



Χρυσή Τομή - Golden Ratio Θεία αναλογία



χρυσός λόγος χρυσή αναλογία χρυσά ορθογώνια χρυσά τρίγωνα χρυσή σπείρα

Α΄ Αρσάκειο – Τοσίτσειο Λύκειο Εκάλης
Πειραματική διδασκαλία σε μαθητές Β΄ Λυκείου
με ψηφιακές τεχνολογίες

7 Μαρτίου
2020

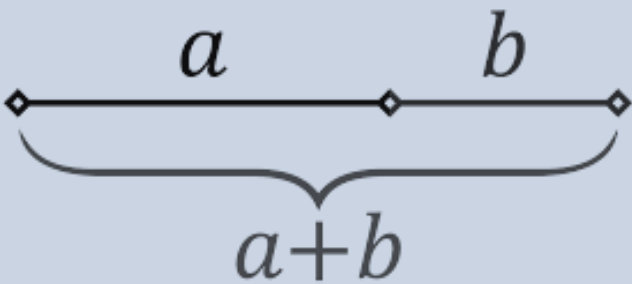
Ματθαίος Τσιλπιρίδης - Μαθηματικός MSc Δ.Τ.Μ

11.00-12.00 - Αίθουσα 4



Ευκλείδης

*Ἄκρον και μέσον λόγον εὐθεῖα
τεμῆσθαι λέγεται, ὅταν ἤ ὡς ἡ ὅλη
πρὸς το μείζον τμήμα, οὕτως τό
μείζον πρὸς τό ἔλαττον.*



$a+b$ is to a as a is to b

Τι είναι η Χρυσή Αναλογία;

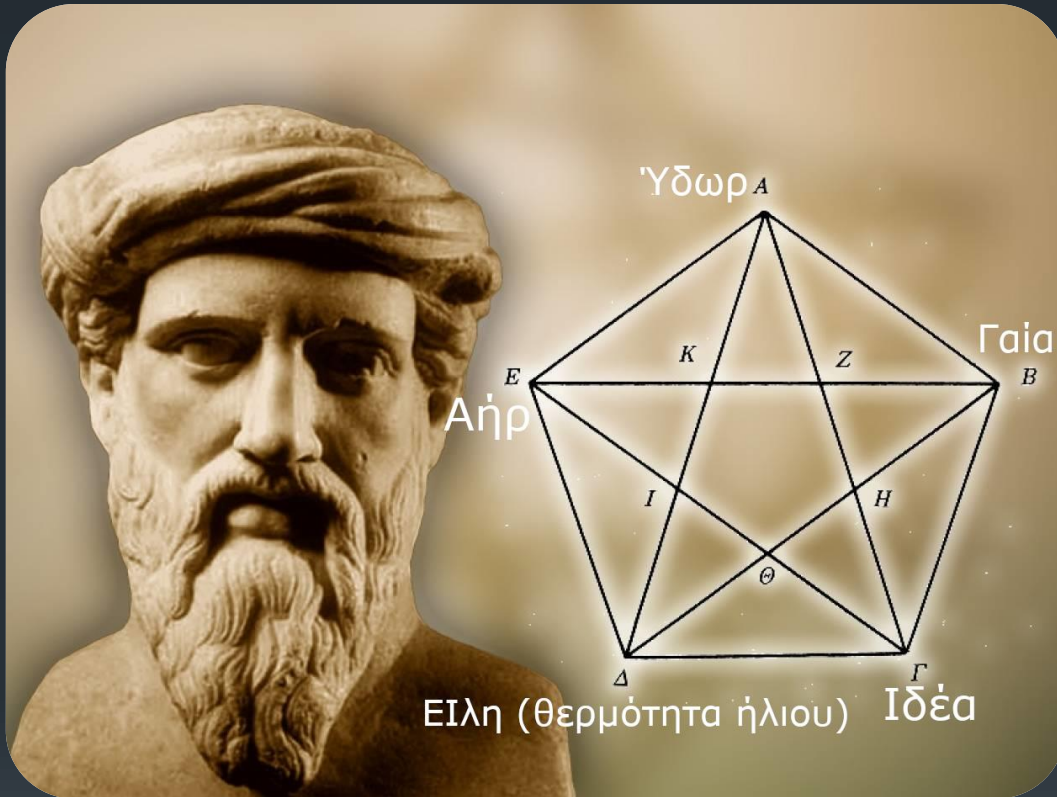
Πρόκειται για ένα συγκεκριμένο λόγο ευθυγράμμων τμημάτων, η τιμή του οποίου προσεγγιστικά είναι 1,618:1.

Ο συγκεκριμένος λόγος, συμβολίζεται διεθνώς με το γράμμα Φ (πιθανότατα εξαιτίας του Αρχαίου Έλληνα Αρχιτέκτονα **Φειδία**) και καθιερώνεται από τον Mark Barr (20ος αιώνας).

Η εμφάνιση αυτής της αναλογίας, παρατηρείται συχνά στη φύση, και θεωρείται ότι προκαλεί μία ευχάριστη αίσθηση στο μάτι.

Για τους λόγους αυτούς, η συγκεκριμένη αναλογία χαρακτηρίστηκε και ως «**Θεία Αναλογία**» (19^{ος} αι.).

