Sbírka příkladů

Mechanika kapalin a plynů

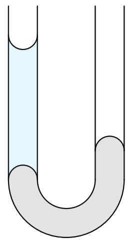
Žán Pól Kastról

24. ledna 2022

1 Pascalův zákon

Př. 1: Trubice tvaru U (B 165) Řešení ⇒

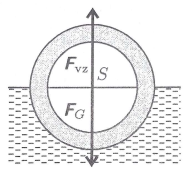
V trubici tvaru U je nalita rtuť. Na hladinu rtuti v jednom ramenu nalijeme vodu tak, že výška rtuti měřená od společného rozhraní obou kapalin je 2 cm. Urči výšku sloupce vody. Hustota rtuti je $13{,}6 \cdot 10^3\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$, hustota vody $10^3\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$.



2 Archimedův zákon

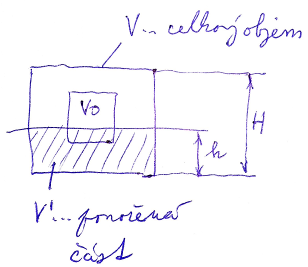
Př. 2: Dutá zinková! (B176) Řešení ⇒

Dutá zinková koule, jejíž vnější objem je $200\,\mathrm{cm^3}$, plave na vodě tak, že je ponořena do poloviny. Urči objem dutiny. Hustota zinku je $7{,}1 \cdot 10^3\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$, hustota vody $10^3\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$



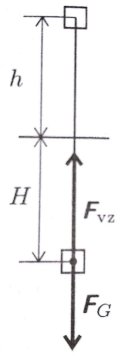
Př. 3: Dutá hliníková! Řešení ⇒

Na vodě o hustotě $\rho_k = 1000\,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$ plove hliníkový kvádr $\left(\rho_{Al} = 2700\,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}\right)$ o hmotnosti $m = 1\,\mathrm{kg}$. Je zřejmé, že uvnitř musí být dutina, jinak by šel ke dnu. Výška kvádru je $H = 40\,\mathrm{cm}$, ponor kvádru je $h = 2\,\mathrm{cm}$. Urči objem dutiny V_0.



Př. 4: Výstřel korku! (B179) Řešení ⇒

V hloubce 1 m pod hladinou vody byla uvolněna korková zátka od vína o hmotnosti 100 g. Do jaké výšky vyskočí nad povrch vody? Hustota korku je $200\,\mathrm{kg \cdot m^3}$. Odpor *VBD* a *EJČTÚOU* neuvažujeme.



Př. 5: Výstřel korku podruhé! (B180) Řešení ⇒

Řešte Př. 4 za předpokladu, že ve vodě působí na pohybující se korkovou zátku proti jejímu pohybu odporová síla o velikosti $F_o = 3{,}5\,\mathrm{N}$

Př. 6: Mední led-věd (B 171) Řešení ⇒

Ledová kra má tvar desky o obsahu plochy $1\,\mathrm{m}^2$ a tloušťce 20 cm. Jaká je minimální hmotnost *Medního Led-vídka* stojícího na kře, aby kra byla celá ponořená do vody?

Př. 7: Plážová sesóna (manželé na kře) Řešení ⇒

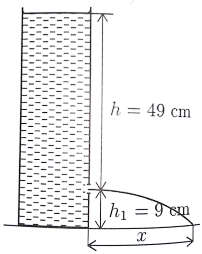
Manželé Alexandr ($m_1 = 85\,\mathrm{kg}$) a Karina ($m_2 = 65\,\mathrm{kg}$) se opalují na ledové kře[a]. Kra má tvar rovnoramenného trojúhelníku o základně $a = 5\,\mathrm{m}$ a ramenech $b = 6{,}5\,\mathrm{m}$. Její tloušťka je $d = 30\,\mathrm{cm}$. Kolik procent objemu kry je ponořeno pod vodou? Hustota mořské vody je $\rho_v = 1030\,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$, hustota ledu je $\rho_l = 920\,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$.

[a] https://magazin.aktualne.cz/foto/vitezne-snimky-ze-souteze-drone-awards-2021/r~390783c00fe211eca1070cc47ab5f122/r~1e3b17320fe211ecb91a0cc47ab5f122/

3 Proudění

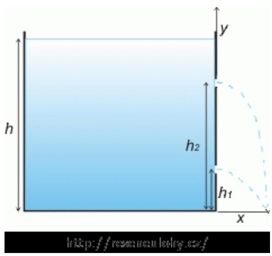
Př. 8: Díra v PETCE (B 187) Řešení ⇒

Ve stěně PET-ovy lahvice naplněné vodou zeje díra, která je 49 cm pod povrchem vody a ve výšce 9 cm nad povrchem stolu. Do jaké vzdálenosti x od lahvice dopadne paprsek vytékající z díry?



Př. 9: Dvě díry v PETCE Řešení ⇒

(http://reseneulohy.cz/925/voda-strikajici-z-nadoby)
Nádoba má ve stěně vyvrtány dva otvory, jeden ve výšce $h_1 = 10$ cm ode dna a druhý ve výšce $h_2 = 30$ cm. V jaké výšce h musí být hladina vody v nádobě, chceme-li, aby voda z obou otvorů stříkala do stejné vzdálenosti x? Odpor vzduchu zanedbejte.



