hoofdstuk 3 irrationale functies

www.karelappeltans.be

October 12, 2021

1 Voorbeelden

$f(x) = \sqrt{x^2-4}$ $f(x) = x - \sqrt{x}$ $f(x) = \frac{\sqrt{169-x^2}-x-7}{\sqrt{x}}$ ~~$f(x) = \sqrt{2x^2}$~~

2 Definitie

3 Domein, nulpunten, tekentabel

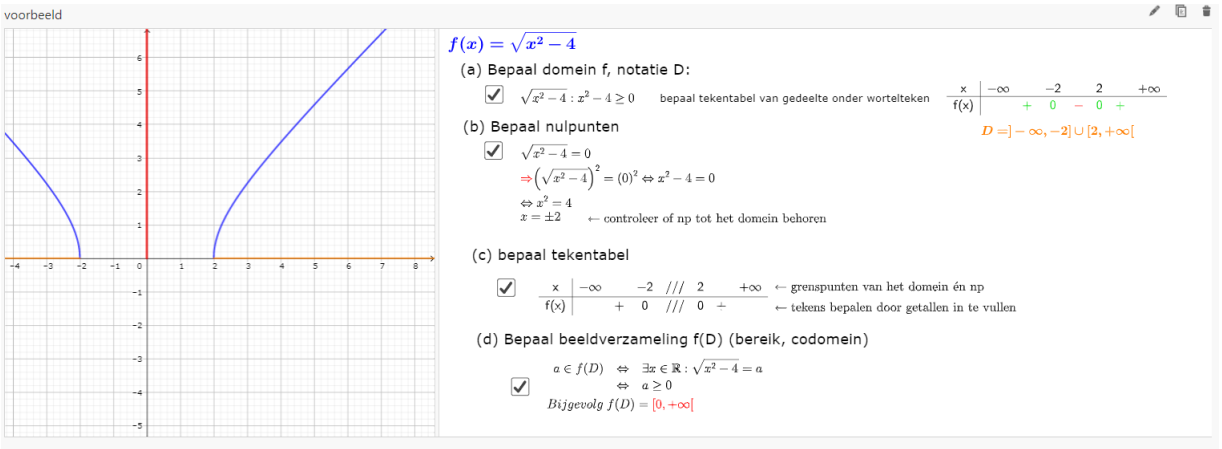

Figure 1: https://www.geogebra.org/m/yarbCjsw