Το σύμβολο των Πυθαγορείων



Στην Ελλάδα οι πρώτοι που ασχολήθηκαν ενδελεχώς με αυτό το σύμβολο ήταν ο Πυθαγόρας και οι Πυθαγόρειοι φιλόσοφοι οι οποίοι το ονόμαζαν πεντάγραμμα.

Στο σύμβολο αυτό έβλεπαν μια μαθηματική τελειότητα όπως την εκδήλωση της 'Χρυσής Τομής', λόγω των γεωμετρικών του ιδιοτήτων.

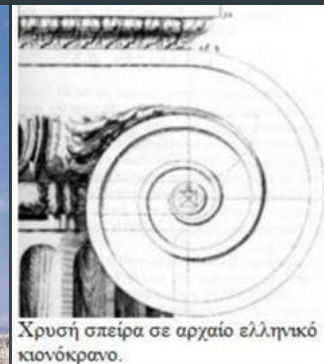
ΕΙγη (θεβηοιμια ψγιση) ΙΟξα



Παραδείγματα χρυσής αναλογίας στην Αρχιτεκτονική

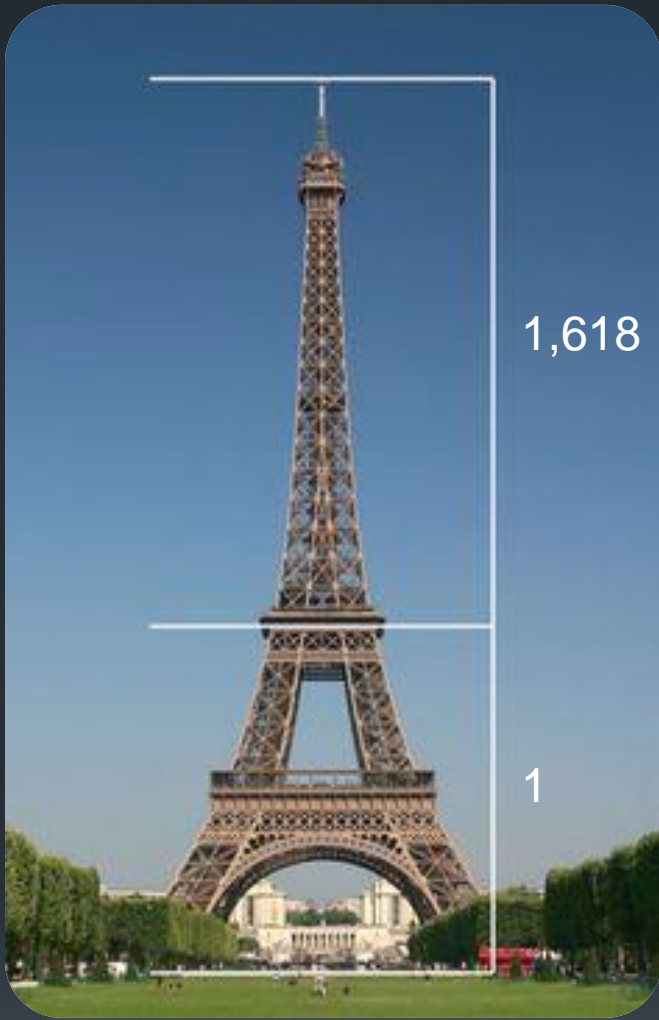
Η χρήση του αριθμού φ στην αρχαιότητα είναι εντυπωσιακή. Στον **Παρθενώνα** : από τα αετώματα και τα σκαλίσματα σε αυτά μέχρι τα κιονόκρανα.

Στο **αρχαίο θέατρο της Επιδαύρου**, σε όλα τα αγάλματα, στις Πυραμίδες της Αιγύπτου που ακολουθούν τη δομή ισοσκελούς τριγώνου.

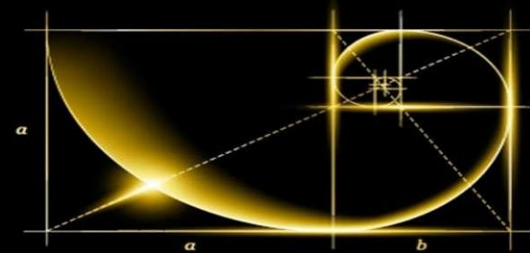


Χρυσή σπείρα σε αρχαίο ελληνικό κιονόκρανο.