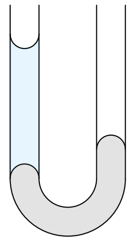
Př. 10: Zúžená trubice a smradl. voda (B 185) Řešení ⇒

V užší části trubice ($S_1 = 2\,\mathrm{cm}^2$) proudí smradlavá voda rychlostí $4\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$ při tlaku $1{,}75 \cdot 10^5$ Pa. Jaký tlak je v širší části trubice, která má průřez $S_2 = 200\,\mathrm{cm}^2$?

4 Řešení

Řešba Př. 1: Trubice tvaru U (B 165) **Zadání ⇒**

V trubici tvaru U je nalita rtuť. Na hladinu rtuti v jednom ramenu nalijeme vodu tak, že výška rtuti měřená od společného rozhraní obou kapalin je 2 cm. Urči výšku sloupce vody. Hustota rtuti je $13{,}6 \cdot 10^3\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$, hustota vody $10^3\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$.



Výsledky:

Výška sloupce vody je přibližně 27 cm.

****

Řešení:

Myšlenka 1.: Nejprve si uvědomíme, že *rtuť* je $13,6\times$ těžší než *voda* (viz zadání). Proto rtuť vodu v trubici **přetlačí** a hladina vody bude výš než hladina rtuti. Tedy v obrázku v zadání je vlevo (modrá) voda a vpravo (šedá) rtuť. Označme společné zelené rozhraní kapalin jako a a výšky hladin rtuti a vody měřené od tohoto rozhraní jako h_1 a h_2 (obr.1a).

Myšlenka 2.: Uvažujme nejprve sloupec **rtuti** o výšce h_1 (viz obr.1b). Tento sloupec vyvolá v bodě A zeleného rozhraní *hyd-*

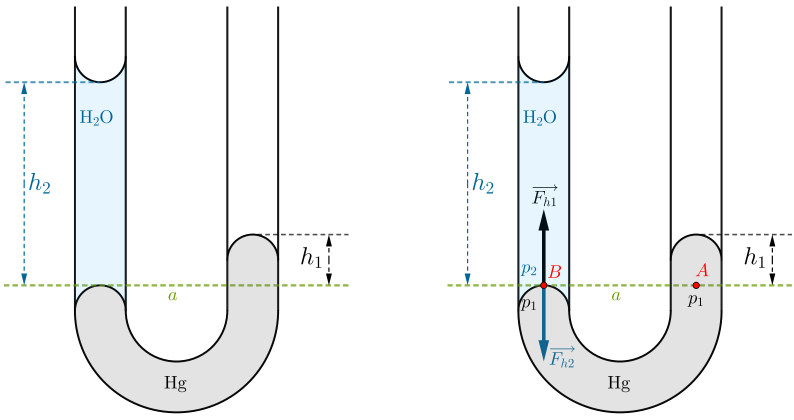
rostatický tlak p_1:

$$\boxed{p_1 = h_1 \rho_1 g} \tag{1}$$

která zespodu nahoru působí na vodní sloupec o průřezu S.

Díky **Pascalovu zákonu** ($\mathcal{PAZAK}$) se tlak p_1 přenese trubicí uvnitř rtuti do bodu B a vyvolá tam tomu odpovídající *hydrostatickou sílu* $\overrightarrow{F_{h1}}$, jejíž velikost je:

$$\boxed{F_{h1} = p_1 \cdot S} \tag{2}$$



(a) (b)

Obr. 1:

https://www.geogebra.org/m/jtvkgjkr

Myšlenka 3.: Uvažujme nyní sloupec **vody** o výšce h_2. Tento sloupec vyvolá v bodě B **nad rozhraním** a *hydrostatický tlak*

$$\boxed{p_2 = h_2\rho_2 g} \tag{3}$$

a vyvolá tomu odpovídající *hydrostatickou sílu* $\overrightarrow{F_{h2}}$, jejíž velikost je:

$$\boxed{F_{h2} = p_2 \cdot S} \tag{4}$$

Myšlenka 4.: Kapaliny jsou v trubici v rovnováze – bez pohybu – bod B je tedy **v klidu**. Výslednice sil $\overrightarrow{F_{h1}}$ a $\overrightarrow{F_{h2}}$ je proto dle *1. Newtonova zákona* **nulová** a pro jejich velikosti tudíž platí:

$$\boxed{F_{h1} = F_{h2}} \tag{5}$$

Do rovnice (5) dosadíme z (2) a (4) a dostáváme

$$p_1\cancel{S} = p_2\cancel{S}$$

tedy

$$\boxed{p_1 = p_2} \tag{6}$$

Do rovnice (6) dosadíme z (1) a (3) a dostáváme

$$h_1\rho_1\cancel{g} = h_2\rho_2\cancel{g}$$

Odtud máme vztah, který je intuitivně zřejmý:

$$\boxed{\frac{h_1}{h_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1}} \tag{7}$$

tedy

Kolikrát je hustota vody **menší**, tolikrát je její sloupec **delší**.

