

Problemas – Tema 8

Problemas resueltos - 5 - regla de Cramer para resolver SCD

1. Sabemos que el vector $(2, 1, -1)$ es solución del sistema

$$\begin{cases} ax + by + cz = a + c \\ bx - y + bz = a - b - c \\ cx - by + 2z = b \end{cases}$$

Calcule el valor de los parámetros a, b, c .

Si el vector $(2, 1, -1)$ es solución, sustituyo los valores de sus componentes en las incógnitas x, y, z del sistema.

$$\begin{cases} 2a + b - c = a + c \\ 2b - 1 - b = a - b - c \\ 2c - b - 2 = b \end{cases} \rightarrow \text{Nuevo sistema con } a, b, c \text{ como incógnitas.}$$

$$\begin{cases} a + b - 2c = 0 \\ -a + 2b + c = 1 \\ -2b + 2c = 2 \end{cases} \rightarrow \text{Notación matricial} \rightarrow M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & 2 \end{pmatrix}, \quad M/D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & | & 0 \\ -1 & 2 & 1 & | & 1 \\ 0 & -2 & 2 & | & 2 \end{pmatrix}$$

Estudiamos el rango de M . Si es 3, tendremos sistema compatible determinado con solución única. Y podremos resolver, por ejemplo, por la regla de Cramer.

$$|M| = 4 + 0 - 4 - (0 - 2 - 2) = 4 \neq 0 \rightarrow \text{Rango } 3$$

Podemos obtener la solución única por Cramer para las incógnitas a, b, c .

$$a = \frac{\begin{vmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -2 & 2 \end{vmatrix}}{4} = \frac{0 + 2 + 4 - (-8 + 0 + 2)}{4} = \frac{12}{4} = 3$$

$$b = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 & -2 \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \end{vmatrix}}{4} = \frac{2 + 0 + 4 - (0 + 0 + 2)}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

$$c = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & 2 \end{vmatrix}}{4} = \frac{4 + 0 + 0 - (0 - 2 - 2)}{4} = \frac{8}{4} = 2$$