Παραδείγματα χρυσής αναλογίας στην Αρχιτεκτονική

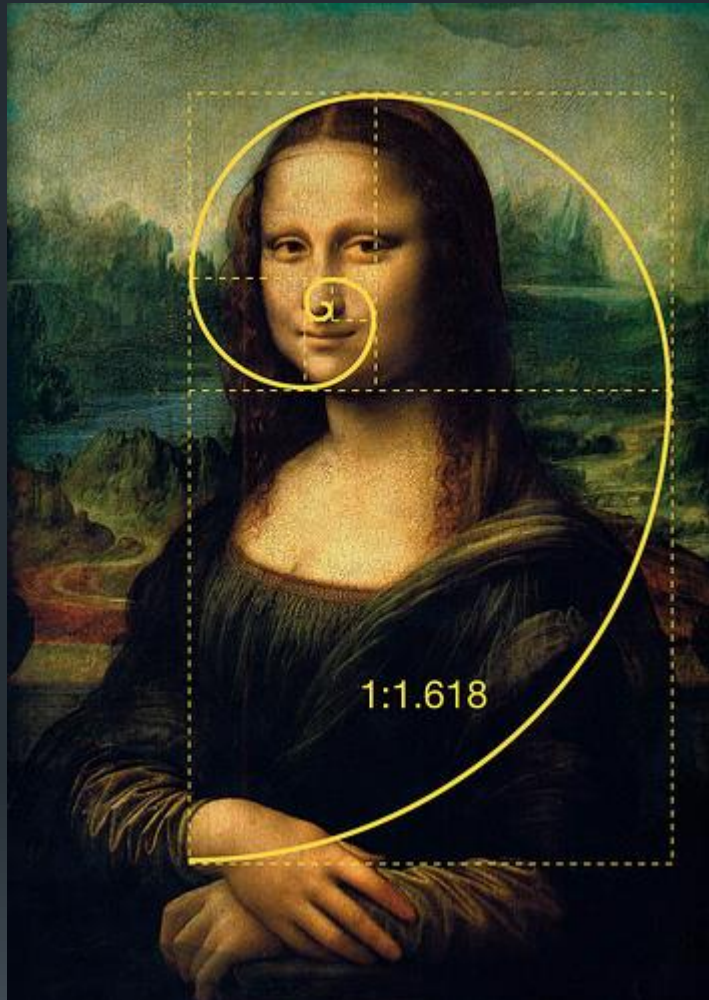


Ο πύργος του Άιφελ είναι το σήμα κατατεθέν της πόλης του Παρισιού. Κατασκευάστηκε το 1889 από τον μηχανικό Γουστάβο Άιφελ και σήμερα αποτελεί ένα από τα γνωστότερα κτίρια στον κόσμο. Με ύψος 324 μέτρα ήταν το πιο ψηλό κτίριο στον κόσμο μέχρι που το ξεπέρασε το Εμπάιρ Στέιτ Μπίλντινγκ της Νέας Υόρκης το 1931



$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} = 1,618$$

Παραδείγματα χρυσής αναλογίας στην Τέχνη



Ο **Leonardo Da Vinci (1452-1519)** ζωγράφισε το πρόσωπο της **Mona Lisa** ώστε αυτό να χωράει τέλεια σε ένα χρυσό ορθογώνιο και δόμησε τον υπόλοιπο πίνακα γύρω από το πρόσωπο, χωρίζοντάς τον επίσης σε χρυσά ορθογώνια.

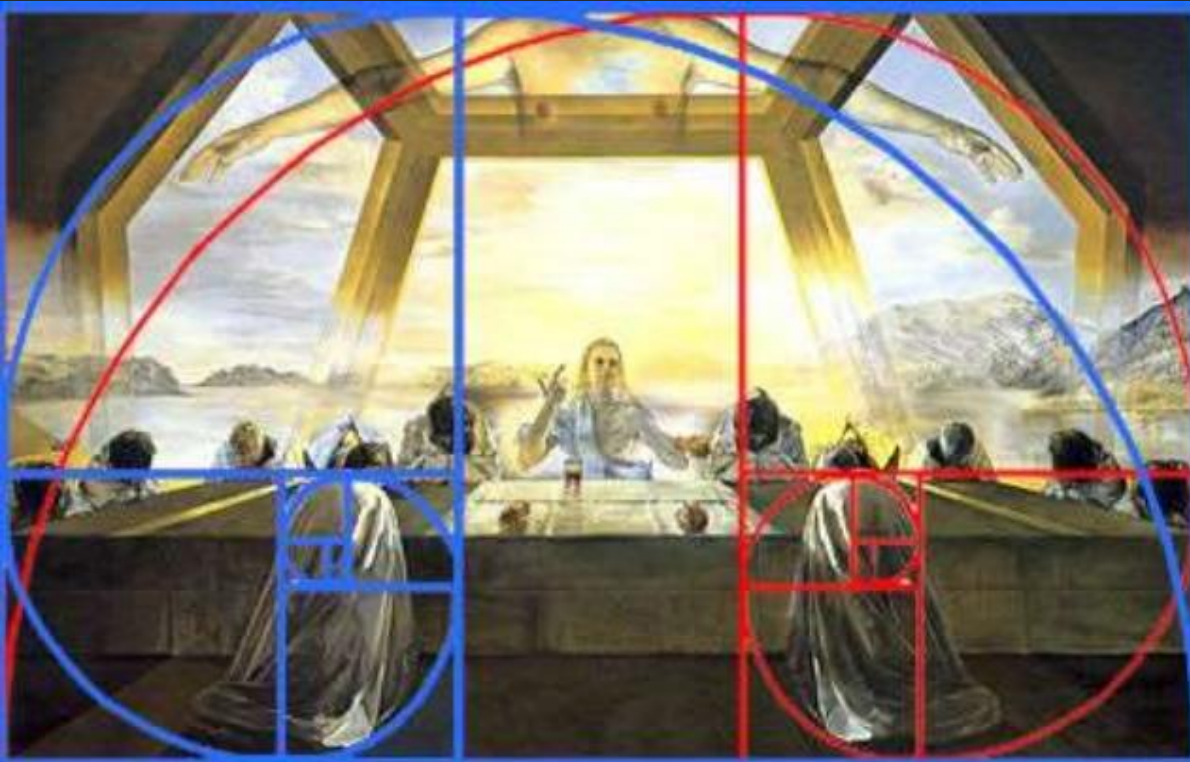
Παραδείγματα χρυσής αναλογίας στην Τέχνη



Κατά την **Αναγέννηση** οι καλλιτέχνες άρχισαν να επιστρέφουν στα κλασικά θέματα της αρχαιότητας για τις εμπνεύσεις τους και τις τεχνικές τους.

