

1.

Determina a y b sabiendo que $b > 0$ y que la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida como

$$f(x) = \begin{cases} a \cos(x) + 2x & \text{si } x < 0 \\ a^2 \ln(x+1) + \frac{b}{x+1} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

es derivable. (ln denota la función logaritmo neperiano).

2.

Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x^2 - |x|$.

a) Estudia la derivabilidad de f .

3.

Considera la función derivable $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - e^{-x}}{2x} & \text{si } x < 0 \\ ax + b & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

a) Calcula a y b .

4.

Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función derivable definida por: $f(x) = \begin{cases} a - x & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{b}{x} + \ln x & \text{si } x > 1 \end{cases}$ donde ln denota

el logaritmo neperiano

a) Calcula a y b .

5.

Sea $f: (-\infty, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \begin{cases} x + 2e^{-x} & \text{si } x \leq 0 \\ a\sqrt{b-x} & \text{si } 0 < x < 1 \end{cases}$

a) Determina a y b sabiendo que f es derivable en todo su dominio.

6.

Se considera la función derivable $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \begin{cases} 1 + \frac{a}{x-2} & \text{si } x < 1 \\ a + \frac{b}{\sqrt{x}} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

Calcula los valores de a y b .

7.

Sea $f: \left[\frac{1}{e}, 4\right] \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \begin{cases} x - \ln(x) + a & \text{si } \frac{1}{e} \leq x \leq 2 \\ bx + 1 - \ln(2) & \text{si } 2 < x \leq 4 \end{cases}$

Donde \ln denota la función logaritmo neperiano.

a) Calcula los valores de a y b para que f sea derivable en el intervalo $\left(\frac{1}{e}, 4\right)$.

8.

Sea la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = \begin{cases} e^{-x}(x^2 + ax) & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{bx^2 + c}{x+1} & \text{si } x > 0 \end{cases}$.

Calcula las constantes a , b y c sabiendo que f es derivable y que la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=1$ tiene de pendiente 3.

9.

Considera la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \begin{cases} e^{-x} & \text{si } x \leq 0 \\ 1 - x^2 & \text{si } 0 < x < 1 \\ \frac{2}{x+1} & \text{si } 1 \leq x \end{cases}$.

Estudia su continuidad y derivabilidad. Determina la función derivada de f .

10.

Considera la función $f: [0, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ cx & \text{si } 2 < x \leq 4 \end{cases}$

a) Sabiendo que f es derivable en todo el dominio y que verifica $f(0) = f(4)$, determina los valores de a , b y c .

11.

Sea la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1} & \text{si } x < 0 \\ x^2 - 3x - 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

a) Estudia su continuidad y derivabilidad.

12.

Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x^2 |x - 3|$.

a) Estudia la continuidad y derivabilidad de f .

13.

Se sabe que la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida como $f(x) = \begin{cases} -x^2 + bx + 1 & \text{si } x \leq 1 \\ ax^2 - 5x + 2a & \text{si } x > 1 \end{cases}$.

Es derivable. Determina los valores de a y b .

14.

Sea la función $f : [0,4] \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ cx + 1 & \text{si } 2 \leq x \leq 4 \end{cases}$.

a) Determina a , b y c sabiendo que f es continua en el intervalo cerrado $[0,4]$, derivable en el intervalo abierto $(0,4)$ y que $f(0) = f(4)$.

b) ¿En qué punto del intervalo se anula la derivada de la función?

15.

Considera la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = \begin{cases} ax^2 + 3x & \text{si } x \leq 2 \\ x^2 - bx - 4 & \text{si } x > 2 \end{cases}$

a) Halla a y b sabiendo que f es derivable en \mathbb{R} .