

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía, la mala presentación y no explicar adecuadamente las operaciones pueden restar hasta un máximo de 1 punto de la nota final.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

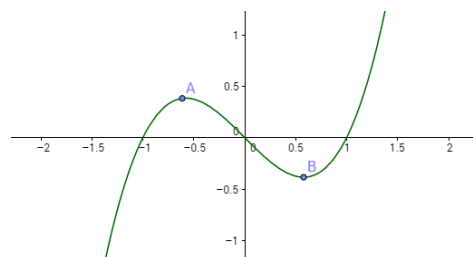
Opción A

Ejercicio 1.- a) [1 punto] Calcula el número real m que cumple $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+mx)}{\sin(2x)} = 3$.

b) [0,5 puntos] Obtener el valor de a para que la función $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + a - 1 & \text{si } x < 2 \\ \ln(x-1) & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$ sea continua en $x = 2$.

c) [1 punto] La siguiente gráfica muestra la derivada

$f'(x)$ de una función $f(x)$. Viendo la gráfica, ¿qué podemos decir de los intervalos de crecimiento, decrecimiento y de los extremos relativos de la función original $f(x)$?



Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Sea la función $g(x) = \frac{x^3}{3} - 4x^2 - \frac{2x}{3} - 4$. Hallar los valores x de la curva en que la recta tangente es paralela a la recta $0 = 2x + 3y - 4$.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Considera la función $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$. Determina a , b y c sabiendo que la recta normal a la gráfica de $f(x)$ en el punto de abscisa $x = 0$ es $y + x + 3 = 0$ y que el punto de inflexión tiene abscisa $x = 1$.

Ejercicio 4.- Sea la función $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ y definida por $f(x) = \frac{1}{x} + \ln(x)$.

a) [1,5 puntos] Halla los extremos relativos de $f(x)$.

b) [1 punto] Determina la ecuación explícita de la recta tangente a la función en $x = e$.

Opción B

Ejercicio 1.- a) [1 punto] Sea $f(x) = \sin(x)$. Obtener la ecuación explícita de la recta tangente a la función en el punto de abscisa $x = \frac{\pi}{4}$.

b) [1,5 puntos] Sabiendo que $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{a}{\ln x} \right)$ es finito, calcula a y el valor del límite ($\ln$ denota el logaritmo neperiano).

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Se desea construir un contenedor con forma de paralelepípedo rectangular de 100 m^3 de volumen, de manera que el largo de su base sea $\frac{4}{3}$ de la anchura x de su base. Los precios de m^2 de pintura del suelo, del techo y de la pared lateral son, respectivamente, 225 €/m^2 , 300 €/m^2 y 256 €/m^2 . Determinar razonadamente las dimensiones que minimizan el coste de pintura y dicho coste mínimo.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Sea $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ un polinomio con extremo relativo en $x = 1$, con punto de inflexión en $x = 3$ y que pasa por el origen de coordenadas. Determinar a , b y c .

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Sea la función definida por $f(x) = \frac{2x^2}{(x+1)(x-2)}$. Estudia el dominio, los puntos de corte con los ejes, las asíntotas, los intervalos de crecimiento y decrecimiento, y los extremos relativos.