Sloupec vody je tedy $13,6\times$ delší než sloupec rtuti, tedy:

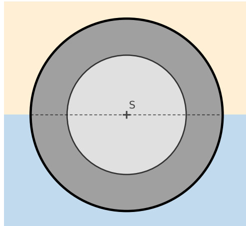
$$\boxed{h_2 = 13,6 \cdot 2\,\mathrm{cm} = 27{,}2\,\mathrm{cm}}$$

Vyjádřeno obecně z (7):

$$\boxed{h_2 = \frac{\rho_1}{\rho_2} \cdot h_1}$$

Řešba Př. 2: Dutá zinková! (B176) Zadání ⇒

Dutá zinková koule, jejíž vnější objem je $200\,\mathrm{cm^3}$, plave na vodě tak, že je ponořena do poloviny. Urči objem dutiny. Hustota zinku je $7{,}1 \cdot 10^3\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$, hustota vody $10^3\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$

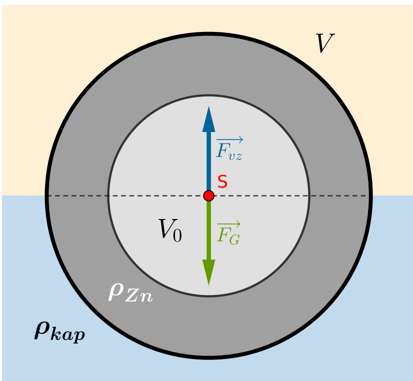


Výsledky:

$$V_0 = V\left(1 - 0,5 \cdot \frac{\rho_{kap}}{\rho_{Zn}}\right) \qquad V_0 \doteq 186\,\mathrm{cm^3}$$

Řešení:

$V = 200\,\mathrm{cm^3}$; $\rho_{Zn} = 7{,}1 \cdot 10^3\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$; $\rho_{kap} = 10^3\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$; $V_0 = ?$



Obr. 2

Do obr.2 zakreslíme síly působící na kouli – sílu tíhovou $\overrightarrow{F_G}$ a sílu vztlakovou $\overrightarrow{F_{vz}}$. Pač je koule v klidu, je **výsledná síla** na kouli **nulová**, pročež platí

$$\boxed{F_G = F_{vz}}$$

Sem dosadíme za F_G a F_{vz}:

$$\begin{aligned} m\cancel{g} &= V'\rho_{kap}\cancel{g} \\ m &= V'\rho_{kap} \qquad (1) \end{aligned}$$

kde m je hmotnost **zinku** a V' je objem **ponořené** části koule. Přitom pro m a V' platí:

$$m = \rho_{Zn}(V - V_0) \qquad (2)$$

$$V' = \frac{V}{2} \qquad (3)$$

Dosadíme (2) a (3) do (1) a vyjádříme V_0:

$$\begin{aligned} \rho_{Zn}(V - V_0) &= \frac{V}{2}\rho_{kap} \\ \rho_{Zn}V - \rho_{Zn}V_0 &= \frac{V}{2}\rho_{kap} \\ \rho_{Zn}V_0 &= \rho_{Zn}V - \frac{V}{2}\rho_{kap} \\ V_0 &= V - \frac{V}{2} \cdot \frac{\rho_{kap}}{\rho_{Zn}} \end{aligned}$$

A po vytknutí V máme:

$$\boxed{V_0 = V\left(1 - 0,5 \cdot \frac{\rho_{kap}}{\rho_{Zn}}\right)}$$

Dosadíme číselně:

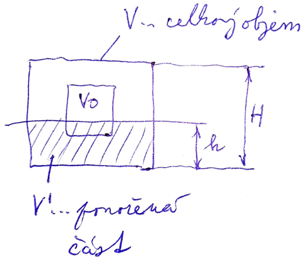
$$V_0 = 200\,\mathrm{cm}^3 \left(1 - 0,5 \cdot \frac{\cancel{10^3}\,\mathrm{kg\,m^{-3}}}{7.1 \cdot \cancel{10^3}\,\mathrm{kg\,m^{-3}}}\right)$$

$$\boxed{V_0 \doteq 186\,\mathrm{cm}^3}$$

Řešba Př. 3: Dutá hliníková!

Zadání ⇒

Na vodě o hustotě $\rho_k = 1000\,\mathrm{kg\cdot m^{-3}}$ plove hliníkový kvádr $\left(\rho_{Al} = 2700\,\mathrm{kg\cdot m^{-3}}\right)$ o hmotnosti $m = 1\,\mathrm{kg}$. Je zřejmé, že uvnitř musí být dutina, jinak by šel ke dnu. Výška kvádru je $H = 40\,\mathrm{cm}$, ponor kvádru je $h = 2\,\mathrm{cm}$. Urči objem dutiny V_0.



