

GEOMETRIA: Círculo e Circunferência

Henrique Cristiano Thomaz de Souza

Norberto José Polsin

Natali Angela Felipe

Suelen Geronço

Isaias Guilherme de Souza Boruch

Celine Maria Paulek

Matheus Mauricio Novinski

Jackson Rodrigo Soares

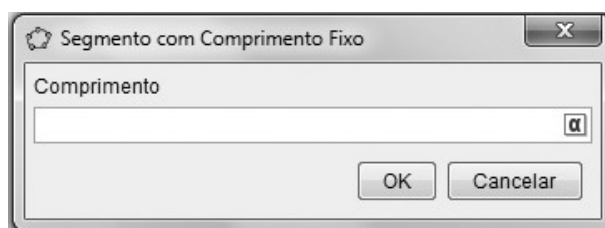
Cristiane Katchoroski

Marcelo Moreira

Tarefa 1

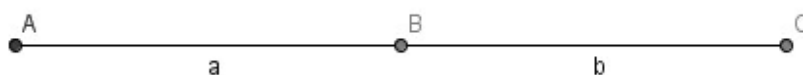
O objetivo desta tarefa é introduzir o conceito de circunferência.

- 1º. Crie um segmento de comprimento fixo utilizando a ferramenta “segmento com comprimento fixo” . Clique na janela de visualização e digite um valor entre 1 e 5 para o comprimento do segmento. A ferramenta nomeará dois pontos “A” e “B”, que são as extremidades do segmento criado;



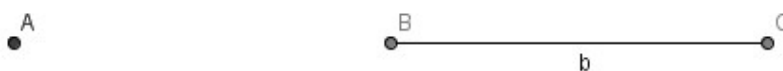
- 2°. Novamente utilizando a ferramenta “Segmento Com Comprimento Fixo” crie outro segmento. Depois de selecionar a ferramenta, clique no ponto “**B**” e na caixa que aparecerá digite o mesmo valor escolhido por você no 1º passo desta tarefa. O programa nomeará como **C** a outra extremidade do segmento;

*Os segmentos **AB** e **BC** de comprimento fixo criados serão o raio da circunferência a ser construída no próximo passo. É importante que o segundo segmento **BC** seja criado com extremidade em **B** (que será o centro da circunferência) para que os segmentos não fiquem sobrepostos e que posteriormente seja possível a comparação entre o ponto **A** e o rastro do ponto **C**. A figura abaixo representa como ficará a construção depois do 1º e 2º passos.*



- 3°. O próximo passo será ocultar um dos segmentos criados. Clique com o botão direito sob o segmento AB e em seguida, clique na opção “Exibir Objeto”  Exibir Objeto;

Como objetiva-se criar uma circunferência, um dos segmentos será ocultado para que a visualização e análise da figura a ser formada sejam facilitadas. Contudo, isso pode ajudar em questões posteriores o professor explicar o que é raio.



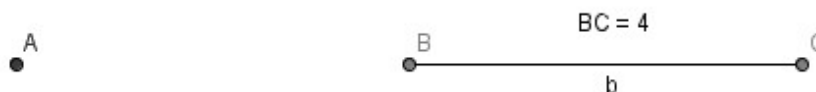
- 4°. Clique com o botão direito sob o ponto C e em seguida utilize a opção “Habilitar Rastro”  Habilitar Rastro;

*Ao habilitarmos o rastro, o software marcará os espaços por onde o ponto **C** (a ser movimentado) passou.*



- 5º. Selecione a ferramenta “Distância, comprimento, perímetro”  e depois clique nos pontos **B** e **C**.

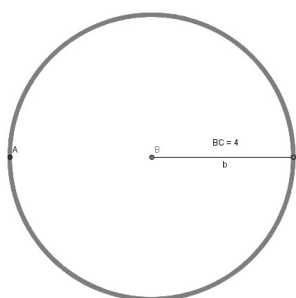
A medida do segmento **BC** é habilitada para que em questões posteriores o aluno perceba que mesmo deslocando o ponto **C** essa distância não se altera. A imagem abaixo ilustra como ficará a construção até esse passo, utilizando um comprimento para os segmentos igual a 4.



