

Teoría – Tema 2

CCSS Teoría - 6 - cociente de polinomios con mezcla en tipos de soluciones

Grado del numerador P(x) menor que Grado del denominador Q(x) con mezcla en el tipo de raíces

El caso más importante a nivel de Bachillerato en el caso de mezcla de tipos de solución es cuando aparece en el denominador Q(x) raíces simples y múltiples.

Debemos descomponer el cociente de polinomios planteando los coeficientes indeterminados que estudiamos para raíces simples y para raíces múltiples.

Ejemplo 1 resuelto

Resuelve $\int \frac{3x+7}{x^3-x^2-x+1} dx$

$$\int \frac{3x+7}{x^3-x^2-x+1} dx = \int \frac{3x+7}{(x+1)(x-1)^2} dx$$

En el denominador aparece $x=-1$ como raíz simple y $x=1$ como raíz doble.

$$\frac{3x+7}{(x+1)(x-1)^2} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{(x-1)^2}$$

Aplicamos m.c.m. e igualamos numeradores.

$$3x+7 = A(x-1)^2 + B(x+1)(x-1) + C(x+1)$$

Si $x=1 \rightarrow 10=2C \rightarrow C=5$

Si $x=-1 \rightarrow 4=4A \rightarrow A=1$

Si $x=0 \rightarrow 7=1-B+5 \rightarrow B=-1$

Sustituyendo estos coeficientes en la integral:

$$\int \frac{3x+7}{x^3-x^2-x+1} dx = \int \left[\frac{1}{x+1} + \frac{-1}{x-1} + \frac{5}{(x-1)^2} \right] dx = \ln|x+1| - \ln|x-1| - \frac{5}{x-1} + C$$