Výsledky:

$$V_0 = \frac{mH}{\rho_k h} - \frac{m}{\rho_{Al}} \qquad V_0 \doteq 0{,}0196\,\mathrm{m^3} = 19{,}6\,\mathrm{l}$$

Řešení:

a) Nejprve vyřešíme hustotu tělesa ρ_t. Bacha, pač je tam ta dutina, tak $\rho_t \neq \rho_{Al}$, ale platí, že $\rho_t < \rho_{Al}$! Těleso je v klidu, vyjdeme tedy ze silové rovnováhy:

$$\begin{aligned}
F_{vz} &= F_G \\
V' \rho_k \cancel{g} &= m \cancel{g} \\
V' \rho_k &= \rho_t V \\
h \cancel{S} \rho_k &= \rho_t H \cancel{S} \\
\rho_t &= \underline{\underline{\rho_k \frac{h}{H}}} \qquad \text{číselně:} \qquad \rho_t = 1000\frac{2}{40} = \underline{\underline{50\,\mathrm{kg\cdot m^{-3}}}}
\end{aligned}$$

b) Nyní určíme celkový objem tělesa V:

$$V = \frac{m}{\rho_t}$$

$$V = \frac{m}{\rho_k \frac{h}{H}} = \underline{\underline{\frac{mH}{\rho_k h}}} \qquad \text{číselně:} \qquad V = \frac{1 \cdot 40}{1000 \cdot 2} = \underline{\underline{0{,}02\,\mathrm{m}^3 = 20\,\mathrm{l}}}$$

c) Nyní určíme objem samotného hliníku V_{Al}:

$$V_{Al} = \underline{\underline{\frac{m}{\rho_{Al}}}} \qquad \text{číselně:} \qquad V_{Al} = \frac{1}{2700} \doteq \underline{\underline{0{,}0004\,\mathrm{m}^3 = 0{,}4\,\mathrm{l}}}$$

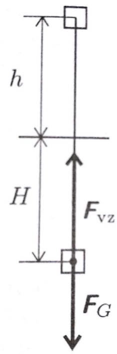
d) Objem dutiny je rozdíl celkového objemu tělesa a objemu samotného hliníku:

$$V_0 = V - V_{Al}$$

$$V_0 = \underline{\underline{\frac{mH}{\rho_k h} - \frac{m}{\rho_{Al}}}} \qquad \text{číselně:} \qquad \underline{\underline{V_0 = 19{,}6\,\mathrm{l}}}$$

Řešba Př. 4: Výstřel korku! (B179) Zadání ⇒

V hloubce 1 m pod hladinou vody byla uvolněna korková zátka od vína o hmotnosti 100 g. Do jaké výšky vyskočí nad povrch vody? Hustota korku je $200\,\mathrm{kg\cdot m^3}$. Odpor *VBD* a *EJČTÚOU* neuvažujeme.

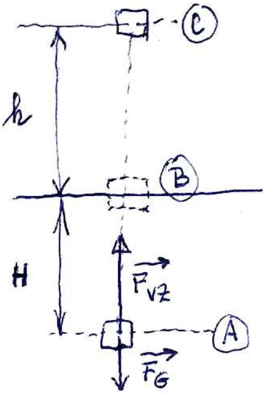


Výsledky:

$h = 4\,\mathrm{m}$

Řešení:

$H = 1\,\mathrm{m}$, $m = 100\,\mathrm{g}$, $\rho_{kor} = 200\,\mathrm{kg\cdot m^{-3}}$; $h = ?$



$\boxed{\text{Řešení 1}}$ ve vodě působí na korek výsledná síla $F_V = F_{VZ} - F_G$, která na dráze H vykoná práci $A = F_V \cdot H$.

Tato práce se projeví tím, že korek získá kinetickou energii, kterou má v okamžiku, kdy je v bodě B. Nyní se přemění tato E_K na potenc. energii ve výšce $\underline{h}$:

$$E_K = E_p$$

$$A = E_p$$

$$F_V \cdot H = m g h$$

$$① \quad \boxed{(F_{VZ} - F_G) \cdot H = m g h}$$

$$F_{VZ} = V \rho_{KAP}\, g$$

$$F_G = m \cdot g = V \rho_{KOR}\, g$$

$$F_{VZ} - F_G = V g (\rho_{KAP} - \rho_{KOR})$$

$$\cancel{V}\cancel{g} (\rho_{KAP} - \rho_{KOR}) \cdot H = \cancel{V} \rho_{KOR} \cancel{g} \cdot h \text{ - neznámá}$$

$$h = H \cdot \frac{\rho_{KAP} - \rho_{KOR}}{\rho_{KOR}}$$

$$\boxed{h = H \left(\frac{\rho_{KAP}}{\rho_{KOR}} - 1 \right)} = 1 \cdot \left(\frac{1000}{200} - 1 \right) = \underline{\underline{4\ \mathrm{m}}}$$

Řešení 2 Jiný pohled ~~…~~: Uvažuji pouze práci vztlakové síly na dráze H. Tato práce se přemění na potenciální energii zátky vztaženou k bodu (A) (čili nikoli k hladině jako v řeš. 1):

(2) $$\boxed{F_{VZ} \cdot H = mg\,(H + h)}$$ (Srovnej s (1.) je to totéž!)

$$F_{VZ} H = mgH + mgh$$

⋮ atd … jako v (1)

Řešení 3 Fáze A → B je RZP se zrychlením $a = \frac{F_v}{m}$

$$a = \frac{F_{VZ} - F_G}{m} = \frac{V\rho_{KAP}\, g - V\rho_{KOR}\, g}{V\rho_{KOR}}$$

