

Der Tag, an dem Wurzel Zwei ausgeschlossen werden sollte...

von Wilfried Dutkowski

5 Viele Menschen erinnern sich nicht
mehr an die Zeiten, als die Zahlen ein
eigenständiges Dasein pflegten,
unabhängig und fernab von
menschlich geprägten Axiomen,
10 Lehrsätzen und Korollaren.

Es war ein munteres Treiben im
ersten Quadranten und manchmal –
es war natürlich verboten und sehr
abenteuerlich – verliefen sich die
15 natürlichen Zahlen in einen anderen
Quadranten und waren sehr erstaunt,
dort ähnliche Zahlen zu finden wie
sie selbst. Ja, sie konnten sich sogar
mit ihnen ins Verhältnis setzen und
20 konnten sich so in unübertroffener
Weise mehrfach darstellen. Es
machte ihnen besonders viel Spaß,
wenn sich die Zahlen Zwei und Drei
mit ihren Freunden Vier und Sechs
25 zusammentaten und mit dem
Bruchstrich „Brüchlein, Brüchlein,
erweiter dich!“ spielten.

In Selbsthilfegruppen figurativer
Zahlen organisierten sich einige
30 natürliche Zahlen und
philosophierten darüber, ob Zahlen in
organisierter Darstellung etwas
Besonderes seien. Es entbrannte hier
und da eine hitzige Diskussion
35 darüber, ob eine Dreieckzahl besser
sei als eine Quadratzahl oder ob beim
„Zahlenfangen“ die ungeraden
Zahlen mehr waren als die geraden
Zahlen, aber es gab etwas, worüber
40 sich alle Zahlen einig waren: Sie
hielten sich für sehr vernünftig und
waren bereit, sich an ihre Regeln zu
halten. Das bedeutete, dass die GAP

– Grundrechenartenpolizei – im
45 Großen und Ganzen wenig Arbeit
hatte, wenn auch die Null immer
wieder nervte, weil sie an dem
Riesenspaß der Division als Divisor
teilhaben wollte. Ebenso gewöhnte
50 man sich an die kleine Eins, die beim
Addieren und Multiplizieren –
gehänselt wegen ihrer Ineffektivität –
immer wieder allen den Spaß
verdarb, weil sie sich schmollend
55 zurückzog. Um das Spiel nicht zu
gefährden, rief man dann den
Bruchstrich an und er erhob die
kleine Eins zum Chef der Brüche, so
dass die anderen Zahlen sich wieder
60 etwas kleiner machen lassen mussten.

Im zweiten und dritten Quadranten
spielten die negativen Zahlen und
auch hier wurde manche Zahl durch
65 den Bruchstrich daran erinnert, dass
er die Macht und Vernunft besaß,
zwischen den entsprechenden
Verhältnissen zu entscheiden. Diese
kleine Zahlenidylle wurde von den
70 „Abstrakten“ beaufsichtigt und wenn
es galt, einen Streit zu schlichten
oder ein Rechenverfahren ad
absurdum zu führen, dann war es Zeit
für die „Abstrakten“, die eigens dafür
75 ausgebildet waren, mit Hilfe ihrer
„Allgemeingültigkeit“ den Zahlen
und Ergebnissen den richtigen Weg
zu weisen.

80 Doch dann - es war etwa 500 Jahre
vor unserer menschlichen
Zeitrechnung - wurde die
zahlenreiche Idylle jäh gestört. In der
Selbsthilfegruppe figurativer Zahlen
85 hatte sich einmal mehr das Quadrat –
ein wirklich verwöhntes Zicklein –
ein Stelldichein gegeben. Es war das

kleinste natürliche Quadrat, aber es hatte eine Klappe am Hals, dass es
90 nur so schepperte:

„Ihr blöden vernünftigen Zahlen, ihr lasst euch doch von den Abstrakten und dem Bruchstrich nur an der Nase herumführen! Die belügen euch doch
95 alle, aber schaut es euch an, wenn ihr meine Diagonale berechnen wollt, dann scheitert ihr alle - ganz besonders der Bruchstrich, der immer glaubt, dass er für alles eine
100 vernünftige Lösung kennt!“

Die kleine Eins, die wieder einmal von einer Ineffektivitätsneurose ergriffen war, hörte aufmerksam zu und bezweifelte schon, dass der
105 Bruchstrich es jemals ernst mit ihr gemeint hatte. „Alles ist Zahl“, hatte er ihr immer gepredigt, „alles lässt sich mit meiner Hilfe in ein vernünftiges Verhältnis bringen!“

110 Doch als sich jetzt das Quadrat äußerte, griff es den kleinen, aber mächtigen und bis dato unumstrittenen Bruchstrich an. Und als sie noch den Verhöhnungen des

115 Quadrates lauschte, sah sie sie: am unteren Ende spitz wie ein Pfeil, etwa ein Drittel über dem Ende einer Zwei ein stolzer waagerechter Strich und oberhalb der Zwei ein weiterer

120 waagerechter Strich! So beschürzt und beschützt hatte die kleine Eins noch keine Zahl gesehen – die anderen offensichtlich auch nicht, denn als sich die Zwei im Gewande

125 zeigte, bildete sich eine Gasse und man ließ sie in die Mitte des Marktplatzes laufen, wo sie das Quadrat liebevoll - ja man muss wohl sagen geradezu zärtlich - begrüßte.

130 „Guten Tag, ich heiße Wurzel Zwei und ich gehöre vom heutigen Tag an

zu euch!“ Und ohne eine Geste oder sonstige Einladung abzuwarten, legte sie sich in das Quadrat und füllte die
135 Diagonale restlos aus. Schon oft hatten einige Zahlen versucht, sich dem Quadrat als Diagonale anzubieten, aber sie scheiterten immer wieder daran, dass sie
140 entweder zu klein oder zu groß waren. Doch auf einmal kam nun also eine beschürzte Zwei daher, nannte sich Wurzel Zwei und passte wie eingegossen in das kleine
145 vorlaute und freche Quadrat mit der Seitenlänge eins!

Der kleinen Eins stockte der Atem und man hätte eine Null fallen hören können: Da hatte man sich
150 eingerichtet und völlig sorgenfrei eine rational verträgliche Zahlengemeinschaft gebildet, brauchte sich um nichts zu sorgen und plötzlich kam so eine Zwei
155 dahergelaufen, die sich mit einem seltsamen Panzer schmückte und schürzte und die gesamte Ordnung in Frage stellte!

Mittlerweile war die GAP gerufen
160 worden, die feststellte: „Lösen Sie sich auf, Sie sind kein zugelassenes Ergebnis gemäß Paragraf eins bis vier der Grundrechenverordnung!“

„Aber ich bin real“, antwortete die
165 Wurzel Zwei, „und deshalb habe ich ein Recht hier zu sein!“ „Falsch“, sagte Konstabler Minusfünf, „Sie halten sich in einem rationalen Zahlenraum auf und müssen deshalb
170 als rationale Zahl registriert sein! Ihren Ausweis bitte!“

Darauf hatten alle Zahlen gewartet: Ja, sollte diese blöde Wurzel Zwei doch erst einmal zeigen, wer sie
175 wirklich war! Die Situation schien

sich zuzuspitzen und schon wollte man die Wurzel Zwei aus dem Quadrat verjagen und des Landes verweisen, als man die polternde
180 Stimme von Herrn Pi vernahm: „Halt, wer wird hier eine realexistierende Zahl aus ihrem Lebensraum verbannen?“