Θα μπορούσαμε για παράδειγμα να αναφέρουμε τους **Michelangelo** (1475-1564) και **Raphael** (1483-1530) οι οποίοι επανέφεραν στις συνθέσεις τους τη χρυσή τομή.

Παραδείγματα χρυσής αναλογίας στην Τέχνη



Το Μυστήριο του Μυστικού Δείπνου

Ο Μυστικός Δείπνος του **Salvador Dali** (1904-1989) πλαισιώνεται από χρυσά ορθογώνια.

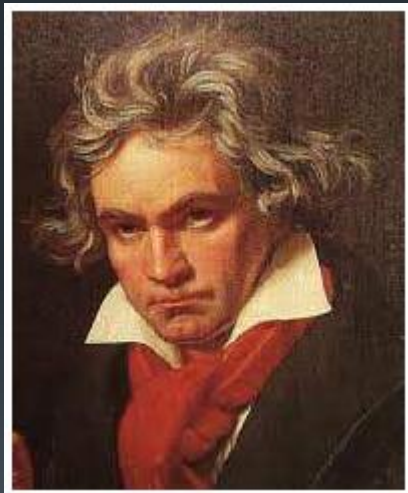
Χρυσοί λόγοι χρησιμοποιήθηκαν για να καθορίσουν τη θέση κάθε φιγούρας ενώ ο θόλος του δωματίου σχηματίζεται από τις έδρες κανονικού δωδεκάεδρου που είναι ένα από τα στερεά που συνδέεται άμεσα με την χρυσή τομή.



Wolfgang Amadeus Mozart
(1756-1791)



Johann Sebastian Bach
(1685-1750)



Ludwig van Beethoven
(1770-1827)

Παραδείγματα χρυσής αναλογίας στη μουσική

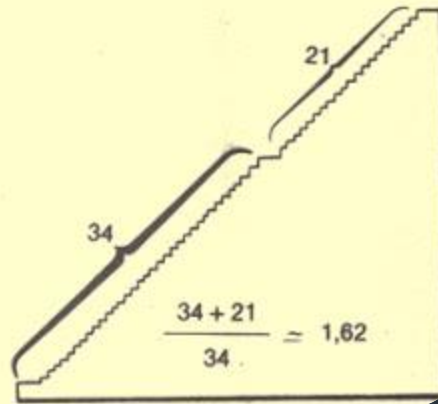
Και η μουσική δεν έμεινε ανεπηρέαστη από τη χρυσή τομή. Αγνοούμε όμως αν αυτό έγινε συνειδητά ή ασυνείδητα.

Παρατηρούμε και εδώ ότι στα έργα των μεγάλων συνθετών όπως του Μπαχ, του Μπετόβεν και του Μότσαρτ, υπάρχει μία διαίρεση των συνθέσεων τους σε λόγους χρυσής τομής. Για παράδειγμα:

Μοτίβο 5 μέτρα	372 μέτρα	Μοτίβο 5 μέτρα	228 μέτρα	Μοτίβο 5 μέτρα
X		Y		

Το περίφημο μοτίβο από την 5^η συμφωνία του Μπετόβεν, διαιρεί την πρώτη πράξη, όπως φαίνεται και από το σχεδιάγραμμα, σε λόγο **377:233 = 1,6180** που είναι ο λόγος της χρυσής τομής.
(Τα μέτρα που αναφέρονται είναι μουσικά μέτρα)

Παραδείγματα χρυσής αναλογίας στο Αρχαίο Θέατρο της Επιδαύρου.



Και η μουσική δεν έμεινε ανεπηρέαστη από τη χρυσή τομή. Αγνοούμε όμως αν αυτό έγινε συνειδητά ή ασυνείδητα. Παρατηρούμε και εδώ ότι στα έργα των μεγάλων συνθετών όπως του Μπαχ, του Μπετόβεν και του Μότσαρτ, υπάρχει μία διαίρεση των συνθέσεων τους σε λόγους χρυσής τομής. Για παράδειγμα:

$$\frac{34}{21 + 34} = 1,62$$

Χρυσός λόγος και ακολουθία Fibonacci



Ο Λεονάρντο της Πίζας ή **Φιμπονάτσι** (γενν. περίπου στα 1170 και πέθανε περίπου το 1250, πιθανώς στην Πίζα) ήταν **Ιταλός μαθηματικός** που έμεινε στην ιστορία για την περίφημη φερώνυμη ακολουθία του και για την εισαγωγή στην Ευρώπη του **αραβικού δεκαδικού συστήματος** αρίθμησης καθώς και άλλων μαθηματικών καινοτομιών σε μια σκοτεινή εποχή για τις επιστήμες στην Ευρώπη.