3

$$a = g\,\frac{\rho_{KAP} - \rho_{KOR}}{\rho_{KOR}} = \boxed{g\left(\frac{\rho_{KAP}}{\rho_{KOR}} - 1\right)}$$

potom dosadím

Ze zrychlení a a dráhy H určím rychlost korku u hladiny: $H = \frac{1}{2}at^2 \rightarrow \frac{2H}{a} = t^2$

$$v = at$$
$$t = \frac{v}{a} \qquad \frac{2H}{a} = \frac{v^2}{a^2} \rightarrow \boxed{v = \sqrt{2aH}}$$

4

Další fáze je B → C, což je vrh svislý. Předpokl., že známe vztah pro max. výšku svislého vrhu:

$$\boxed{h = \frac{v^2}{2g}}$$

5

5 do 4: $h = \frac{\cancel{2}aH}{\cancel{2}g} = \boxed{H\left(\frac{\rho_{KAP}}{\rho_{KOR}} - 1\right)}$

Řešba Př. 5: Výstřel korku podruhé! (B180) Zadání ⇒

Řešte Př. 4 za předpokladu, že ve vodě působí na pohybující se korkovou zátku proti jejímu pohybu odporová síla o velikosti $F_o = 3{,}5\,\mathrm{N}$

Výsledky:

$h = 0{,}5\,\mathrm{m}$

Řešení:

$H = 1\,\mathrm{m}$, $m = 100\,\mathrm{g}$, $F_0 = 3{,}5\,\mathrm{N}$ $\rho_{kor} = 200\,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$; $h = ?$

$\boxed{F_0 = 3{,}5\,N}$ → přidává se pod vodou ke gravit. (tíhové přesněji řečeno) síle → dle $\boxed{\text{Řešení 1}}$ z úlohy „Výstřel korku!" (B179)" bude mít rovnice (1) podobu:

$$\boxed{(F_{VZ} - F_G - F_0) \cdot H = mgh}$$

odtud analogicky jako v $\boxed{\text{Řešení 1}}$ vyjádříme h:

$$h = H \cdot \frac{F_{VZ} - F_G - F_0}{mg} = H \cdot \left(\frac{F_{VZ} - F_G}{mg} - \frac{F_0}{mg} \right) =$$

$$h = H \cdot \left(\frac{V\rho_{KAP}\,g - V\rho_{KOR}\,g}{V\rho_{KOR}\,g} - \frac{F_0}{mg} \right) = H \cdot \left(\frac{\rho_{KAP} - \rho_{KOR}}{\rho_{KOR}} - \frac{F_0}{mg} \right)$$

$$\boxed{h = H \cdot \left(\frac{\rho_{KAP}}{\rho_{KOR}} - 1 - \frac{F_0}{mg} \right)}$$

$\boxed{\text{Rozbor vzorce}}$

- pro $F_0 = 0$ dostáváme samozřejmě stejný vztah jako v úloze (B 179)
- V úloze B 179 nehrála hmotnost kuličky roli, páč se vykrátila. Zde už se nevykrátila. Člen $\frac{F_0}{mg}$, který nám snižuje výšku výskoku, páč se odečítá, bude tím menší, čím větší bude m. Tedy s rostoucí hmotností vliv odporové síly na výšku výskoku klesá

Řešba Př. 6: Mední led-věd (B171)

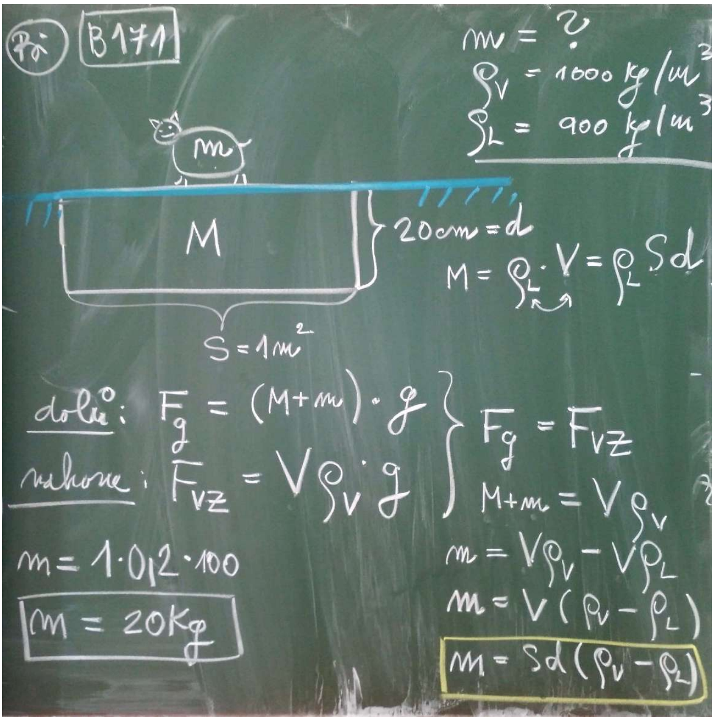
Zadání ⇒

Ledová kra má tvar desky o obsahu plochy $1\,\mathrm{m}^2$ a tloušťce $20\,\mathrm{cm}$. Jaká je minimální hmotnost *Medního Led-vídka* stojícího na kře, aby kra byla celá ponořená do vody?