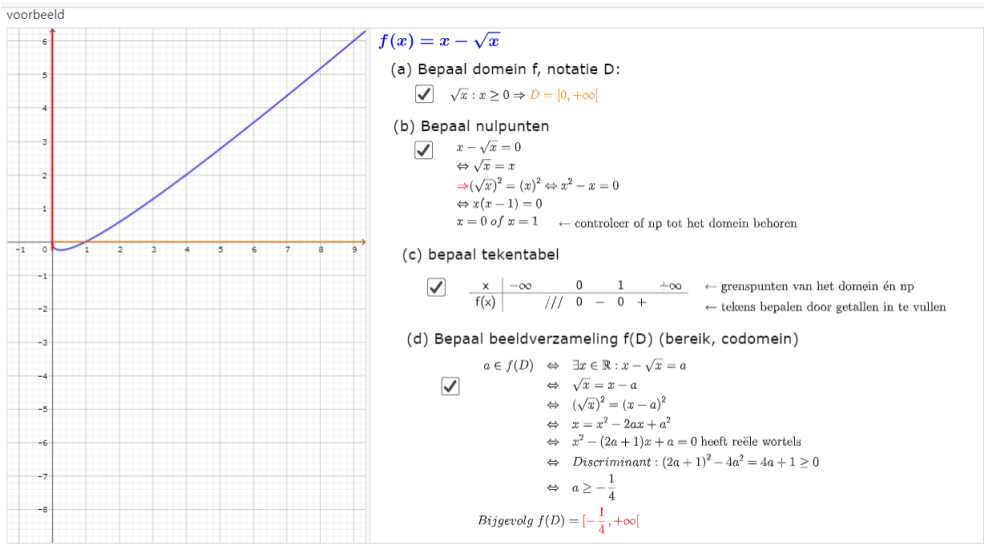

Figure 2: https://www.geogebra.org/m/yarbCjsw

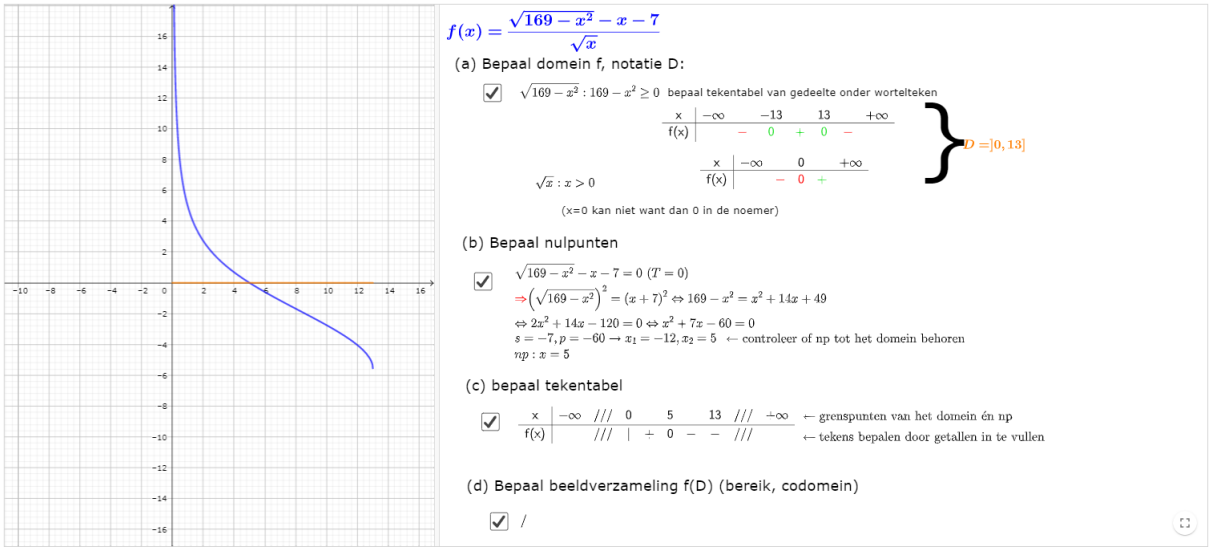

Figure 3: https://www.geogebra.org/m/yarbCjsw

4 inverse functies

4.1 voorbeeld

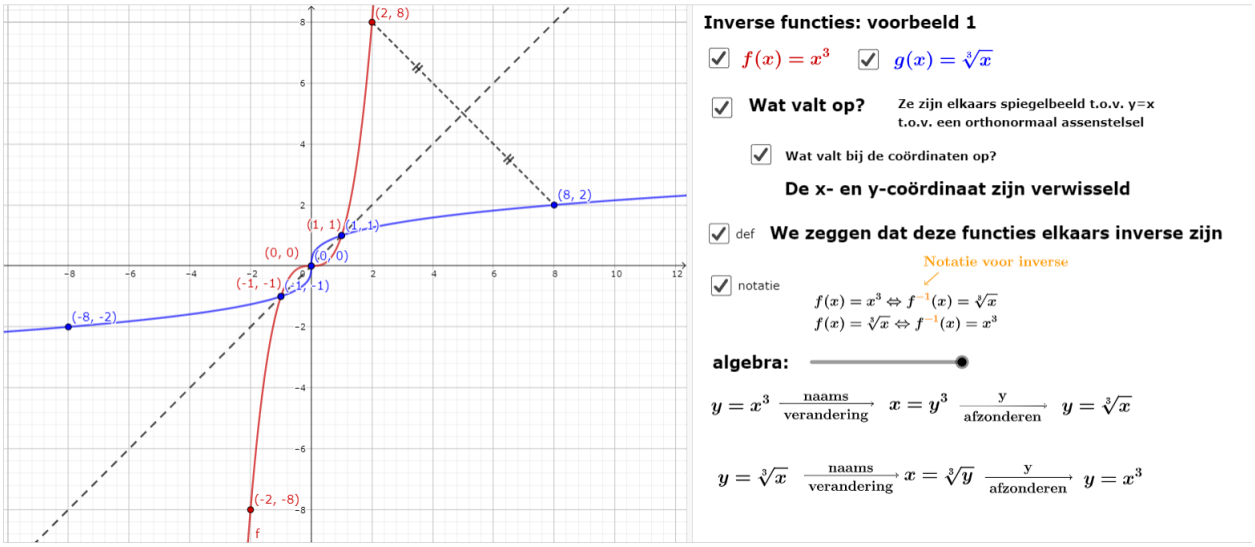

Figure 4: https://www.geogebra.org/m/Faj58x3m

4.2 horizontale lijntest

