

## Schrittweise Bestimmung der Fläche zwischen zwei Graphen

Im Folgenden wird nun dargestellt, wie die **Fläche zwischen den beiden Funktionen**  $f$  und  $g$  schrittweise bestimmt wird.

**Schritt 1:** Zunächst müssen die **Schnittstellen** von  $f$  und  $g$  bestimmt werden, damit wir unsere **Integralgrenzen** erhalten.

$$\begin{aligned} f(x) &= g(x) \\ -0,6x^2 + 4,8x - 0,2 &= 0,7x^2 - 6,9x + 18 \quad | -0,7x^2 + 6,9x - 18 \\ (\Rightarrow) -1,3x^2 + 11,7x - 18,2 &= 0 \quad | : (-1,3) \\ (\Rightarrow) x^2 - 9x + 14 &= 0 \end{aligned}$$

p-q-Formel

$$\begin{aligned} x_{1,2} &= -\frac{-9}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-9}{2}\right)^2 - 14} \\ &= 4,5 \pm \sqrt{6,25} \\ &= 4,5 \pm 2,5 \\ x_1 &= 2 \quad \textcircled{\vee} \quad x_2 = 7 \end{aligned}$$

quadratische Ergänzung

$$\begin{aligned} x^2 - 9x + 14 &= 0 \\ (\Rightarrow) x^2 - 9x + 4,5^2 - 4,5^2 + 14 &= 0 \\ (\Rightarrow) (x - 4,5)^2 - 6,25 &= 0 \quad | +6,25 \\ (\Rightarrow) (x - 4,5)^2 &= 6,25 \quad | \sqrt{\phantom{x}} \\ (\Rightarrow) x - 4,5 &= \pm 2,5 \quad | +4,5 \\ (\Rightarrow) x_1 &= 2 \quad \textcircled{\vee} \quad x_2 = 7 \end{aligned}$$

**Schritt 2:** Bestimme die **Fläche** unter der Funktion  $f$  im Bereich von 2 bis 7. Bilde dazu zunächst die Stammfunktion von  $f$ .

$$\begin{aligned} f(x) &= -0,6x^2 + 4,8x - 0,2 \\ F(x) &= -0,2x^3 + 2,4x^2 - 0,2x + C \\ \int_2^7 |f(x)| dx &= \int_2^7 |-0,6x^2 + 4,8x - 0,2| dx \\ &= \left| \left[ -0,2x^3 + 2,4x^2 - 0,2x \right]_2^7 \right| \\ &\stackrel{\text{HDI}}{=} \left| (-0,2 \cdot 7^3 + 2,4 \cdot 7^2 - 0,2 \cdot 7) - (-0,2 \cdot 2^3 + 2,4 \cdot 2^2 - 0,2 \cdot 2) \right| \\ &= | 47,6 - 7,6 | \\ &= | 40 | \\ &= 40 \text{ [FE]} \end{aligned}$$

**Schritt 3:** Bestimme die **Fläche** unter der Funktion  $g$  im Bereich von 2 bis 7. Bilde dazu zunächst die Stammfunktion von  $g$ .

$$g(x) = 0,7x^2 - 6,9x + 18$$

$$G(x) = \frac{7}{30}x^3 - \frac{69}{20}x^2 + 18x + C$$

$$\begin{aligned}\int_2^7 |g(x)| dx &= \int_2^7 |0,7x^2 - 6,9x + 18| dx \\ &= \left| \left[ \frac{7}{30}x^3 - \frac{69}{20}x^2 + 18x \right]_2^7 \right|\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&\stackrel{HDI}{=} \left| \left( \frac{7}{30} \cdot 7^3 - \frac{69}{20} \cdot 7^2 + 18 \cdot 7 \right) - \left( \frac{7}{30} \cdot 2^3 - \frac{69}{20} \cdot 2^2 + 18 \cdot 2 \right) \right| \\ &= \left| \frac{2219}{60} - \frac{361}{15} \right| \\ &= \frac{155}{12} \approx 12,92 \text{ [FE]}\end{aligned}$$

**Schritt 4:** Bestimme die **Fläche** zwischen den beiden Funktionen  $f$  und  $g$  im Bereich von 2 bis 7. Subtrahiere dazu die kleinere von der größeren Fläche, das heißt die Fläche von  $g$  wird von der Fläche von  $f$  abgezogen.

$$40 \text{ [FE]} - 12,92 \text{ [FE]} = 27,08 \text{ [FE]}$$

**Ergebnis:** Die Fläche, die von  $f$  und  $g$  eingeschlossen wird, beträgt **27,08 Flächeneinheiten**.