Výsledky:

$m = 20\,\mathrm{kg}$

Řešení:



Řešba Př. 7: Plážová sesóna (manželé na kře) Zadání ⇒

Manželé Alexandr ($m_1 = 85\,\mathrm{kg}$) a Karina ($m_2 = 65\,\mathrm{kg}$) se opalují na ledové kře[a]. Kra má tvar rovnoramenného trojúhelníku o základně $a = 5\,\mathrm{m}$ a ramenech $b = 6{,}5\,\mathrm{m}$. Její tloušťka je $d = 30\,\mathrm{cm}$. Kolik procent objemu kry je ponořeno pod vodou? Hustota mořské vody je $\rho_v = 1030\,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$, hustota ledu je $\rho_l = 920\,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$.

[a] https://magazin.aktualne.cz/foto/vitezne-snimky-ze-souteze-drone-awards-2021/r~390783c00fe211eca1070cc47ab5f122/r~1e3b17320fe211ecb91a0cc47ab5f122/

Výsledky:

93 %

Řešení:

Kra s dvojicí je v rovnovážné poloze, tedy vztlaková síla je rovna síle tíhové:

$$F_{vz} = F_G$$

Po dosazení

$$V'\rho_v g = (m_1 + m_2 + m_l)g \tag{1}$$

Zde V' je objem ponořené části ledu a m_l je hmotnost ledové kry. Tu můžeme vyjádřit pomocí hustoty jako $m_l = \rho_l \cdot V$, kde V je celkový objem kry. Po dosazení do (1) a vydělení rovnice tíhovým zrychlením g máme tedy

$$V'\rho_v = m_1 + m_2 + \rho_l V \tag{2}$$

Náš cíl je zřejmě získat poměr

$$\frac{V'}{V} \tag{3}$$

což je číslo, které vynásobením stem převedeme na procenta. Stačí tedy rovnici (2) vydělit objemem V a dostaneme rovnici, kde hledaný poměr (3) vystupuje:

$$\frac{V'}{V} \cdot \rho_v = \frac{m_1 + m_2}{V} + \rho_l \tag{4}$$

Tuto rovnici vydělíme ρ_v:

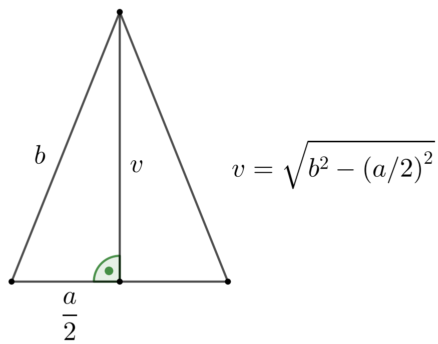
$$\boxed{\frac{V'}{V} = \frac{m_1 + m_2}{V\rho_v} + \frac{\rho_l}{\rho_v}} \tag{5}$$

Nyní zbývá na pravé straně rovnice (5) vyjádřit objem kry V z jejích rozměrů – tedy $V = S \cdot d$ (podstava × výška hranolu).

Obsah podstavy je obsahem rovnoramenného trojúhelníka

$$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot v \tag{6}$$

kde v je výška tohoto trojúhelníku. Tu určíme pomocí *Pýthagorovy věty* (viz obr.)



Číselně vychází

$$v = \sqrt{6,5^2 - 2,5^2} = 6[m]$$

Odtud

$$S = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 6 = 15[m^2]$$

a dále

$$V = S \cdot d = 15 \cdot 0,3 = 4,5[m^3]$$

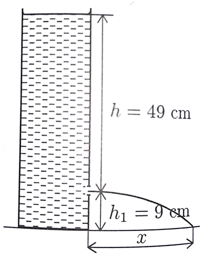
Po dosazení do vztahu (5) máme

$$\frac{V'}{V} = \frac{85 + 65}{4,5 \cdot 1030} + \frac{920}{1030} \doteq 0,93$$

Převedeno na procenta – je ponořeno **93 procent** ledové kry.

Řešba Př. 8: Díra v PETCE (B 187) Zadání ⇒

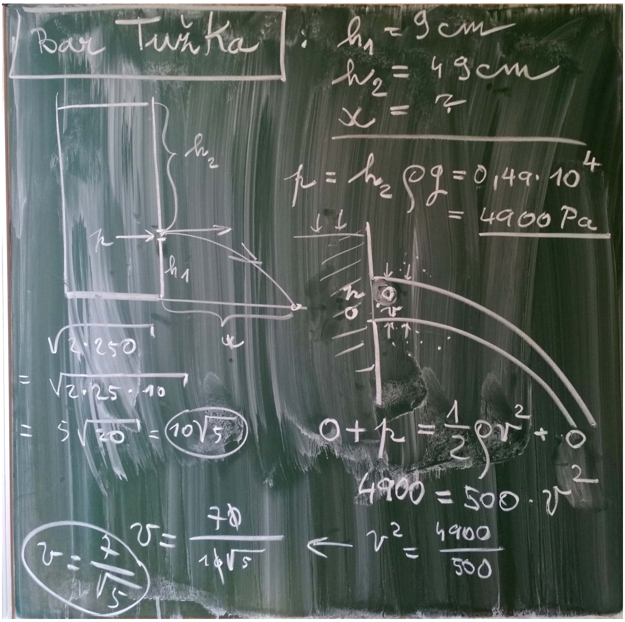
Ve stěně PET-ovy lahvice naplněné vodou zeje díra, která je 49 cm pod povrchem vody a ve výšce 9 cm nad povrchem stolu. Do jaké vzdálenosti x od lahvice dopadne paprsek vytékající z díry?