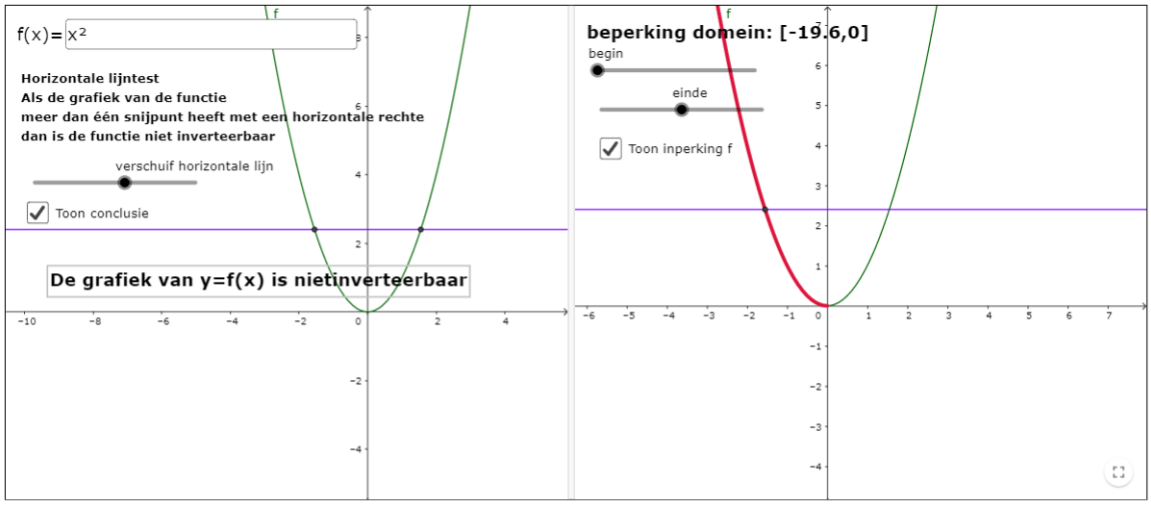

Figure 5: https://www.geogebra.org/m/Faj58x3m

4.3 algebraisch

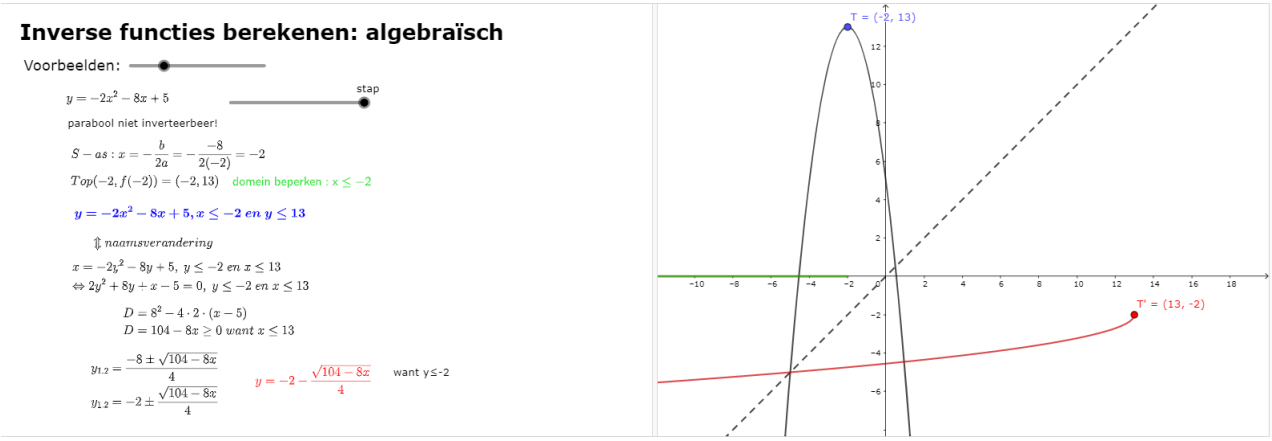

Figure 6: https://www.geogebra.org/m/Faj58x3m

5 samengestelde functies

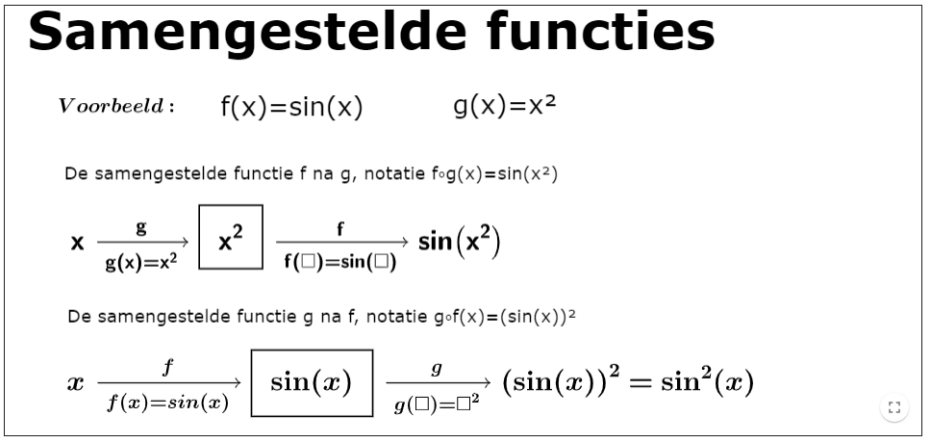

Figure 7: https://www.geogebra.org/m/UvGBbgED

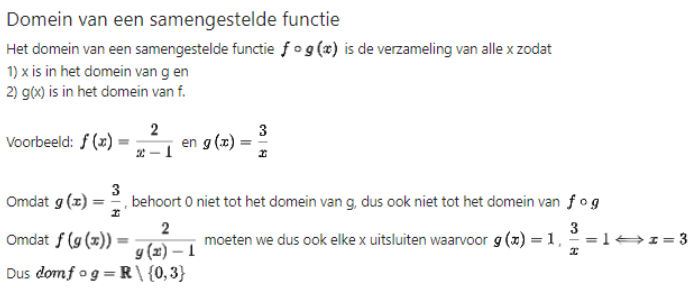

Figure 8: https://www.geogebra.org/m/UvGBbgED

6 rekenen met n-de machtswortels en rationale exponenten

n-de machtswortels

voorbeelden:

$\sqrt{9} = \sqrt[2]{9} = 3 \Leftrightarrow 3^2 = 9$

$\sqrt[5]{32} = 2 \Leftrightarrow 2^5 = 32$

$\sqrt[3]{-27} = -3 \Leftrightarrow (-3)^3 = -27$

dus:

