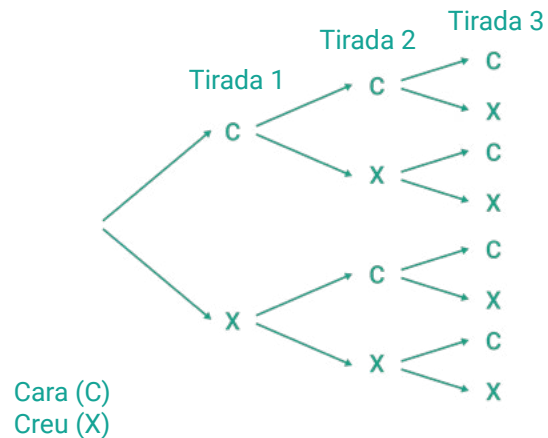




1. Es llança una moneda 3 cops.
a. Representa els resultats possibles en un diagrama d'arbre.



- b. Quin és l'espai mostral de l'experiment aleatori «Llançament d'una moneda 3 vegades»?

$\Omega = \text{CCC, CCX, CXC, CXX, XCC, XCX, XXC, XXX}$

- c. Quins elements de l'espai mostral formen els esdeveniments següents?
Calcula la probabilitat de cada esdeveniment.

A = Treure tres cares = CCC

B = Treure exactament dues creus = CXX, XCX, XXC

C = Treure cara en les dues primeres tirades = CCC, CCX

D = Treure cara en la segona tirada = CCC, CCX, XCC, XCX

Per calcular les probabilitats de cada esdeveniment, es pot utilitzar que:

$$P(\text{Esdeveniment}) = \frac{\text{n. elements de l'esdeveniment}}{\text{n. elements de l'espai mostral}}$$

$$P(A) = \frac{1}{8}, P(B) = \frac{3}{8}, P(C) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}, P(D) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}.$$

- d. És més probable l'esdeveniment B o el D?

$$P(B) = P(\text{Treure exactament dues creus}) = \frac{3}{8}$$

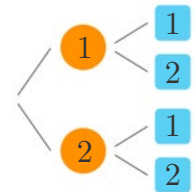
$$P(D) = P(\text{Treure cara en la segona tirada}) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

Com que $\frac{3}{8} < \frac{4}{8}$, és més probable treure cara en la segona tirada.

2. El diagrama d'arbre següent representa l'espai mostral del llançament de dues fitxes, una de rodona i una de quadrada, cadascuna numerada amb un 1 per davant i un 2 per darrere.

Quina és la probabilitat dels esdeveniments següents?

- $P(\text{Treure dos 1}) = \frac{1}{4}$
- $P(\text{Treure nombres diferents}) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$
- $P(\text{Treure un 1 a la fitxa rodona}) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

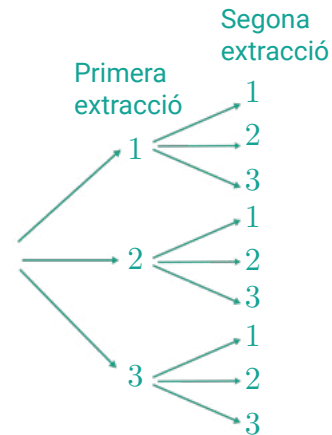




1. En una urna hi ha tres boles numerades de l'1 al 3. Es duu a terme l'experiment següent: s'extreu una bola i s'anota el seu número, es retorna la bola a l'urna i es repeteix el procediment un segon cop.

a. Quin és l'espai mostral de l'experiment aleatori?

Representem les possibles situacions de l'experiment en un diagrama d'arbre:



$$\Omega = 1-1, 1-2, 1-3, 2-1, 2-2, 2-3, 3-1, 3-2, 3-3$$

Utilitzem l'abreviació a-b, en què a és el resultat de la primera extracció i b el de la segona.

- b. Quins elements de l'espai mostral formen els esdeveniments següents? Calcula la probabilitat de cada esdeveniment

A = Treure les dues vegades l'1 = 1-1

B = Treure primer l'1 i després el 2 = 1-2

C = Treure un 1 i un 2 = 1-2, 2-1

D = Treure les dues boles amb el mateix número = 1-1, 2-2, 3-3

Per calcular les probabilitats de cada esdeveniment, es pot utilitzar que:

$$P(\text{Esdeveniment}) = \frac{\text{n. elements de l'esdeveniment}}{\text{n. elements de l'espai mostral}}$$

$$P(A) = \frac{1}{9}, P(B) = \frac{1}{9}, P(C) = \frac{2}{9}, P(D) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}.$$

- c. Quin dels esdeveniments A, B, C o D és més probable?

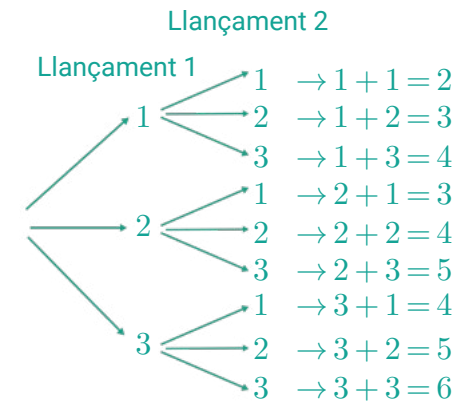
Com que $\frac{3}{9} > \frac{1}{9}$ i $\frac{3}{9} > \frac{2}{9}$, l'esdeveniment més probable és el D.