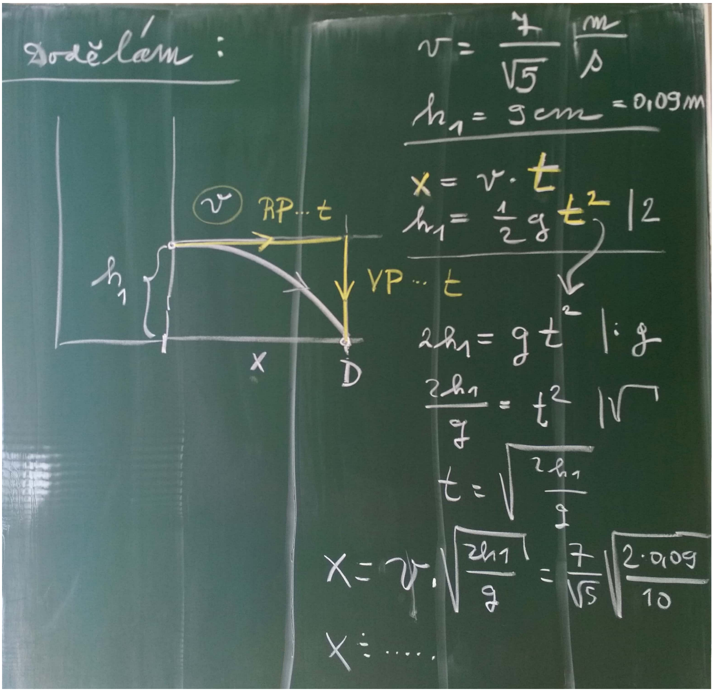


Výsledky:

$x = 42\,\mathrm{cm}$

Řešení:



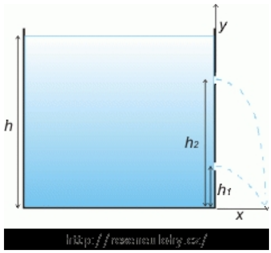

Dodělám :
$v = \frac{7}{\sqrt{5}} \frac{m}{s}$
$h_1 = 9\,cm = 0{,}09\,m$
$x = v \cdot t$
$h_1 = \frac{1}{2} g t^2 \quad |2$
$2h_1 = g t^2 \quad |:g$
$\frac{2h_1}{g} = t^2 \quad |\sqrt{\ }$
$t = \sqrt{\frac{2h_1}{g}}$
$x = v \cdot \sqrt{\frac{2h_1}{g}} = \frac{7}{\sqrt{5}} \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}09}{10}}$
$x \doteq \ldots$
v
RP ... t
VP ... t
h_1
x
D

Př. 11: Dvě díry v PETCE

Zadání ⇒

(http://reseneulohy.cz/925/voda-strikajici-z-nadoby)

Nádoba má ve stěně vyvrtány dva otvory, jeden ve výšce $h_1 = 10\,\mathrm{cm}$ ode dna a druhý ve výšce $h_2 = 30\,\mathrm{cm}$. V jaké výšce h musí být hladina vody v nádobě, chceme-li, aby voda z obou otvorů stříkala do stejné vzdálenosti x? Odpor vzduchu zanedbejte.

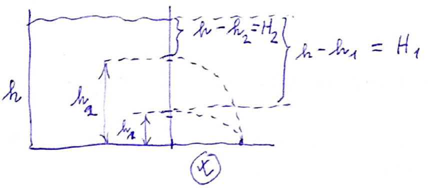


Výsledky:

$h = 40\,\mathrm{cm}$

Řešení:

$h = ?$
$h_1 = 10\,cm$
$h_2 = 30\,cm$



① Předpokládejme, že známe vzorec pro výtokovou rychlost v HLOUBCE (H):

$$\boxed{v = \sqrt{2gH}} \rightarrow \begin{array}{ll} v_1 = \sqrt{2g H_1} & ① \\ v_2 = \sqrt{2g H_2} & ② \end{array}$$

② Předpokládejme, že známe vzorec pro dálku vodor. vrhu z výšky (h):

$$\boxed{x = v \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}}} \rightarrow \begin{array}{ll} x_1 = v_1 \sqrt{\frac{2h_1}{g}} & ③ \\ x_2 = v_2 \sqrt{\frac{2h_2}{g}} & ④ \end{array}$$