$\sqrt[2]{3^2} = 3$

$\sqrt[5]{2^5} = 2$

$\sqrt[3]{(-3)^3} = -3$

$$\sqrt[n]{a^n} = a$$

(opgepast: als n even is moet a een positief g

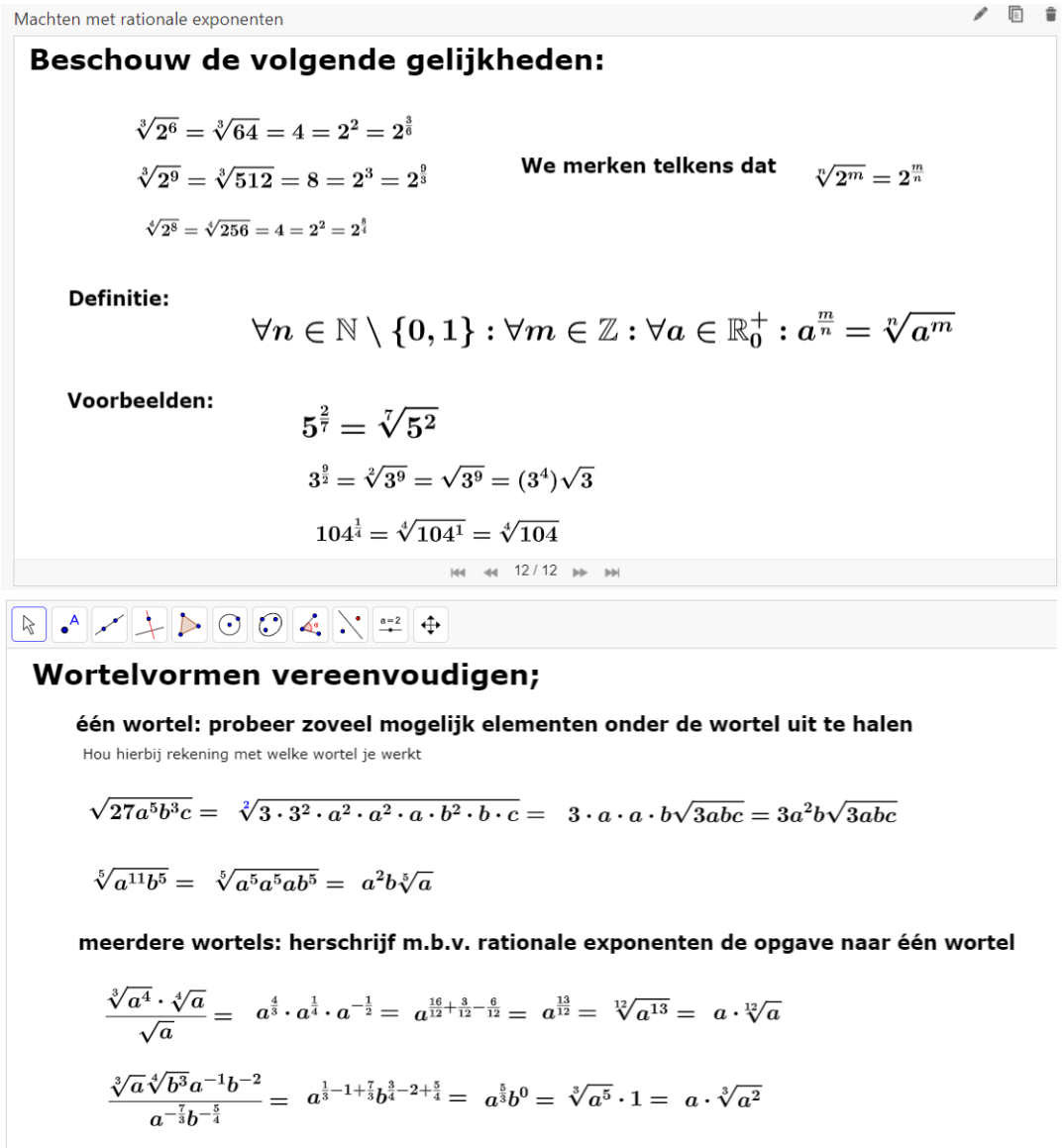

Figure 9: https://www.geogebra.org/m/uramnnee

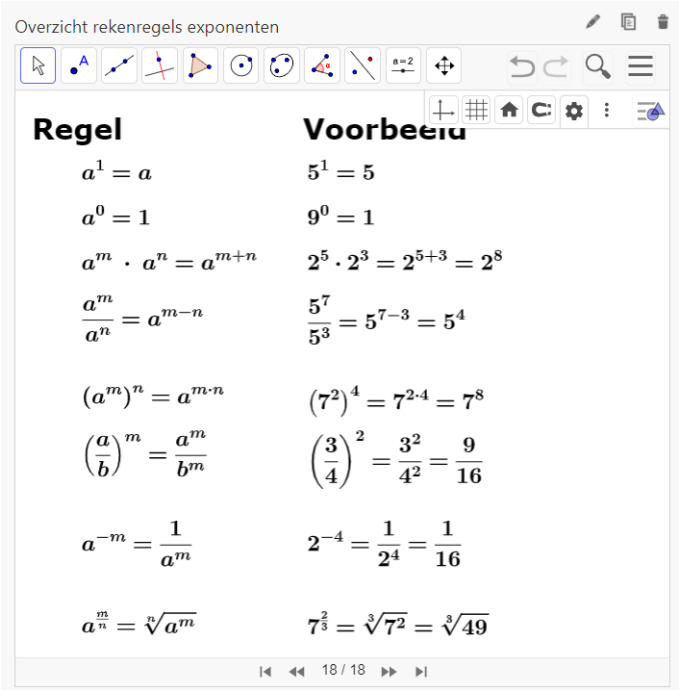

Figure 10: https://www.geogebra.org/m/uramnnee

7 toepassingen

7.1 beeldverwerking

7.2 zevenkamp

Puntenberekening [bewerken]

De punten worden als volgt berekend:

- Punten = INT(A*(B-P)^C) voor baanonderdelen
- Punten = INT(A*(P-B)^C) voor veldonderdelen

A, B en C zijn parameters die per discipline verschillen, zoals is te zien in de tabel hieronder. P is de prestatie van de atleet in eenheden zoals deze in de laatste kolom staat weergegeven. Onderstaande variabelen vrouwen:

Event	A	B	C	Eenheden
100 m horden	9,23076	26,7	1,835	seconden
Hoogspringen	1,84523	75	1,348	centimeters
