

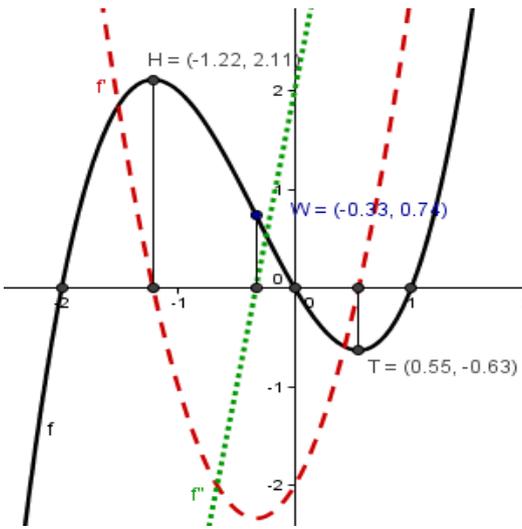
Elemente einer Kurvendiskussion (Kurvendiskussion 1)

Aufgabe

Gegeben ist die Funktion $f: f(x) = x \cdot (x+2) \cdot (x-1)$.

1. Geben Sie die Nullstellen, beiden lokalen Extrempunkte und den Wendepunkt an.
2. Weisen Sie die Art der Extrempunkte mit einem geeigneten hinreichenden Kriterium nach.
3. Zeichnen Sie auf der Grundlage Ihrer Ergebnisse ein Bild des Graphen.

Musterlösung

NST	Bedingung: $f(x_0)=0$ Lösung: $x_{01}=0; x_{02}=-2; x_{03}=1$ (Nullproduktsatz)
ABL	$f'(x) = 3x^2 + 2x - 2;$ $f''(x) = 6x + 2;$ $f'''(x) = 6$
EXTR	<ol style="list-style-type: none"> 1. notwendige Bedingung: $f'(x_e)=0$; Lösung: $x_{e1} \approx -1,22$, $x_{e2} \approx 0,55$ 2. hinreichende Bedingung: $f'(x_e)=0$ und $f''(x_e) \neq 0$ $f''(x_{e1}) < 0$, also ist x_{e1} Maximalstelle $f''(x_{e2}) > 0$, also ist x_{e2} Minimalstelle 3. Berechnung der Funktionswerte: $y_1 = f(x_{e1}) = 2,11$ und $y_2 = f(x_{e2}) = -0,63$ 4. Angabe der Punkte: $H(-1,22/2,11)$ und $T(0,55/-0,63)$
WEND	<ol style="list-style-type: none"> 1. notwendige Bedingung: $f''(x_w)=0$; Lösung: $x_w \approx 0,33$ 2. hinreichende Bedingung: $f''(x_w)=0$ und $f'''(x_w) \neq 0$ $f'''(x_w) = 6 \neq 0$, also ist x_w Wendestelle 3. Berechnung des Funktionswertes: $y_w = f(x_w) \approx 0,74$ 4. Angabe des Punktes: $W(-0,33/0,74)$
Graph	 <p>Bemerkungen: Graphen f' und f'' sind nicht erforderlich. Sie stellen aber noch einmal die Zusammenhänge dar.</p> <p>Für ein gelungenes Bild des Graphen werden neben den <u>besonderen Punkten</u> noch einige weitere Punkte mit Hilfe einer Wertetabelle berechnet.</p>