- 6º. Usando a ferramenta “mover” , desloque o ponto “C” em qualquer direção;

O ponto **C** pode ser movido em qualquer direção, pois está limitado à mesma distância de **B**, já que é extremidade do segmento **BC** (que também é o raio). Quando se completa 360º, o rastro do ponto **C** formará a circunferência desejada.

Segue abaixo um exemplo da construção com todos os seus passos concluídos:



Agora que você fez a construção no Software, responda:

- 1) Depois de movimentar o ponto **C**, que relação você pode observar entre seu rastro e o ponto **A**?

*As respostas esperadas nesse questionamento estão relacionadas a: o ponto **C** se aproxima e distância de **A**, ou ainda, que o de acordo com a movimentação o ponto **C** sempre passará (ou ficara sobre) o ponto **A**.*

- 2) Quando você movimenta o ponto **C**, o que acontece com a medida do segmento **BC**?

*As respostas aqui vão ao encontro da não alteração da medida de **BC**, ou seja, a medida do segmento **BC** não se altera.*

A partir disso o professor pode introduzir o conceito de raio perguntando: Como vocês nomeariam esse segmento?

Segue a definição de raio: Chama-se de raio qualquer segmento de reta de comprimento fixo e que possuam extremidade em um ponto fixo.

- 3) Descreva a figura formada pelo rastro do ponto **C**.

Esta pergunta pode render diversas respostas diferentes, como círculo, bola, roda e outras, contudo, caberá ao professor realizar a socialização das respostas dadas pelos alunos e a partir delas formalizar a definição desta figura formada que é a circunferência.

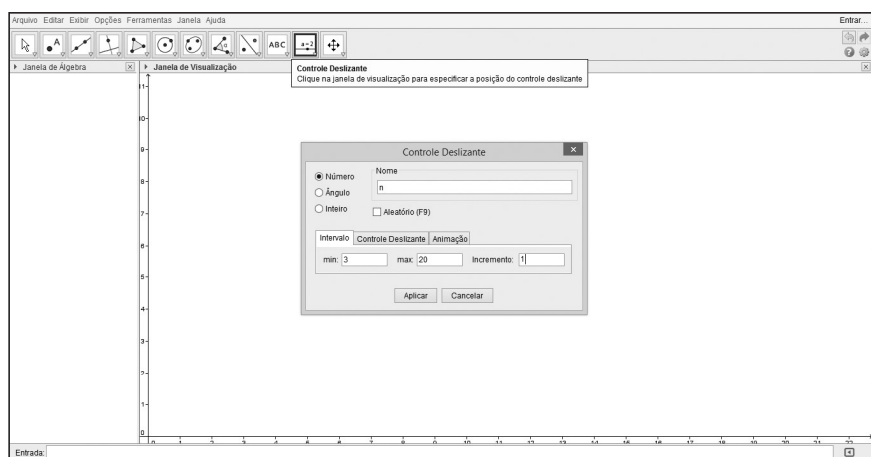
A definição formal de circunferência é: “Circunferência é o conjunto de pontos de um plano que estão a uma dada distância constante de um ponto fixo do plano.” (IEZZI; DOLCE e MACHADO; 2009, p. 303).ⁱ

*Em concomitante a definição o professor pode realizar as seguintes perguntas até para ajudar a formá-la: Qual é a distância entre os pontos **B** e **C**? Essa distância se altera? Então todos os rastros de **C** estão a mesma distância de **B**?*

Tarefa 2

Objetivo: Perceber que conforme se aumenta os lados de um polígono inscrito em uma circunferência o seu perímetro se aproxima do comprimento de uma circunferência.

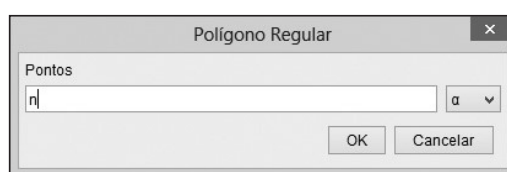
- 1º. Primeiramente deve-se construir um seletor, clicando em “*controle deslizante*”  e em qualquer lugar sobre a janela de visualização, nomeando-o de n e alterando o intervalo mínimo para 3, o máximo para 20 e o incremento para 1, selecionando aplicar;