Kogelstoten	56,0211	1,5	1,05	meters
200 m	4,99087	42,5	1,81	seconden
Verspringen	0,188807	210	1,41	centimeters
Speerwerpen	15,9803	3,8	1,04	meters
800 m	0,11193	254	1,88	seconden

8 oefeningen

8.1 irrationale functies

1. Bepaal domein, nulpunten en tekentabel van
   (a) $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$
   (b) $f(x) = \sqrt[3]{x^3 - 4x^2 + 3}$
   (c) $f(x) = \frac{x^2+4}{\sqrt{x^2-4}}$
   (d) $f(x) = \frac{x-\sqrt{5-x^2}-1}{\sqrt{4x-7}}$

(e) $f(x) = \frac{x+\sqrt{4x^2+6x}}{x+\sqrt{x^2-1}}$

(f) $f(x) = \frac{\sqrt{\frac{x-2}{x+1}}}{\sqrt{5x-1}+x-5}$

2. Zijn de functies f en g gelijk? Verklaar jullie antwoord

   (a) $f : x \mapsto \sqrt{\frac{2-x}{x+2}}$ en $g : x \mapsto \frac{\sqrt{2-x}}{\sqrt{x+2}}$

   (b) $f : x \mapsto \sqrt{\frac{x-2}{x+2}}$ en $g : x \mapsto \frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{x+2}}$