2. Es llança un dau de tres cares numerat de l'1 al 3 dues vegades i se sumen els resultats obtinguts.



- a. Representa les possibles situacions en un diagrama d'arbre.

Podem fer un diagrama d'arbre similar al de l'exercici 1:



- b. Completa una taula amb les possibles sumes que es poden obtenir i la probabilitat de cadascuna.

Suma dels nombres	2	3	4	5	6
Probabilitats	$\frac{1}{9} \approx 0,11 = 11\%$	$\frac{2}{9} \approx 0,22 = 22\%$	$\frac{3}{9} \approx 0,33 = 33\%$	$\frac{2}{9} \approx 0,22 = 22\%$	$\frac{1}{9} \approx 0,11 = 11\%$



- c. Una classe comprova els resultats fent 1 200 cops l'experiment i obté els resultats següents:

Suma dels nombres	2	3	4	5	6
Nombre de vegades	12	140	308	419	321

Hi ha motius per pensar que el dau està trucat?

Calculem el nombre de vegades que seria esperable que sortís cada resultat si féssim l'experiment 1 200 cops, i ho comparem amb els resultats experimentals:

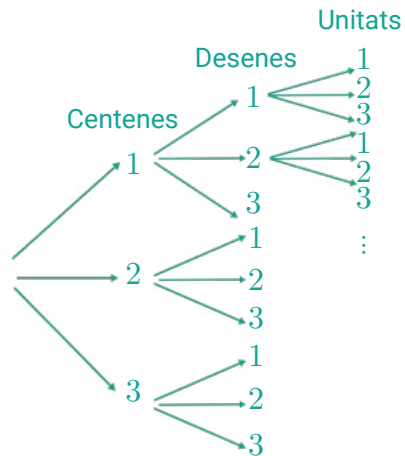
Suma dels nombres	2	3	4	5	6
Nombre de vegades esperades	$\frac{1}{9}$ de 1 200 $\approx$ 133	$\frac{2}{9}$ de 1 200 $\approx$ 267	$\frac{1}{3}$ de 1 200 = 400	$\frac{2}{9}$ de 1 200 $\approx$ 267	$\frac{1}{9}$ de 1 200 $\approx$ 133
Nombre de vegades obtingudes	12	140	308	419	321

Observem que el nombre de vegades esperades difereix molt del nombre de vegades que hem obtingut cada nombre; per exemple, el nombre de vegades que s'ha obtingut el 2 és 10 vegades més petit. Per tant, tot i que podria haver estat cosa de l'atzar, és raonable sospitar que el dau està trucat.



- Per a un sorteig de loteria s'han preparat tres urnes, cadascuna amb tres boles numerades de l'1 al 3. Per obtenir el nombre de tres xifres guanyador, s'extreu una bola de cada urna: en primer lloc, les centenes; després, les desenes, i per últim, les unitats.

Fem un diagrama d'arbre de l'espai mostral per facilitar-ne la comprensió:



- Quina és la probabilitat d'obtenir un nombre més gran que 300?

Per obtenir un nombre més gran que 300 hi ha d'haver un 3 a les centenes. Per tant, $P(\text{Obtenir un nombre més gran que 300}) = \frac{1}{3}$.

- Quina és la probabilitat d'obtenir un nombre capicua?

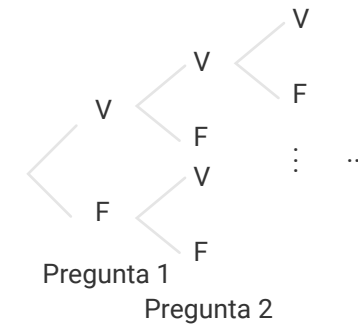
$P(\text{Obtenir un nombre capicua}) = \frac{9}{27} = \frac{1}{3}$.

- Quina és la probabilitat d'obtenir un nombre les xifres del qual sumin 8?

Perquè la suma sigui 8, dues de les boles han de tenir un 3 i l'altra un 2 ($3 + 3 + 2 = 8$).

Per tant, $P(\text{Obtenir un nombre les xifres del qual sumin 8}) = \frac{3}{27} = \frac{1}{9}$.

- L'Oliver ha fet un test de vertader o fals. Per calcular la probabilitat que hi ha d'encertar totes les preguntes si respon a l'atzar, ha fet un diagrama com el següent:



Si la probabilitat d'encertar totes les preguntes a l'atzar és $\frac{1}{32}$, quantes preguntes té l'examen?

Per a cada pregunta només una de les opcions de resposta és correcta, de manera que, de totes les combinacions de respostes que tenim, només en una totes les respostes són correctes. Per tant, el nombre de casos favorables és 1.

Com que la probabilitat d'encertar totes les preguntes a l'atzar és $\frac{1}{32}$, llavors el nombre de casos possibles (elements de l'espai mostral) és 32.

Per a cada pregunta del test, observem que el nombre d'elements de l'espai mostral es duplica:

	Nombre de preguntes	Elements de l'espai mostral	
+1	1	2	· 2
+1	2	4	· 2
+2	3	8	· 4
	5	32	

Per tant, el test té 5 preguntes.