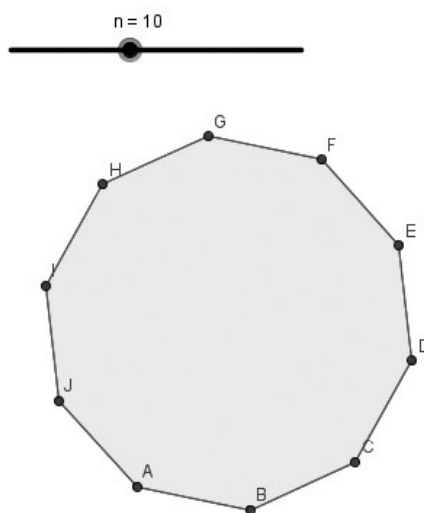
O seletor n é criado para que depois com a construção do polígono possamos alterar o número de lados do mesmo movendo apenas este seletor. O valor de mínimo do seletor é alterado para 3, pois sabe-se que como a função do seletor será a de alterar o número de lados do polígono, não há como se obter um polígono com menos de 3 lados. O valor de máximo é alterado para 20 por questão de visualização, 20 é um número de lados que possibilitará os alunos conseguirem identificar a aproximação entre o polígono e a circunferência a ser criada em passos posteriores. O incremento também deve ser alterado para 1 devido a variação entre o números de lados ser de um a um, pois não há como existir com polígono de por exemplo, 3,01 lados.

Neste passo da tarefa o professor pode lembrar aos alunos o que é um polígono, de maneira formal: polígonos regulares têm todos os lados e também todos os ângulos internos com medidas iguais. (DANTE, 2002, p. 185).

- 2º. Selecione a ferramenta “Polígono regular” . Construa dois pontos fixo **A** e **B** e em seguida aparecerá a seguinte janela, assim estipule a criação de um polígono regular de n vértices;



Cria-se o polígono com n vértices (ou pontos) para que o número de lados do polígono regular n varie de acordo com o seletor n configurado no passo anterior. Ou seja, isto se faz necessário para que o polígono altere de acordo com a movimentação do seletor que por consequência determinará o número de lados do polígono. Isto pode ser exemplificado pela figura a seguir:



- 1) Sabe-se que perímetro de um polígono é a soma dos valores dos seus lados. Quando aumentamos o valor do seletor n (com a ferramenta “mover”  selecionada) de 3 até 20:

a) O que ocorre com os lados do polígono regular criado?

R: Basicamente objetiva-se que os alunos respondam que os lados do polígono aumentam ou a figura aumenta, ou seja, aumentando o valor do seletor o número de lados do polígono também aumenta.

b) E com o perímetro?

Basicamente objetiva-se que os alunos respondam que o perímetro do polígono aumenta ou a figura aumenta, ou seja, aumentando o valor do seletor o perímetro do polígono também aumenta.

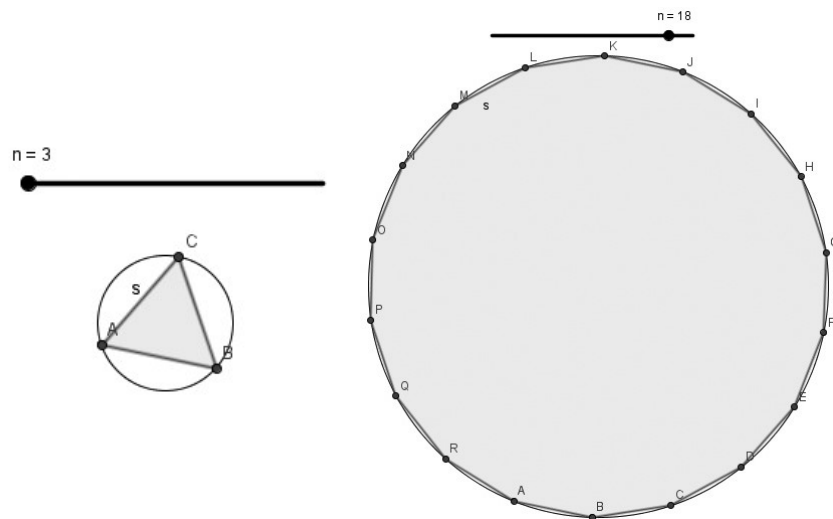
Seria interessante que o professor dar a orientação para que os alunos movam o seletor para cada valor de n de um em um para que tenham mais facilidade em perceber o que está acontecendo e então responder a questão.

Observação: Antes de iniciar o 3º passo mova o seletor novamente para $n=3$.

