

## Teoría – Tema 2

### Teoría 11 - más transformaciones trigonométricas - parte 1 de 2

#### Suma y diferencia de senos como producto

Vamos a obtener relaciones trigonométricas útiles para determinados problemas, a partir de las ya trabajadas en anteriormente.

Partimos de los valores ya conocidos para el seno de la suma y el seno de la diferencia.

$$\operatorname{sen}(\alpha + \beta) = \operatorname{sen} \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \operatorname{sen} \beta$$

$$\operatorname{sen}(\alpha - \beta) = \operatorname{sen} \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \operatorname{sen} \beta$$

Sumamos y restamos ambas expresiones.

$$\operatorname{sen}(\alpha + \beta) + \operatorname{sen}(\alpha - \beta) = 2 \operatorname{sen} \alpha \cdot \cos \beta \rightarrow \text{seno de la suma} + \text{seno de la diferencia}$$

$$\operatorname{sen}(\alpha + \beta) - \operatorname{sen}(\alpha - \beta) = 2 \cos \alpha \cdot \operatorname{sen} \beta \rightarrow \text{seno de la suma} - \text{seno de la diferencia}$$

Realizamos el siguiente cambio de variables.

$$\alpha + \beta = A$$

$$\alpha - \beta = B$$

Por lo tanto:

$$\alpha = \frac{A+B}{2} \rightarrow \text{semi-suma}$$

$$\beta = \frac{A-B}{2} \rightarrow \text{semi-diferencia}$$

Llegamos a las siguientes expresiones:

$$\operatorname{sen}(A) + \operatorname{sen}(B) = 2 \operatorname{sen} \frac{A+B}{2} \cdot \cos \frac{A-B}{2} \rightarrow \text{suma transformada en producto}$$

$$\operatorname{sen}(A) - \operatorname{sen}(B) = 2 \cos \frac{A+B}{2} \cdot \operatorname{sen} \frac{A-B}{2} \rightarrow \text{diferencia transformada en producto}$$

## Suma y diferencia de cosenos como producto

Partimos de los valores ya conocidos para el coseno de la suma y el coseno de la diferencia.

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \operatorname{sen} \alpha \cdot \operatorname{sen} \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \operatorname{sen} \alpha \cdot \operatorname{sen} \beta$$

Sumamos y restamos ambas expresiones.

$$\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta) = 2 \cos \alpha \cdot \cos \beta \rightarrow \text{coseno de la suma} + \text{coseno de la diferencia}$$

$$\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta) = -2 \operatorname{sen} \alpha \cdot \operatorname{sen} \beta \rightarrow \text{coseno de la suma} - \text{coseno de la diferencia}$$

Realizamos el siguiente cambio de variables:

$$\alpha + \beta = A$$

$$\alpha - \beta = B$$

Por lo tanto:

$$\alpha = \frac{A+B}{2} \rightarrow \text{semi-suma}$$

$$\beta = \frac{A-B}{2} \rightarrow \text{semi-diferencia}$$

Llegamos a las siguientes expresiones:

$$\cos(A) + \cos(B) = 2 \cos \frac{A+B}{2} \cdot \cos \frac{A-B}{2} \rightarrow \text{suma transformada en producto}$$

$$\cos(A) - \cos(B) = -2 \operatorname{sen} \frac{A+B}{2} \cdot \operatorname{sen} \frac{A-B}{2} \rightarrow \text{diferencia transformada en producto}$$