

Problemas – Tema 8

Problemas resueltos - 1 - concepto de función

1. Se sabe que la función cuadrática de ecuación $y = ax^2 + bx + c$ pasa por los puntos (1,1), (0, 0) y (-1,1). Calcula a, b y c.

Imponemos las condiciones de los tres puntos. Tendremos un sistema de tres ecuaciones y tres incógnitas.

$$(1,1) \rightarrow 1 = a + b + c \rightarrow 1 = a + b$$

$$(0,0) \rightarrow 0 = c$$

$$(-1,1) \rightarrow 1 = a - b + c \rightarrow 1 = a - b$$

Sumamos las dos ecuaciones finales $\rightarrow 2 = 2a \rightarrow a = 1 \rightarrow b = 0$

La función resulta: $y = x^2$

2. Sea la función $y = \frac{a}{x-b}$. Calcula a y b sabiendo que la gráfica de la función pasa por el punto (0,1) y que el dominio de la función son todos los reales menos el valor $x = 7$.

Si el punto (0,1) pertenece a una función, significa que satisface la ecuación de la función.

Es decir, cuando $x = 0$ se cumple que $y = 1$. Por lo tanto:

$$\frac{a}{0-b} = 1 \rightarrow a = -b$$

Por otro lado, el dominio nos indica el valor donde se anula el denominador.

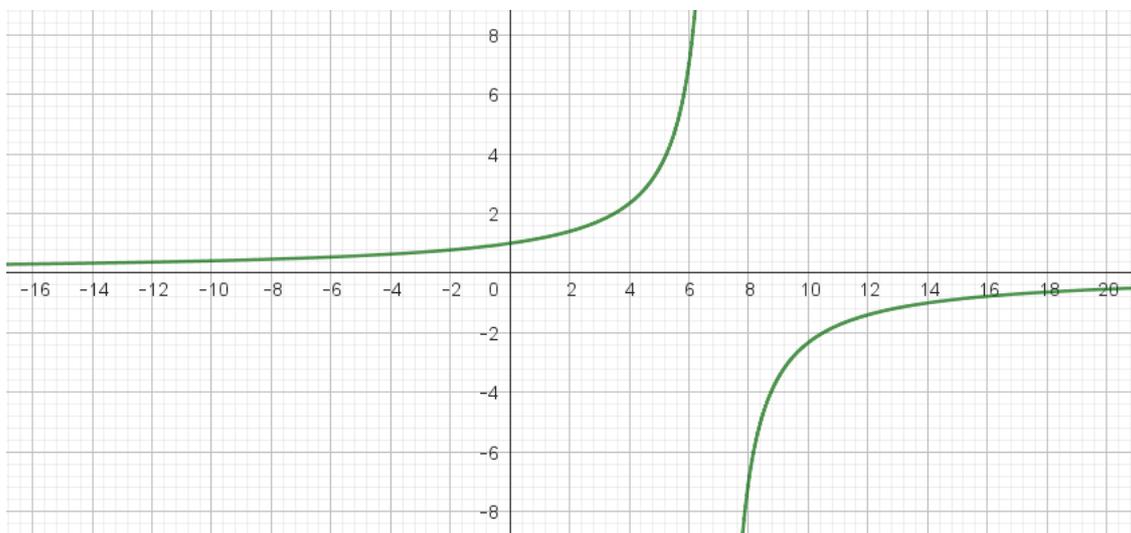
Si $x = 7$ no pertenece al dominio, significa que el denominador se anula en $x = 7$. Es decir:

$$7 - b = 0 \rightarrow b = 7 \rightarrow a = -7$$

Por lo que la ecuación de nuestra función es:

$$y = \frac{-7}{x-7}$$

La gráfica de la siguiente imagen muestra cómo la función pasa por el punto (0,1) y cómo aparece una asíntota vertical en $x = 7$.



3. Sea la función $y = a \cdot \sqrt{x+b}$. Calcula a y b sabiendo que la gráfica de la función pasa por el punto (0,1) y que la función no está definida para valores inferiores a $x = -4$.

Al pasar la función por (0,1) significa que cuando la abscisa es $x=0$ la imagen asociada es $y=1$. Por lo tanto:

$$a \cdot \sqrt{0+b} = 1 \rightarrow a \cdot \sqrt{b} = 1$$

Además, si no hay valores permitidos de la abscisa por debajo de $x = -4$, significa que para ese valor el discriminante se hace cero.

$$-4 + b = 0 \rightarrow b = 4$$

Si llevamos este valor $b = 4$ a la primera condición que hemos aplicado, tendremos:

$$a \cdot \sqrt{4} = 1 \rightarrow a = \frac{1}{2}$$

Quedando nuestra función:

$$y = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{x+4}$$