Mit dem Auftritt von Herrn Pi hatte
185 niemand gerechnet, doch hatte er uneingeschränktes Aufenthaltsrecht bei den Zahlen erworben, als er in eindrucksvoller Manier mit Hilfe der Vielfachen von Sechsecken gezeigt
190 hatte, dass ohne ihn kein Kreis existieren kann. Da aber die Brüche besonders gerne mit dem Kreis spielten, hatte der Aufsichtsrat „Rationale Zahlen“ Herrn Pi
195 uneingeschränktes Bleiberecht eingeräumt. Der Bruch $22/7$ hatte die Erlaubnis, in bestimmten architektonischen Zusammenhängen Herrn Pi zu ersetzen und manchmal
200 durfte auch Dreikommaeinsvier diesen komischen Kauz vertreten, der zwar mit einem Namen, doch ohne genauen Zahlenwert durch die Quadranten stolzieren durfte. Doch
205 was gab ihm das Recht sich jetzt einzumischen? Ausgerechnet ihm, der selbst nur geduldet war und genau wusste, dass er nicht in das Vernunftschema der Zahlen passte?

210 Die Zahlen hielten inne und vergaßen fast ihre Wertigkeiten; jegliches Zahlenspiel kam zum Erliegen. Die GAP war kurz davor sich zu blamieren und Herr Pi pokerte mit
215 seiner Unabkömmlichkeit. Die spannungsgeladene Atmosphäre ergriff sie alle und nur weil der Konstabler Minusfünf heute mit der vollkommenen Frau Sechs auf Streife

220 war, konnte vermutlich das völlige Zusammenbrechen der Vernunft verhindert werden. „Solange sich Wurzel Zwei innerhalb des Quadrates befindet, genießt sie den Status der
225 Immunität!“, entschied Frau Sechs und zur Wurzel Zwei gewandt sagte sie scharf und bestimmt: „Gemäß Paragraph eins bis vier ist es Ihnen untersagt, sich ohne gültige
230 Vernunftspapiere im Land Rationalis zu bewegen. Uns liegen gesicherte Erkenntnisse vor, nach denen Sie nicht das Ergebnis einer zugelassenen Rechenoperation sind und deshalb
235 genießen Sie zunächst nur Besuchsrecht innerhalb Ihres Quadrates. Wir werden sofort eine Sonderkommission einberufen um sicherzustellen, dass es nicht noch
240 mehr sogenannte Zahlen gibt, die unsere auf Vernunft und Verhältnis aufgebaute Zahlenordnung stören!“ Danach forderte Frau Sechs die Zahlenhaufen auf sich aufzulösen
245 und schon schien die Ordnung gerettet zu sein.

„Wenn das nur kein großer Fehler war“, hörte die kleine Eins den Bruchstrich sagen. „Das müssen wir
250 vor den Rat der Abstrakten bringen, sollen die doch dieser eingebildeten Wurzel Zwei den Marsch blasen!“

Das Spektakel war schon fast vergessen, als die kleine Eins mit
255 einigen anderen Zahlen in der Zeitung las: WURZEL ZWEI DER UNVERNUNFT ANGEKLAGT!

„Oh, der Spaß geht weiter“, dachte sich die kleine Eins und machte sich
260 mit den anderen Zahlen auf, um den Schauprozess um Wurzel Zwei zu verfolgen. Es war schon spannend, als man auf dem Marktplatz ankam

und dort ein riesiges Tribunal
265 zusammengesetzt war. Die
Abstrakten hatten alles aufgeboten,
was Rang und Namen hatte. Die
Repräsentanten der natürlichen
Zahlen zum Beweis der
270 Grundrechenarten, die Axiome zur
Punkt - und Strichrechnung, ja sogar
die Unendlichkeit war gekommen.
Chefankläger war natürlich der
Bruchstrich und er hatte sich eine
275 hübsche Kette von Zeugen
zurechtgelegt. Quadratzahlen und
gerade Zahlen tummelten sich um ihn
und er - der große unumstrittene
Hüter der Vernunft - trat siegessicher
280 und stolz vor die Zahlen.