8.2 inverse functies

1. Welke van onderstaande functies zijn inverteerbaar? Bepaal vervolgens de eventuele inverse

   (a) $y = 2x + 3$

   (b) $y = x^2 + 4$

   (c) $y = \frac{2x+4}{x-3}$

   (d) $y = \sqrt{x^2 + 3x - 4}$

   (e) $y = \frac{1}{x^2}$

   (f) $y = \sqrt{x^2 - 1}$

2. Voor welke waarde(n) van a is de functie f met voorschrift $f(x) = -2x^2 - 8x + 5$ met $x \leq a$ inverteerbaar? Bepaal voor deze gevallen het voorschrift van de inverse functie

3. juist of fout. Verklaar uw antwoord.

   (a) De verticale lijntest wordt gebruikt om te controleren of een functie inverteerbaar is

   (b) De inverse van $y = \frac{x+1}{x-2}$ is $y = \frac{x-2}{x+1}$

   (c) Elke oneven functie is inverteerbaar

   (d) Als een inverteerbare functie een HA heeft, zal haar inverse een VA hebben

4. De grafiek van de functie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ is de rechte door de punten $(0, 1)$ en $(7, 6)$. De functie g is de inverse functie van f. Bepaal g(3).

   A $g(3) = \frac{14}{5}$ B $g(3) = 3$ C $g(3) = \frac{17}{6}$ D $g(3) = \frac{22}{7}$

5. De grafiek van de functie $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ is de rechte door de punten $(-2, 0)$ en $(0, 1$. Verder is de functie g gegeven met $g : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R} : x \mapsto g(x) = (f(x))^3$. Bepaal $g^{-1}(8)$. (A 2)