Μια χρυσή περιήγηση στη Γουολ Στριτ



Ralph Nelson Elliott

(1871 - 1948)

"In the 1930's, Ralph Nelson Elliott discovered that stock market prices trend and reverse in recognizable patterns. The patterns...are repetitive in *form*, but not necessarily time or amplitude"

Prechter - Elliott Wave Principle

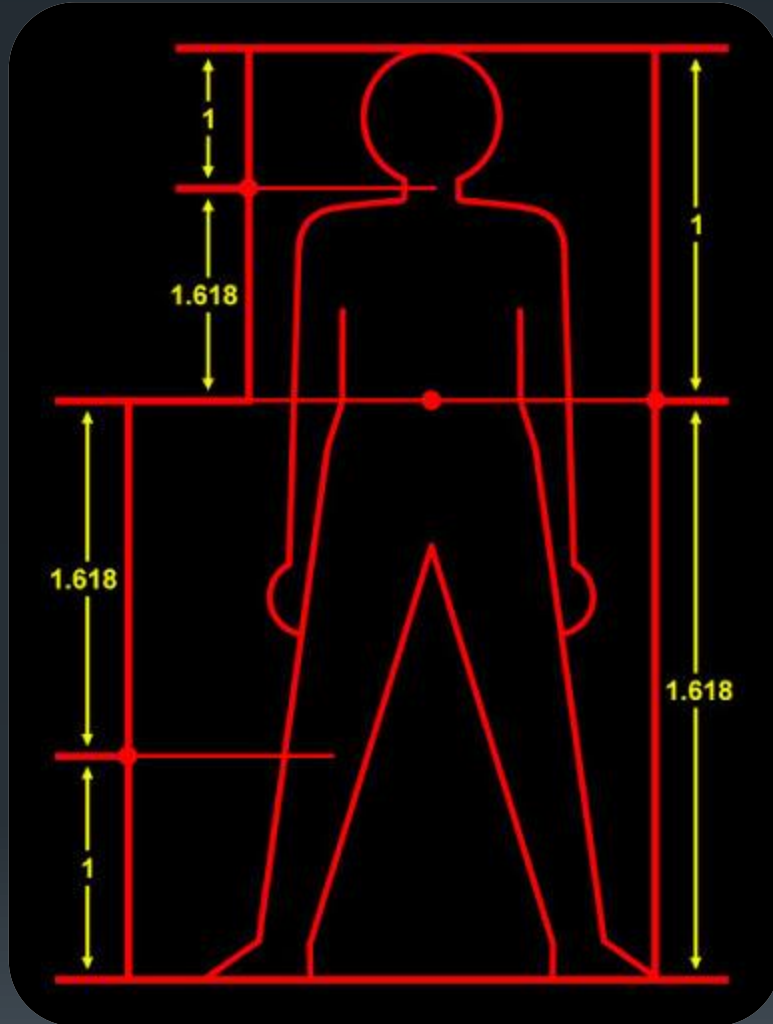
Ο Ralph Nelson Elliott (28 Ιουλίου 1871 - 15 Ιανουαρίου 1948) ήταν Αμερικανός λογιστής και συγγραφέας, η μελέτη του οποίου έδωσε στοιχεία για τη χρηματιστηριακή αγορά

Μια μορφή τεχνικής ανάλυσης που εντοπίζει τις τάσεις στις χρηματοπιστωτικές αγορές.

Παρατήρησε ότι οι τιμές της αγοράς αναπτύσσονται σε συγκεκριμένα πρότυπα, τα οποία σήμερα οι ασκούμενοι αποκαλούν **κύματα Elliott**



Παραδείγματα χρυσής αναλογίας στην ανατομία του ανθρώπινου σώματος.