③ Pač $x_1 = x_2$, dostáváme:

$$v_1 \sqrt{\frac{2h_1}{g}} = v_2 \sqrt{\frac{2h_2}{g}} \qquad (③ = ④)$$

↓ umocnit a krátit

$$v_1^2 h_1 = v_2^2 h_2 \quad \text{... dosadit ① a ②}$$

$$\cancel{2g} H_1 h_1 = \cancel{2g} H_2 h_2 \quad \text{... dle obrázku dosadit za } H_1, H_2$$

↓

neznámá

$$(h - h_1) h_1 = (h - h_2) h_2$$

$$h h_1 - h_1^2 = h h_2 - h_2^2$$

$$h (h_1 - h_2) = h_1^2 - h_2^2$$

$$h = \frac{\cancel{(h_1 - h_2)}(h_1 + h_2)}{\cancel{(h_1 - h_2)}}$$

fantasmagorický výsledek!

$$\boxed{h = h_1 + h_2} \rightarrow \underline{\underline{h}} = 10\,cm + 30\,cm = \underline{\underline{40\,cm}}$$

Řešba Př. 9: Zúžená trub. a smradlavá voda

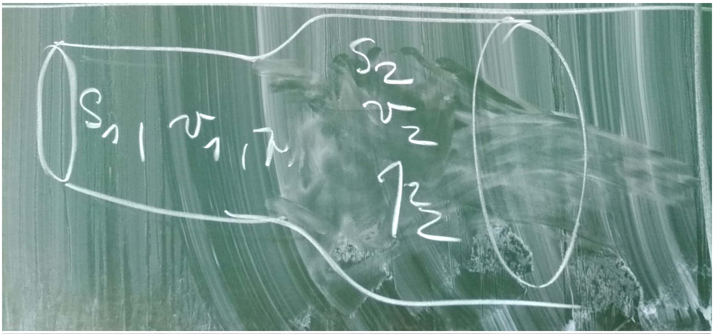
Zadání ⇒

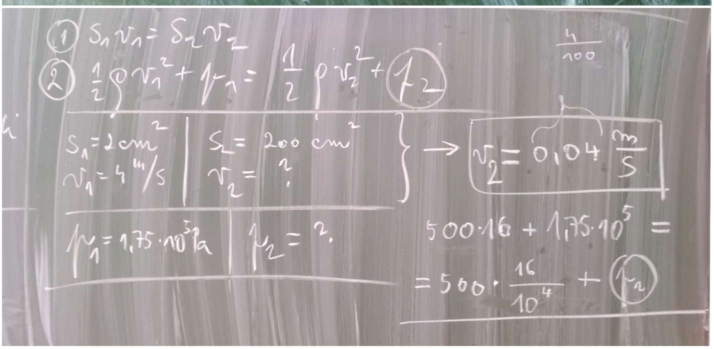
V užší části trubice ($S_1 = 2\,\mathrm{cm}^2$) proudí smradlavá voda rychlostí $4\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$ při tlaku $1{,}75\cdot 10^5\,\mathrm{Pa}$. Jaký tlak je v širší části trubice, která má průřez $S_2 = 200\,\mathrm{cm}^2$?

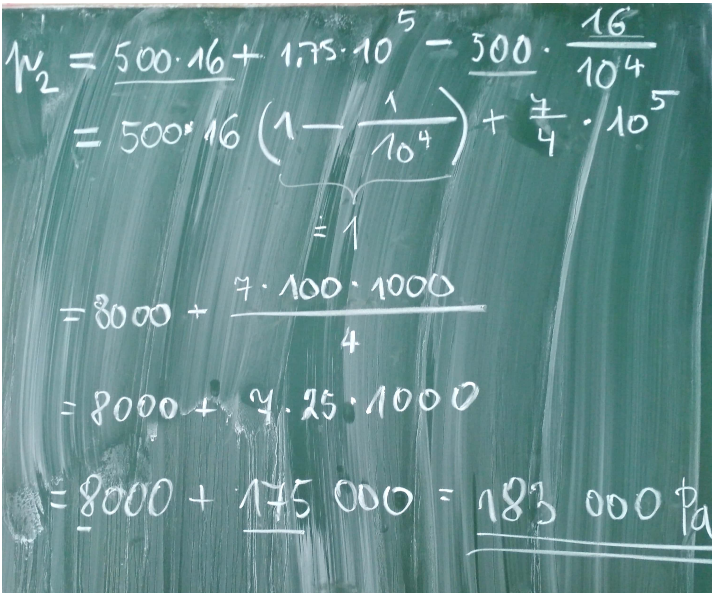
Výsledky:

$p_2 = 1{,}8\cdot 10^5\,\mathrm{Pa}$

Řešení:






$p_2 = 500 \cdot 16 + 1{,}75 \cdot 10^5 - 500 \cdot \frac{16}{10^4}$
$= 500 \cdot 16 \underbrace{\left(1 - \frac{1}{10^4}\right)}_{\doteq 1} + \frac{7}{4} \cdot 10^5$
$= 8000 + \frac{7 \cdot 100 \cdot 1000}{4}$
$= 8000 + 7 \cdot 25 \cdot 1000$
$= 8000 + 175\,000 = 183\,000$ Pa