6. Oefen zelf op het algebraïsch berekenen van de inverse functie

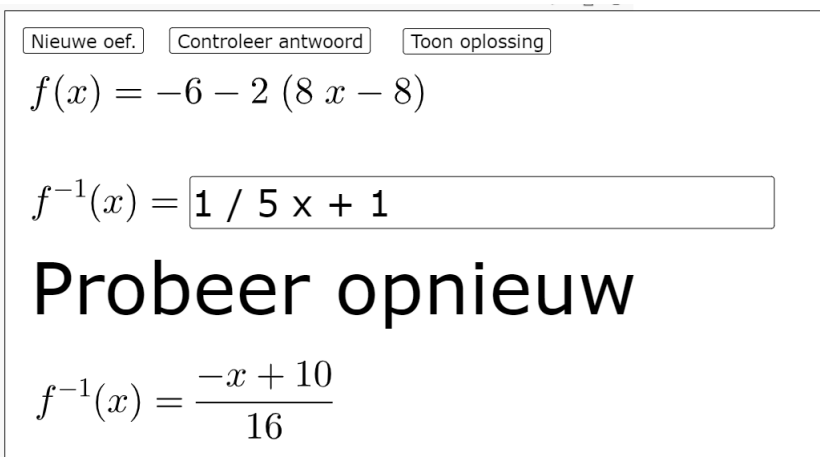

Figure 11: https://www.geogebra.org/material/edit/id/Faj58x3m

8.3 samengestelde functies

1. Kies zelf 2 functies f en en maak de samengestelde functies $f \circ g(x)$ en $g \circ f(x)$

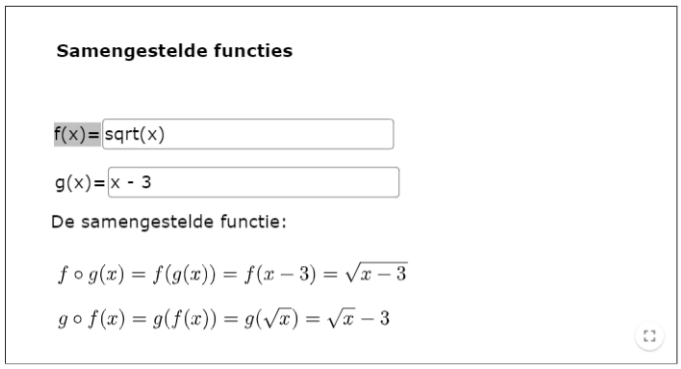

Figure 12: https://www.geogebra.org/m/UvGBbgED

2. Bepaal $f \circ g(x)$ en $g \circ f(x)$ en hun respectieve domeinen met $f(x) = \sqrt{x-1}$ en $g(x) = \frac{1}{x+3}$
3. Bepaal $f(f(x))$ en haar domein met $f(x) = \frac{1}{x-1}$
4. Los op: $f \circ g(x) = g \circ f(x)$ met $f(x) = \frac{x}{x+3}$ en $g(x) = 3x$
5. Voor welke waarden van x zal $f \circ g(x) \leq g \circ f(x)$ met $f(x) = 2x - 1$ en $g(x) = \frac{x}{x+1}$
6. Beschouw de twee functies $f : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R} : x \mapsto \frac{1}{\sqrt{x}+x+1}$ en $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto x^2 - 1$. Bepaal het domein van $f \circ g$.
7. Wat is het resultaat van de samengestelde functies $f \circ f^{-1}$ of $f^{-1} \circ f$?

8.4 rationale exponenten

1. Schrijf telkens als een macht van 2
   (a) 1
   (b) 2
   (c) $\frac{1}{4}$
   (d) $\sqrt[3]{16}$
   (e) $\frac{4^{-\frac{1}{2}} 8^{\frac{2}{3}}}{16^{-\frac{3}{4}}}$
   (f) $\frac{2\sqrt{4}\sqrt{\frac{1}{2}}}{\sqrt[5]{8}}$
2. Welke van de vijf volgende uitdrukkingen is niet gelijk aan de overige vier?
   2^{24+3a} $4^{12}8^{a}$ $16^{6+a}2^{-a}$ 4^{12+2a} $2^{16}16^{2}2^{3a}$
3. Vereenvoudig.
   (a) $\sqrt[3]{32}$
   (b) $\sqrt[5]{160}$
   (c) $\sqrt[3]{\left(\frac{27}{8}\right)^4}$
   (d) $216^{-\frac{2}{3}}$
   (e) $16^{-0.125}$
4. Vereenvoudig. Zet om in vormen zonder negatieve of gebroken exponenten. Alle uitdrukkingen zijn gedefinieerd.

(a) $\sqrt[3]{16a^3b^4c^{16}}$

(b) $\frac{\sqrt{a^{-5}}\sqrt[3]{a^2}}{\sqrt[4]{a^3}}$

(c) $\sqrt{a\sqrt[3]{a^2\sqrt[4]{a}}}$

(d) $\left(\frac{c^{-3}}{a^{-1}b^{\frac{5}{2}}}\right)^{-\frac{3}{5}}\left(\frac{c^{\frac{8}{25}}b^{-1}}{a^{\frac{1}{5}}}\right)^{\frac{5}{2}}$

(e) $\frac{(-a^{-2})^{-n}a^4(ab^3)^{-2}}{\left(\frac{-b}{a^2}\right)^{-(n+2)}}\cdot\left(\frac{a}{-b^{-2}}\right)^n$

5. Bij het afschrijven van een machine in de boekhouding wordt de volgende formule gebruikt:

$$\frac{p}{100} = 1 - \sqrt[n]{\frac{W_n}{W_0}}$$

met p het afschrijvingspercentage en W_n de waarde van de machine na n jaar.

(a) Bereken p voor een machine die na 5 jaar nog een vierde van haar aanschafprijs waard is

(b) Een machine werd gekocht voor 10000 euro en heeft een afschrijvingspercentage van 30% . Hoeveel is de machine nog waard na 3 jaar?

6. Als a negatief is, dan is $\sqrt{(2a-1)^2}\cdot\sqrt[3]{a^9}+\sqrt{a^4}$ gelijk aan:

9 taken

1. inverse functies
2. samengestelde functies