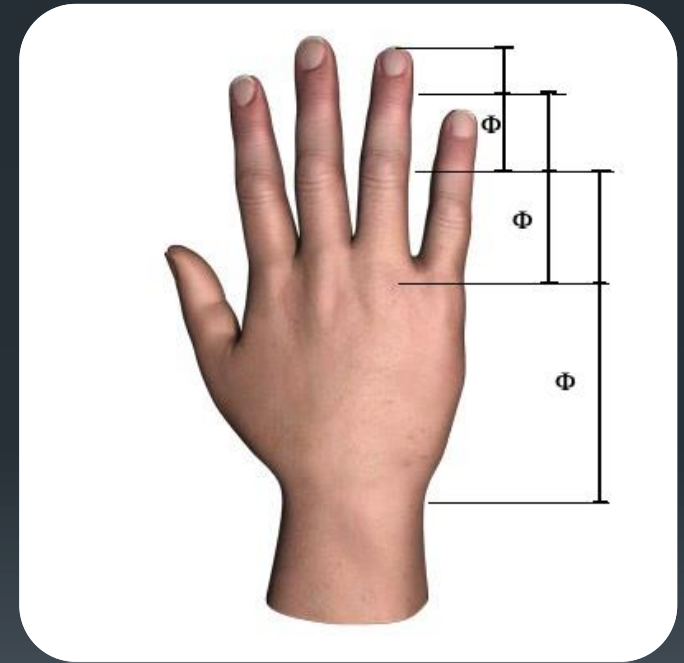
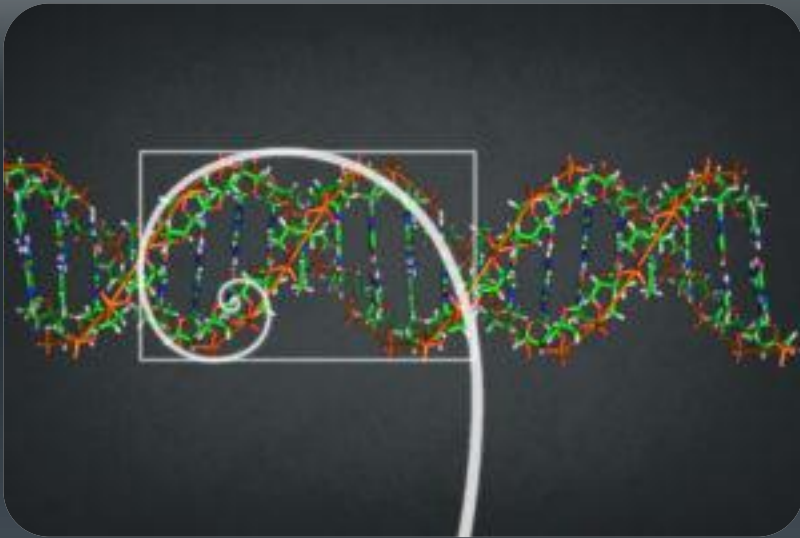
Το ανθρώπινο σώμα έχει δομηθεί και αναπτύσσεται σε αναλογίες ϕ .

Η απόσταση ζωτικών οργάνων (π.χ εγκέφαλος-καρδιά, στομάχι, γεννητικά όργανα κ.λ.π) εμπεριέχει αναλογίες ϕ .

1 : 1.618 (approx!)

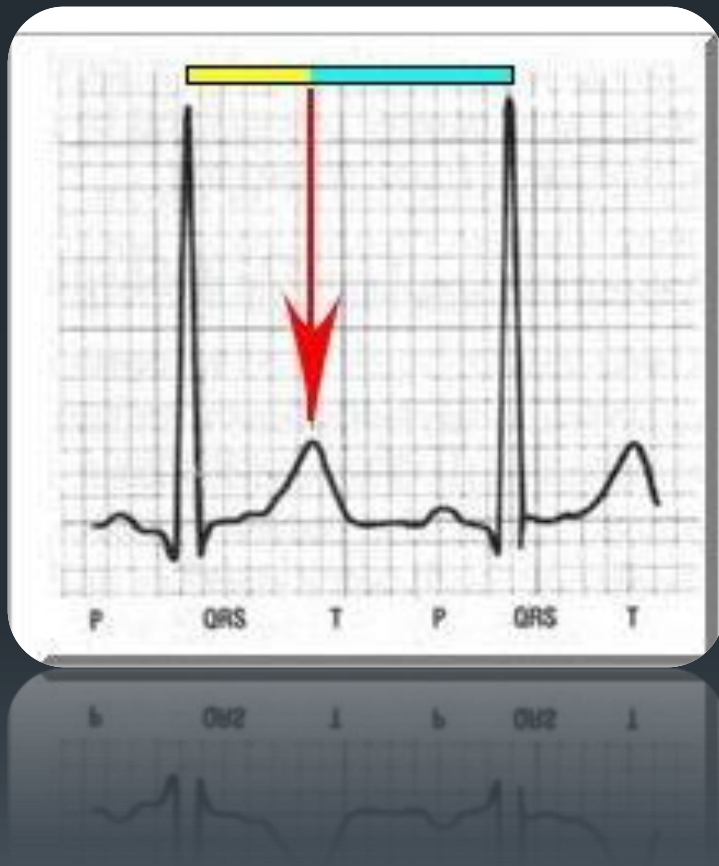


Παραδείγματα χρυσής
αναλογίας στην
ανατομία του
ανθρώπινου σώματος.



Τέλος δεν είναι λίγες οι καταγραφές
που μιλούν για την ύπαρξη του ϕ στη
δομή του **DNA**

Παραδείγματα εμφάνισης της χρυσής αναλογίας στην καρδιολογία



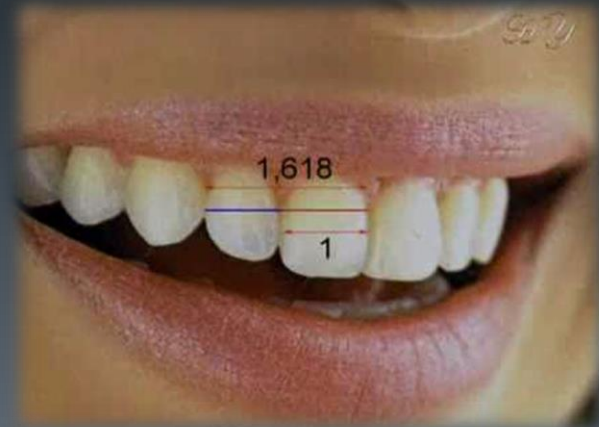
Το σχεδιάγραμμα δίπλα είναι ένα καρδιογράφημα σε στιγμή ηρεμίας.