- 3º. Use a ferramenta “Circulo definido por três pontos” , clique em **A** e **B** (pontos fixos) e no outro ponto do polígono regular;

- 4º. Com a ferramenta “mover”  selecionada, mova novamente o “seletor n ”;

*Ao construir o círculo definido por três pontos que na verdade é a circunferência o polígono ficará circunscrito na mesma, mas para isto é que é necessário clicar nos pontos fixo **A** e **B** e posicionar o seletor em $n=3$, para que conforme for alterado o seletor e consequentemente os lados do polígono altere-se a circunferência também. Com esta construção e o movimento do seletor é que será possível o aluno perceber que conforme se aumenta o número de lados do polígono o mesmo tende a circunferência. A seguir uma figura referente à construção realizada:*



- 1) Observe o que ocorre com a circunferência e o polígono, conforme os valores de seletor n aumentam de 3 até 20. A partir do que foi observado, que relação pode ser estabelecida entre o perímetro do polígono e o comprimento da circunferência?

R: Aqui se espera que os alunos respondam algo parecido com: o perímetro do polígono regular vai ser próximo ou vai tender ao comprimento da circunferência. Aqui se o professor achar necessário pode-se retomar o que é circunferência, conceito abordado na tarefa 1.

E a partir das respostas dos alunos o professor pode fazer um fechamento de que o perímetro do polígono regular vai tender a ser igual o comprimento da circunferência. Assim o professor pode retomar com a turma como se calcula o perímetro de um polígono: Perímetro é a medida do comprimento de um contorno, ou seja, é a soma do comprimento de todos os lados de uma figura dada. (DANTE, 2005, p. 212).

Tarefa 3

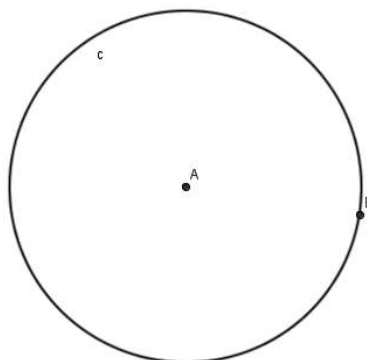
O objetivo da tarefa é que os alunos compreendam que $\frac{c}{2r} = \pi$, ou seja, $c = 2\pi r$.

- 1º. Selecione a ferramenta “Círculo definido pelo centro e um de seus pontos”  e construa uma circunferência **c**, ao construir a circunferência serão construídos também os pontos **A**(centro da circunferência) e **B**(ponto na circunferência);

*Com este item os alunos irão criar uma circunferência com centro em A e consequentemente criarão um ponto B na circunferência, desta forma o segmento **AB** a será o raio da circunferência;*

A figura abaixo mostra como deverá ficar a circunferência;

Se necessário o professor deverá relembrar o conceito de circunferência visto na tarefa 1;



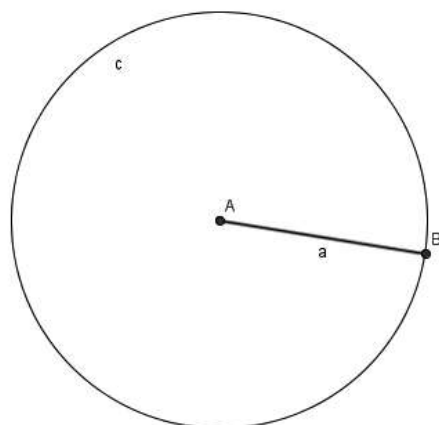
- 2º. Selecione a ferramenta “segmento de reta definido por dois pontos”  e construa o segmento de reta determinado pelos pontos **A** e **B**;

*Com este item os alunos deverão criar o segmento **AB** que é equivalente ao raio da circunferência.*

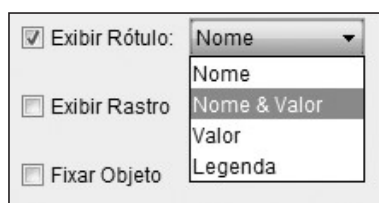
A figura abaixo mostra como deverá ficar a circunferência ao criar o segmento;

*Lembrando que o ponto **B** não possui um lugar certo para aparecer, ele poderá ficar em qualquer ponto pertencente à circunferência.*

Neste passo o professor deverá relembrar aos alunos o que é raio visto na tarefa 1.

