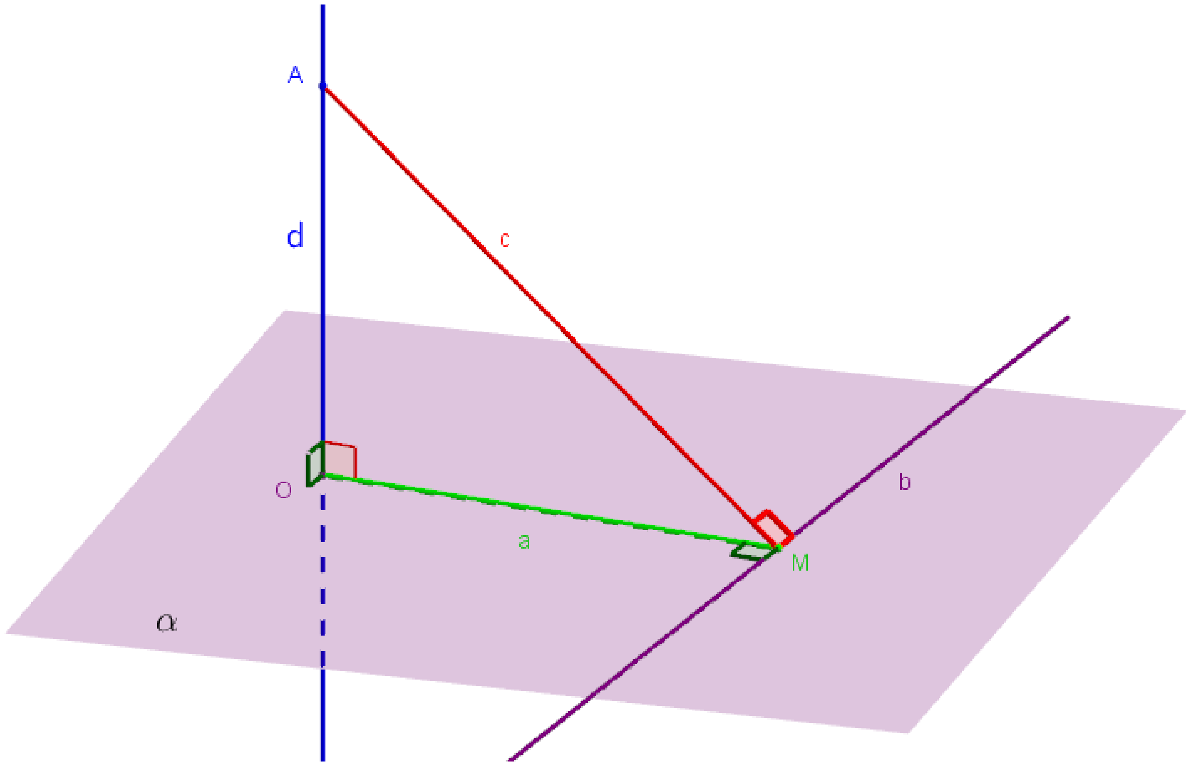
Teorema celor trei perpendiculare

Dacă o dreaptă *(d)* este perpendiculară pe un plan *(α)* și din piciorul ei *(O)* ducem o perpendiculară *(a)* pe o dreaptă dată *(b)* din acel plan, atunci dreapta *(AM)* determinată de un punct *(A)* al perpendicularei pe plan și intersecția celor două drepte din plan *(M)*, este perpendiculară pe dreapta dată *(b)* din plan.