Για τους καρδιολόγους, είναι μία ιδιαίτερα ικανοποιητική ένδειξη όταν το διάστημα μεταξύ δύο οξέων επαρμάτων R διαιρείται σε λόγο χρυσής τομής από ένα έπαρμα T (το κόκκινο βέλος στο διάγραμμα).

Παραδείγματα χρυσής αναλογίας στην αισθητική προσώπου



Είναι γνωστό ότι οι περισσότεροι πλαστικοί χειρουργοί στις επεμβάσεις τους, χρησιμοποιούν το ΧΡΥΣΟ ΑΡΙΘΜΟ και επιδιώκουν να επιτύχουν αναλογίες βασισμένες στο θεώρημα της Χρυσής τομής και τον αριθμό ϕ .



Παραδείγματα χρυσής αναλογίας στη φύση

Ο Πυθαγόρας (5^{ος} π.Χ) πρώτος παρατήρησε ότι τα φυτά και τα ζώα δεν μεγαλώνουν τυχαία, αλλά σύμφωνα με ακριβείς μαθηματικούς κανόνες. Δεν είναι τυχαία δηλαδή τα όμορφα σχέδια των λουλουδιών.

Το Σύμπαν δείχνει να τρέφει μια ιδιαίτερη αδυναμία γι' αυτόν τον αριθμό με τα άπειρα δεκαδικά ψηφία.



Παραδείγματα χρυσής αναλογίας στη φύση

$$a/b = (a+b)/a = \varphi \text{ "phi"} = 1.61803\dots$$



NATURE BY NUMBERS · CRISTÓBAL VILA · 2010 · WWW.ETEREAESTUDIOS.COM

NATURE BY NUMBERS · CRISTÓBAL VILA · 2010 · WWW.ETEREAESTUDIOS.COM



$\alpha = 222.19^\circ$

$\alpha = 355.18^\circ$

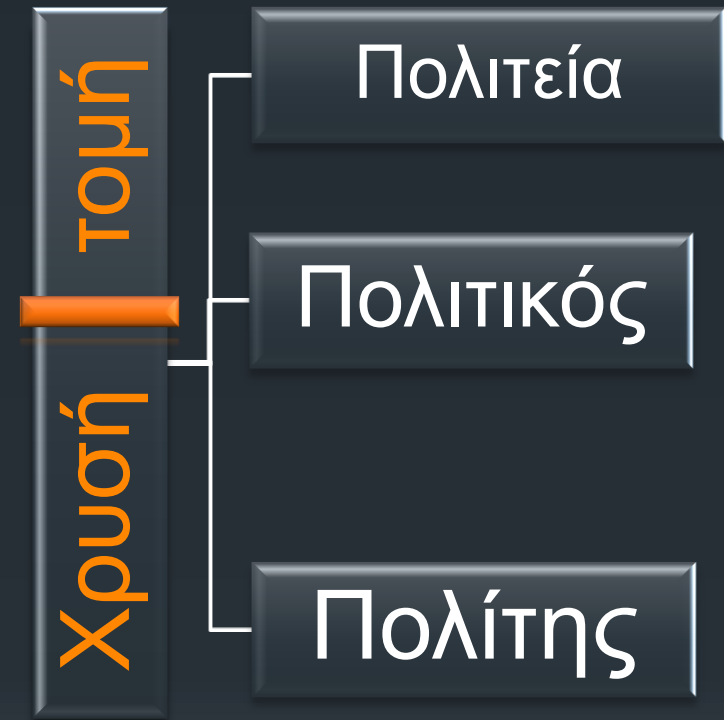
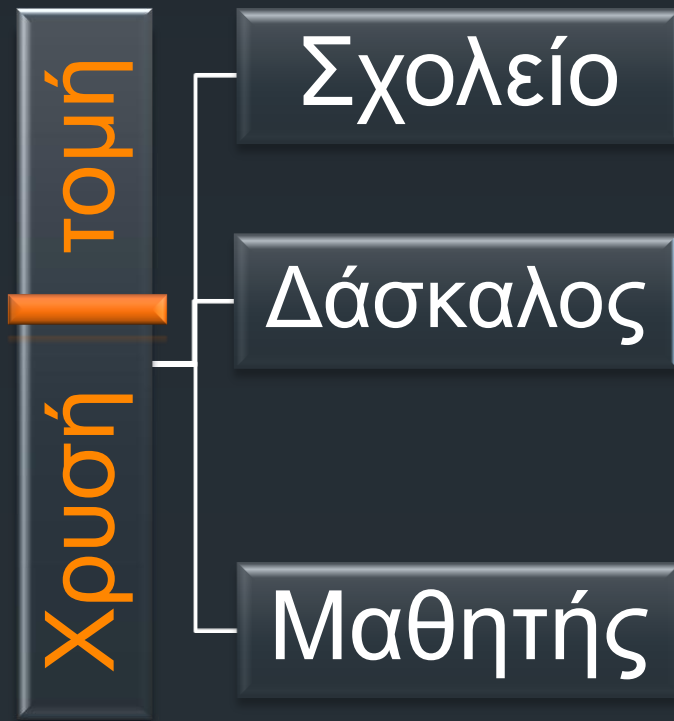
Αν παρατηρήσει κανείς ένα οποιοδήποτε φυτό από τον κήπο, θα συναντήσει σχεδόν σίγουρα τον αριθμό φ στη διάταξη των φύλλων ή των λουλουδιών του.