„Zahlen von Rationalis, hört mich an!
Unter uns weilt eine Zahl, die sich im
Schutze des Quadrates unter uns
mischen will und versucht, eine
285 Unordnung heraufzubeschwören!
Doch ich werde euch zeigen, dass
diese Zahl völlig unvernünftig ist und
im Lande Rationalis nichts zu suchen
hat!“

290 „Schwätzer, Großmaul und
Separatist!“, bekam der Bruchstrich
aus der Menge zurück und die
Stimme gehörte niemand anderem als
Herrn Pi. „Schon seit geraumer Zeit
295 soll Rationalis mit Realis fusionieren
und dann ist es aus mit ‚rationaler
Ordnung‘!“, ereiferte sich Herr Pi,
„und wie du Großmaul der armen
Wurzel Zwei deren Vernunft streitig
300 machen willst - darauf freue ich mich
jetzt schon!“

„Wohlan, dann hört mal gut zu“,
antwortete der Bruchstrich und
erlaubte der Wurzel Zwei, sich aus
305 dem Quadrat zu lösen. „Das hier sind
Paul und Quentin!“ Wow, Paul und
Quentin, jeder kannte sie nur als p

und q und man wusste, dass es die
engsten Freunde des Bruchstrichs
310 waren! Da schien der Bruchstrich auf
eine ganz gemeine Idee gekommen
zu sein. „Paul und Quentin sind
teilerfremde natürliche Zahlen im
Range von ‚Abstraktus‘, die das
315 Recht haben, jede legitimierte
Rechenoperation durchzuführen und
zwar allgemeingültig!“ „Teilerfremd,
das sieht nicht gut für Wurzel Zwei
aus“, dachte die kleine Eins, „denn
320 jetzt wird er sie zu einem Verhältnis
schmieden, das nicht weiter kürzbar
ist! Wie langweilig!“

„Wenn ich aus Paul und Quentin ein
Verhältnis schmiede, dann bedeutet
325 dies, dass es sich um einen Bruch
handelt, der nicht mehr kürzbar ist.
Es handelt sich also um einen Bruch
in Grunddarstellung!“ „Hört, hört“,
höhnte Herr Pi, „eine
330 Grunddarstellung!“

„Ja, eine Grunddarstellung und diese
Grunddarstellung“ – er winkte
Wurzel Zwei herbei – „soll nun
gleich Wurzel Zwei sein!“ „Also
335 doch vernünftig, Herr Bruchstrich“,
höhnte Herr Pi weiter, „ich denke, es
wird Zeit, dass ihr euch bei Wurzel
Zwei entschuldigt!“ „Silentium“, rief
die ehrwürdige Unendlichkeit, die
340 dem Prozess vorstand, „Silentium
oder ich lasse den Platz räumen und
der Prozess findet in einem
abgeschlossenen Intervall statt!“

Augenblicklich trat wieder Stille ein.
345 „Also, wir tun für einen kurzen
Augenblick so, als wäre Wurzel Zwei
eine vernünftige Zahl, die sich als
Verhältnis von Paul und Quentin als
Bruch in Grunddarstellung darstellen
350 ließe“, wiederholte der Bruchstrich,
„dann haben wir eine Gleichung!“

„Uff, eine Gleichung“, dachte die kleine Eins. Damit hatte keiner gerechnet. Eine Gleichung, das bedeutete gesichertes Terrain für den Bruchstrich und keiner würde sich dem Ausgang verschließen können. Denn Gleichungen konnten jede Zahl treffen und deshalb galt es als unfein und ungeschickt, wenn man sich den Gleichungen widersetzte oder bewusst falsche Rechenoperationen durchführte! Der Bruchstrich war aber auch immer wieder für eine Überraschung gut! „Ferner wollen wir für einen Bruchteil annehmen, dass man das Quadrieren als zugelassene Rechenoperation ansieht. Dann wird aus der Wurzel Zwei eine normale Zwei ohne Schnörkel und ohne Recht auf etwas Besonderes“, erläuterte der Bruchstrich. „Ja und ich verwandele mich von Paul zu Pquadrat und Quentin zu Qquadrat“, ergänzte Paul und der Gerichtsschreiber schrieb für alle deutlich sichtbar:

$$2 = \frac{p^2}{q^2}$$

Die älteren und größeren Zahlen beeindruckte dieses Entree fast gar nicht, denn sie hatten schon oft solchen Prozessen beigewohnt und die Idee, einen Eindringling mit Hilfe einer Gleichung in die Schranken zu weisen, war ihnen bekannt. Die kleine Eins jedoch war sichtlich erstaunt und nahm sich ein Stück Papier, um die Verwandlungen nachvollziehen zu können. Schließlich war sie sehr stolz auf sich, da auf ihrem Blatt genau das

stand, was auch auf dem des Gerichtsschreibers zu lesen war:

$$q^2 = \frac{p^2}{2}$$

„Oh, der Bruchstrich kann rechnen!“, hörte man Herrn Pi rufen, aber eine weitere Mahnung der ehrwürdigen Unendlichkeit ließ ihn sofort verstummen.

„Ich bitte nun die Zahl Pquadrat in den Zeugenstand!“ Pquadrat folgte stumm dieser Anweisung und ließ sich vereidigen.

„Pquadrat, wie fühlen Sie sich im Zeugenstand?“ „Etwas komisch im Angesicht einer Zwei, die mich teilen will, aber da ich ja ein gerades Quadrat bin, kann mich das nicht treffen!“

„Gut bemerkt, Pquadrat, Sie sind gerade. Aber wenn Sie gerade sind, was ist dann mit Paul?“ „Auch gerade“, schoss es der kleinen Eins durch den Kopf und im gleichen Augenblick hörte sie Paul antworten: „Ich, Paul im Range eines Abstraktus mit dem Recht auf Allgemeingültigkeit, bin auch gerade!“

„Gut, dann wechseln wir Paul durch einen geraden Repräsentanten im Range eines Abstraktus aus! Wer will?“

Die Feinfühligkeit, mit der der Bruchstrich die mathematische Bühne verzauberte, war schon sehr beeindruckend, weshalb es niemanden wunderte, dass sich spontan ZweiM meldete. „Gut, ZweiM, was passiert mit dir, wenn ich dich quadriere?“ „Ich werde zu VierMquadrat, Bruchstrich, diese

ständigen Metamorphosen machen mich noch einmal schizophran!“ „Ja, aber erst beim nächsten Mal“,
440 scherzte der Bruchstrich und führte weiter aus: „Wenn wir jetzt in der Gleichung Pquadrat durch 4Mquadrat ersetzen, steht folgendes geschrieben:

$$445 \quad q^2 = \frac{4m^2}{2}$$

oder besser gesagt:

$$\frac{q^2}{2} = m^2 .“$$

Wie hypnotisiert starrte die kleine
450 Eins auf das Ergebnis, das der Gerichtsschreiber für alle weithin sichtbar an die Tafel schrieb. Und bevor der Bruchstrich seine Zeugenbefragung durchführte, hörte
455 man ein Raunen:

„A la bonne heure, Gratulation, nein wirklich, dieser Bruchstrich ist ein echter Teufelskerl!“

„Wohlan, Qquadrat, wie fühlst du
460 dich?“ Er erhielt dieselbe Antwort, die kurz zuvor Pquadrat gegeben hatte. „Etwas komisch im Angesicht einer Zwei, die mich teilen will!“

„Ja“, antwortete der Bruchstrich,
465 „und dich kann man jetzt nicht teilen, denn du müsstest ja auch gerade sein und Quentin wäre auch gerade. Da aber deutlich war, dass Paul und Quentin beide teilerfremd – ja, ich
470 will behaupten, relativ prim – sind, kann Wurzel Zwei nicht rational sein!“

Man hätte wieder eine Null fallen hören können, bevor der Zahlenjubiläum
475 losging! „Hurra, wir sind doch vernünftig! Es lebe die Ordnung! Ein dreifaches Hoch auf den Bruchstrich!“

Der Marktplatz drohte zum
480 Schauplatz einer Spontanparty zu werden und Wurzel Zwei sprang sofort wieder in die Diagonale des Quadrates, als sie drohte, unter dem Gespött der anderen Zahlen auf die
485 widerlichste Art und Weise angespuckt und angepöbelt zu werden.