Fie

$$\begin{cases} d \perp \alpha, \quad d \cap \alpha = \{O\}, \quad A \in d \\ OM \perp b, \qquad M \in b \\ OM, b \subset \alpha \end{cases} \qquad \Longrightarrow AM \perp b$$

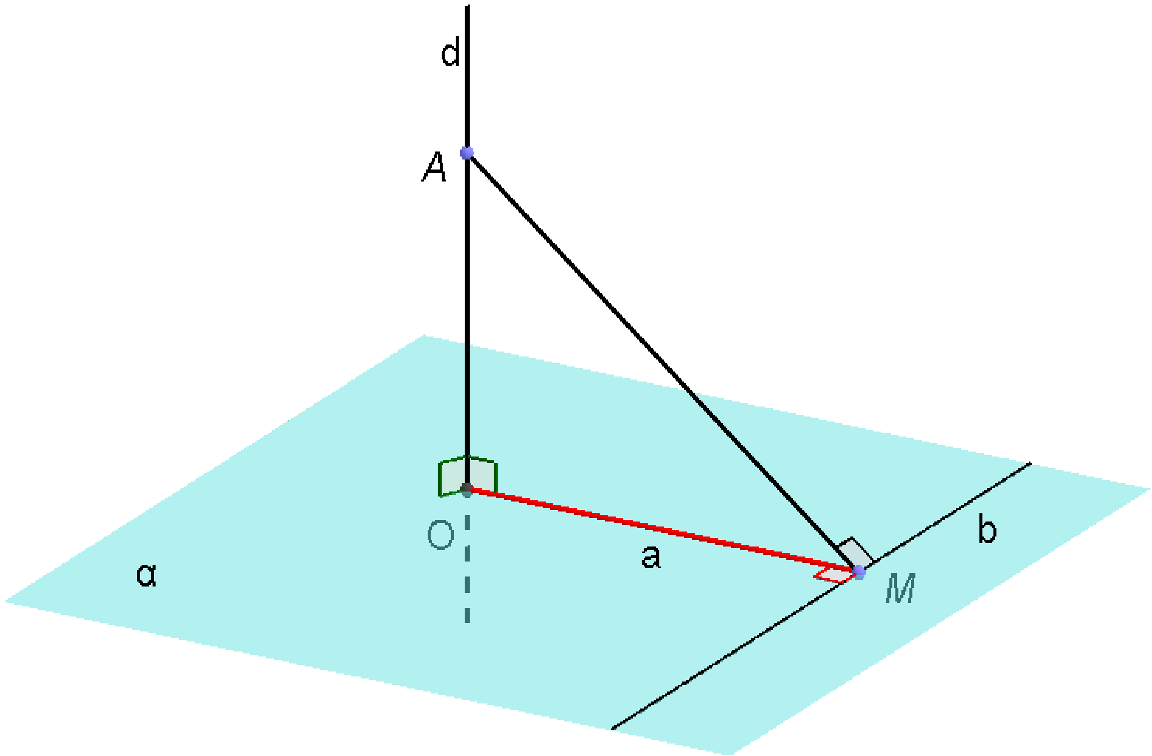


Obs. Teorema celor trei perpendiculare ne ajută să determinăm distanța de la un punct la o dreaptă, în spațiu.

Reciproca I a teoremei celor trei perpendiculare

Dacă dintr-un punct exterior *(A)* unui plan *(α)* ducem o perpendiculara *(d)* pe plan și o perpendiculară *(AM)* pe o dreaptă din plan *(b)*, atunci dreapta *(a)* care unește picioarele celor două perpendiculare pe plan este perpendiculară pe dreapta dată *(b)* din plan.

$$\begin{cases} d \perp \alpha,\ d \cap \alpha = O \\ A \in d,\ AM \perp b,\ M \in b \\ a, b \subset \alpha \end{cases} \Longrightarrow OM \perp b$$



Reciproca a II-a a teoremei celor trei perpendiculare

Dacă într-un punct *(M)* al unei drepte *(b)* dintr-un plan *(α)* se duc două drepte perpendiculare pe ea, prima *(AM)* exterioară planului și cea dea doua *(a)* conținută în plan, atunci perpendiculara *(AO)* dintr-un punct *(A)* al primei drepte pe cea de-a doua dreaptă *(a)* este perpendiculară pe plan .

$$\begin{cases} a \perp b,\ a \cap b = M \\ A \notin \alpha,\ AM \perp b \\ AO \perp a, O \in a \end{cases} \implies AO \perp \alpha$$