Για παράδειγμα, στην κυκλική διάταξη της στεφάνης του τριαντάφυλλου, τα πέταλα διατάσσονται όπως τα σκαλοπάτια μιας ελικοειδούς σκάλας.

Η γωνία ανάμεσα σε 2 πέταλα είναι περίπου 222,5 μοίρες. Αν διαιρέσουμε τις 360 μοίρες του κύκλου με τον αριθμό 222,5, το πηλίκο είναι, κατά μεγάλη προσέγγιση, ο αριθμός φ .

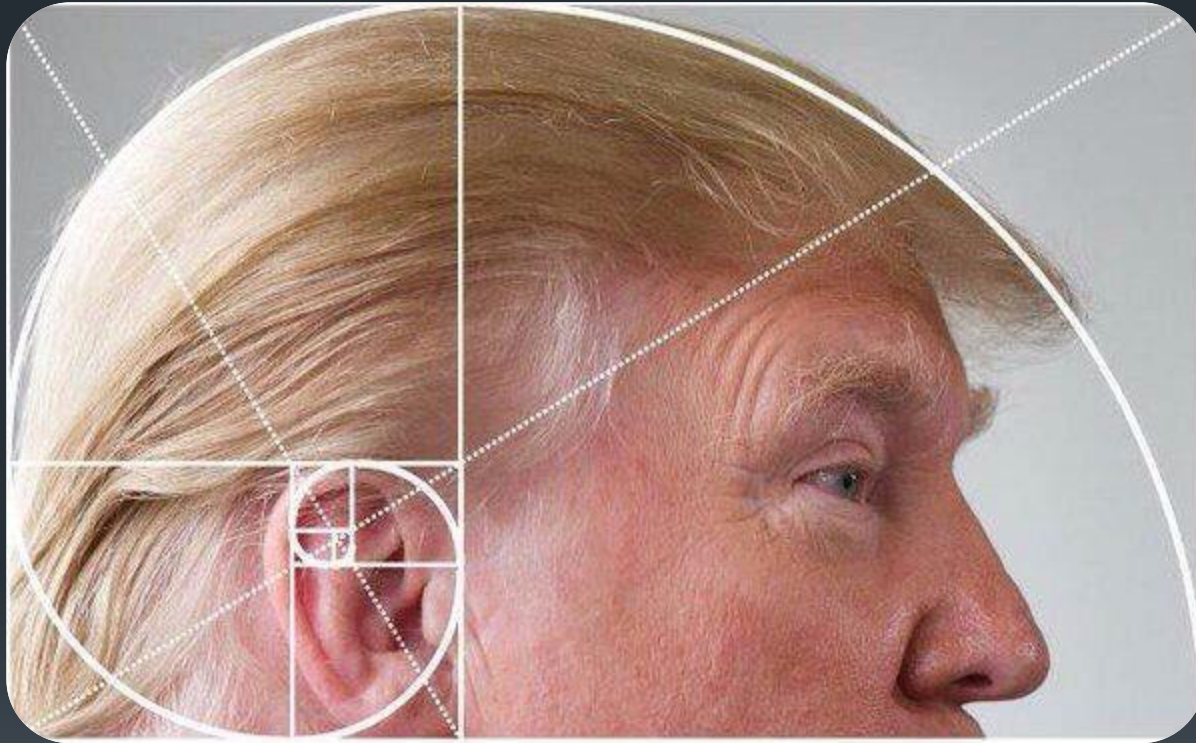
Σύμφωνα με μετρήσεις, σ' αυτήν ακριβώς τη γωνία των 222,5 μοιρών, τα φύλλα των φυτών ρίχνουν την ελάχιστη δυνατή σκιά το ένα στο άλλο.

επίλογος



- Η Φύση είναι ο μεγάλος δάσκαλος του ανθρώπου.
- Με την υπέρτατη σοφία της, που αποκτήθηκε μέσα από άπειρες αλλαγές και αστοχίες, σε δεκαέξι δισ. χρόνια, ανέδειξε την τελειότερη αναλογία σύνθεσης.
- Το χρυσό λόγο, «ως εάν το άριστο των αρίστων παράδειγμα».

Κι ένα τελευταίο
παράδειγμα (...)
εμφάνισης τής
χρυσής αναλογίας



ή μήπως όχι...!



Χρυσή Τομή - Golden Ratio Θεία αναλογία



Ευχαριστίες για την προσοχή σας!

*“Από όλους τους λαούς, οι Έλληνες
ονειρεύτηκαν το όνειρο της ζωής καλύτερα”
(Γκαίτε)*

Ματθαίος Τσιλπιρίδης – Μαθηματικός MSc Δ.τ.Μ
Α΄ Αρσάκειο – Τοσίτσειο Λύκειο Εκάλης – 07 Μαρτίου 2020