1}) + \log_2(8^x) = \log_2 4096$$

$$(x+1) \cdot \log_2 4 + x \cdot \log_2 8 = \log_2 4096$$

Operando:

$$(x+1) \cdot 2 + x \cdot 3 = 12$$

$$2x+2+3x=12$$
$$5x=10$$

De donde sale:

X=2

8. Sea la ecuación $4^{x+1}\cdot 8^{x} = 4096$

Solución:

pasando las bases de potencia: 4 y 8 a potencias de 2, como también $4096 = 2^{12}$, se tiene:

$2^{2x+2}\cdot 2^{3x} = 2^{12}$, igualando los exponentes, resulta

$(2x+2) + 3x = 12$, finalmente

$5x = 10$; por tanto $\boldsymbol{x = 2}$**.**

9. Sea la ecuación $\sqrt[3x+1]{2^{x+2}} = 8$

Solución:

Por las propiedades de la radicación, vamos a escribirla así:

$$2^{\frac{x+2}{3x+1}} = 8$$

Aplicamos el método de igualación de bases:

$$2^{\frac{x+2}{3x+1}} = 2^{3}$$

O sea:

$$\frac{x+2}{3x+1} = 3$$

Operando, obtenemos:

x=-1/8

10. Sea la ecuación siguiente :

$3^{x+1}=9$

Solución:

$3^{x+1} = 3^{2}$ Igualamos base descomponiendo 9

$x+1=2$ Igualamos exponentes, por ser bases iguales,

$x = 2-1$

x=1

Glosario

Ecuación: Igualdad entre dos expresiones que contiene una o más variables.

Otras Referencias
https://es.wikipedia.org/wiki/Ecuaci%C3%B3n_exponencial

Videos
https://www.youtube.com/watch?v=_aZ10GXvUuM