Instrucciones:

a) Duración: 1 hora

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía, la mala presentación y no explicar adecuadamente las operaciones pueden restar hasta un máximo de 1 punto de la nota final.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Dos hormigas salen del origen de coordenadas (0,0) de un sistema de referencia. La primera hormiga camina por el primer cuadrante a lo largo de la gráfica de una parábola de fórmula $f(x) = \frac{x^2}{4}$. La segunda hace lo mismo a lo largo de la gráfica de la función $g(x) = x^3 + 4$.

a) [1 punto] Cuando la primera hormiga se encuentra en el valor de abscisa $x = 6$ y la segunda hormiga en el valor $x = 1$, ¿a qué distancia se encuentran ambas hormigas?

b) [0,5 puntos] Obtener los puntos de corte de la gráfica de $f(x)$ con la circunferencia centrada en el origen de coordenadas y radio $\sqrt{5}$.

c) [1 punto] Obtener la ecuación de la recta tangente a la circunferencia del apartado b), que pase por el punto $P(2,1)$. El punto P pertenece al perímetro de la circunferencia. Ayuda: si un punto P pertenece al perímetro de una circunferencia, la recta tangente que pasa por ese punto P es perpendicular al vector formado por el centro de la circunferencia y el punto P .

Ejercicio 2.- El consumo bimestral de energía eléctrica de una muestra de 100 personas de una población se distribuye normalmente con una media de 59 kWh. La desviación típica de la población es 6 kWh.

a) [1,5 puntos] Calcula el intervalo de confianza para la media de la población con un nivel de confianza del 97%.

b) [1 punto] ¿Cuál sería el tamaño mínimo de la muestra para que el error del intervalo de confianza sea inferior a 1 kWh?

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Calcula el dominio de la función $f(x) = \frac{\sqrt{x^4+5x^2-6}}{x+10}$

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Resuelve $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{13x^2-x}{\sqrt{169x^4-x^2+8}}$

Opción B

Ejercicio 1.- a) [1 punto] Resuelve en los números complejos $x^6 + 64 = 0$.

b) [0,5 puntos] Sea la circunferencia $x^2 + y^2 - 2x + 6y = 0$. Obtener su centro y su radio.

c) [1 punto] Obtener la distancia del punto $P(7,1)$ a la recta $y = x$.

Ejercicio 2.- El contenido total en sulfitos (medido en mg/L) del vino que se produce en una bodega sigue una distribución normal de media 150mg/L y desviación típica 30 mg/L. La bodega se compromete a vender solamente vinos con un contenido total en sulfitos inferior a 200 mg/L, por lo que se desechan para la venta aquellos que superen esta cantidad.

a) [1 punto] ¿Cuál es la probabilidad de que un vino producido en la bodega se deseche por la elevada cantidad total de sulfitos?

b) [1,5 puntos] ¿Qué porcentaje de los vinos producidos en esta bodega tienen un contenido total en sulfitos entre 110 y 150 mg/L?

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Sea $f(x) = \frac{7x-2}{5x+4}$. Calcula su función inversa. Y comprobar, operando paso a paso, que se cumple $f[f^{-1}(x)] = x$.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Calcula $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1+x}{x} - \frac{2+x}{1+x} \right)$