Die GAP machte sich schon daran, Wurzel Zwei aus dem Quadrat zu
490 holen und gemäß Paragraf eins bis vier der Grundrechenarten aus dem Lande der rationalen Zahlen zu verbannen. „Kein Verhältnis, keine Aufenthaltsgenehmigung“, spotteten
495 einige Zahlen. „Ich bitte die verehrten Zahlen, keinen Unsinn zu machen!“ Mit tiefer Stimme und entsprechender Theatralik verschaffte sich die ehrwürdige Unendlichkeit
500 Gehör. „Wir waren Zeuge einer beeindruckenden Beweisführung durch den Bruchstrich, der damit der Ordnung der rationalen Zahlen einen wichtigen Dienst erwiesen hat. Doch
505 wer von euch Zahlenwichten weiß schon, was die Unendlichkeit ist? Ja, wer weiß denn eigentlich, wer neben den rationalen Zahlen schläft? Ich sage euch, Ordnung ist gut und muss
510 sein, doch wir haben alle Platz genug. erinnert euch noch an Herrn Pi! Wir haben ihn aufgenommen und die Brüche erfreuen sich seiner in jenen Kreisspielen, in denen sie Bruchteile
515 spielen dürfen. Ich sage euch, heute ist es Wurzel Zwei und morgen Wurzel Drei und das geht so weiter bis in die Unendlichkeit – ich weiß, wovon ich spreche. Ja, wer sagt euch
520 denn, dass diese Wurzelzahlen nicht zahlenmäßig mehr sind als ihr Vernunftzahlen? Ich höre noch die

Worte von Herrn Pi und er hat recht.
Wir sollten für ein vereintes Realis
525 eintreten, in dem jede Zahl ihren
Platz auf dem Zahlenstrahl findet.
Schluss mit dem Standesdünkel
,Vernunft oder Unvernunft' oder –
ich weise schon einmal darauf hin –
530 Transzendenz.“

Diese Worte hinterließen Eindruck
und der Bruchstrich höchstpersönlich
machte sich auf den Weg zum
Quadrat und sprach: „Wurzel Zwei,
535 trotz deiner Widerborstigkeit und
bewiesenen Unvernunft, löse dich
aus der Klammer der Diagonalen und
bewege dich frei in unserem Land,
das ab jetzt Realis heißen wird und
540 wir werden gemeinsam die neue Welt
bauen, in der die Quadrate nicht
immer diese Sonderstellung haben.
Ich habe auch schon eine Idee, wo
wir deinen Platz zum Schlafen finden
545 und weil ihr alle ganz dicht liegt,
wird nachts niemand frieren!“

Und so führte der scharfsinnig
geführte Beweis von Herrn
Bruchstrich zu einer schönen
550 Einigung im Zahlenreich. Alle waren
glücklich und zu den
Grundrechenarten gesellte sich
jetzt auch jährlich die Tradition
,Widerspruchsbeweis', die in jedem
555 Jahr an Herrn Bruchstrich und
Wurzel Zwei erinnerte. Die kleine
Eins ist seitdem jedes Jahr dabei und
versucht dem Bruchstrich immer eine
Rechenoperation voraus zu sein und
560 wenn der Bruchstrich zum Finale
ansetzt, ja wenn er die
Widerspruchskeule zu schwingen
droht, dann findet ein großer Applaus
statt, denn dann wissen alle Zahlen,
565 welch wichtigen Beweis der
Bruchstrich geführt hat!