

Problemas de enunciados para resolver con sistemas de ecuaciones

CURSO

2ºBach
CCSS

TEMA

2. Sistemas y
programación lineal

WWW.DANIPARTAL.NET

Colegio Marista "La Inmaculada" de Granada

INFORMACIÓN GENERAL

Plantear sistemas de ecuaciones a partir de la información obtenida de un enunciado de contexto.

Vídeo asociado:

<https://www.youtube.com/watch?v=WuuD63o18jc>

PROBLEMAS DE ENUNCIADO

En enunciados extensos sobre contextos de la vida cotidiana, debemos identificar las variables a considerar como incógnitas. Una vez tengamos claro quiénes son las incógnitas, por norma general, cada frase del enunciado permite formar una ecuación del sistema.

La coma y el punto suelen separar las distintas frases. Verbos como "ser", "costar", "pagar", etc. se pueden sustituir por el signo igual.

Si las incógnitas representan realidades como número de personas, o número de objetos, no tienen sentido soluciones negativas o de valores que no sean enteros: podemos tener un bolígrafo, dos bolígrafos, pero nunca un número decimal de bolígrafos.

Con estas sencillas indicaciones, podemos plantear la mayoría de los ejercicios de enunciados de Bachillerato.

Problemas de enunciados para resolver con sistemas de ecuaciones
 Contamos con monedas de 50 céntimos, de 1 euro y de 2 euros.

En total, contamos con 30 monedas.

Hay tantas monedas de 1 euro como de 2 euros y 50 céntimos juntas.

a) ¿De cuántas formas distintas podemos pagar 34,50€

cumpliendo estas restricciones?

b) ¿Y si tuviéramos que pagar 35€?

$x \rightarrow$ número de monedas de 50 céntimos

$y \rightarrow$ número de monedas de 1 euro

$z \rightarrow$ número de monedas de 2 euros

¿Cómo plantear las ecuaciones del apartado a)?

$$\left\{ \begin{array}{l} x + y + z = 30 \\ y = x + z \\ 0,5x + y + 2z = 34,5 \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x + y + z = 30 \\ -x + y - z = 0 \\ 0,5x + y + 2z = 34,5 \end{array} \right\}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 30 \\ -1 & 1 & -1 & 0 \\ 0,5 & 1 & 2 & 34,5 \end{array} \right) \rightarrow \text{Gauss}$$

$$\begin{array}{l} F'_2 = F_2 + F_1 \rightarrow \\ F'_3 = 2F_3 - F_1 \rightarrow \end{array} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 30 \\ 0 & 2 & 0 & 30 \\ 0 & 1 & 3 & 39 \end{array} \right)$$

$$F'_3 = 2F_3 - F_2 \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 30 \\ 0 & 2 & 0 & 30 \\ 0 & 0 & 6 & 48 \end{array} \right)$$

1. En total hay 30 monedas.

$$x + y + z = 30$$

2. El número “y” de monedas de 1€ debe ser igual a la suma de los otros dos tipos de moneda “x + z”.

$$y = x + z$$

3. La suma del número de monedas por su valor genera la cantidad total a pagar.

$$0,5 \cdot x + 1 \cdot y + 2 \cdot z = 34,5$$

RANGO 3

3 incógnitas

SCD solución única

$$x=7, y=15, z=8$$

1. En total hay 30 monedas.

$$x + y + z = 30$$

2. El número “y” de monedas de 1€ debe ser igual a la suma de los otros dos tipos de moneda “x + z”.

$$y = x + z$$

3. La suma del número de monedas por su valor genera la cantidad total a pagar.

$$0,5 \cdot x + 1 \cdot y + 2 \cdot z = 34,5$$

Para plantear el apartado b) solo debemos darnos cuenta de que las tres ecuaciones son idénticas al apartado a), salvo que en la tercera el término independiente pasa a ser 35€. Por lo tanto, podemos realizar las mismas transformaciones lineales que en el apartado a).

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 30 \\ -1 & 1 & -1 & 0 \\ 0,5 & 1 & 2 & 35 \end{array} \right) \rightarrow \text{Aplicar las mismas transformaciones de a)}$$

$$F'_2 = F_2 + F_1 \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 30 \\ 0 & 2 & 0 & 30 \\ 0 & 1 & 3 & 40 \end{array} \right)$$

$$F'_3 = 2F_3 - F_1 \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 30 \\ 0 & 2 & 0 & 30 \\ 0 & 1 & 3 & 40 \end{array} \right)$$

$$F'_3 = 2F_3 - F_2 \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 30 \\ 0 & 2 & 0 & 30 \\ 0 & 0 & 6 & 50 \end{array} \right)$$

RANGO 3

3 incógnitas → ¿SCD solución única?

Sí es solución real única. Pero...

$$F_3 : 6z = 50 \rightarrow z = 50/6 \rightarrow z \approx 8,33...$$

1. En total hay 30 monedas.

$$x + y + z = 30$$

2. El número "y" de monedas de 1€ debe ser igual a la suma de los otros dos tipos de moneda "x + z".

$$y = x + z$$

3. La suma del número de monedas por su valor genera la cantidad total a pagar.

$$0,5 \cdot x + 1 \cdot y + 2 \cdot z = 35$$

¡Ojo! Matemáticamente, existe solución: un valor de los números reales para cada incógnita. Pero la variable "z" es igual a un número decimal: no tiene sentido tener 8,33 monedas de 2 euros.

Consecuencia: no existe solución para el contexto indicado, ya que el número de monedas debe ser igual a un número natural.