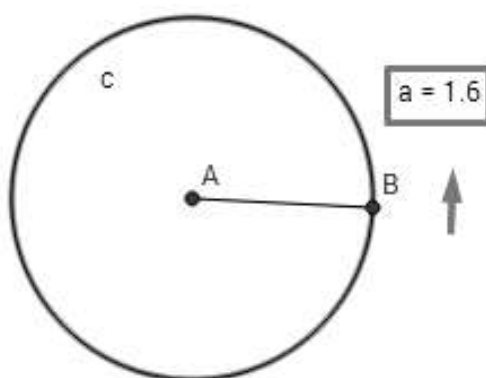


- 3°. Clique com o botão direito do mouse sobre o segmento a e selecione o ícone “Propriedades”  “Propriedades ...”, na opção “exibir rótulo” selecione a opção “nome & valor”;



Se necessário o professor deverá dizer aos alunos que a medida do segmento a é a medida do raio da circunferência;

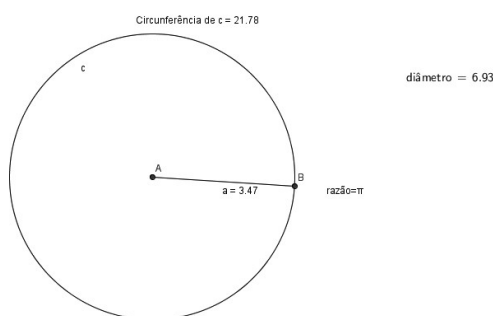
A figura abaixo mostra como deverá ficar a construção após de realizar o que se pede no 3°;



- 4º. Selecione a ferramenta “Distância, comprimento, perímetro”  e calcule o comprimento da circunferência c ;

O professor se necessário deverá dizer aos alunos que o perímetro de uma circunferência é o comprimento da circunferência;

A figura abaixo mostra como deverá ficar a construção após este passo;



- 5º. Selecione a ferramenta “mover”  e movimente os pontos A e B da circunferência e anote os valores do perímetro e do raio. Repita o processo mais quatro vezes e anote os resultados obtidos e com auxílio da calculadora complete a tabela;

Observação: “Diâmetro é uma corda que passa pelo centro da circunferência. A medida do diâmetro é o dobro da medida do raio”

Com esse passo os alunos poderão completar as colunas correspondentes ao perímetro e ao diâmetro.

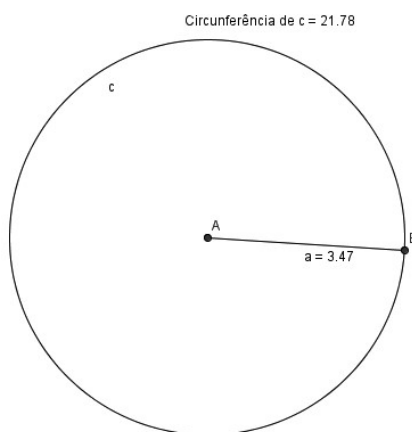
Um exemplo de preenchimento da tabela é apresentado abaixo:

	Perímetro	Diâmetro	Perímetro/diâmetro
1	14,39	4,58	3,13
2	13,07	4,16	3,14
3	19,42	6,18	3,14
4	16,96	5,4	3,14
5	20,43	6,5	3,14

Os alunos deverão chegar com a razão a valores próximos de 3,14.

- 6º. Digite na caixa de entrada o texto “razão=”+(perímetro/(2*a));

Com este passo, queremos que os alunos observem que a razão do perímetro da circunferência, pelo diâmetro tende a resultar o valor de π , ou seja, 3,14.



- 7º. Selecione a ferramenta “mover”  e movimente os pontos A e B, observe o que acontece com o valor da razão, do perímetro, do raio e anote. Repita o processo quatro vezes e anote os resultados obtidos na tabela abaixo;

Um exemplo preenchido da tabela:

	Perímetro	Diâmetro	Razão
1	10,07	1,6	π
2	15,12	2,41	π
3	20,23	3,22	π
4	21,99	3,5	π
5	12,57	2	π

Aqui o professor deverá relembrar se necessário o que é o π e que o seu valor se aproxima 3,14;

Nesse passo os alunos repetirão a mesma ideia da primeira tabela, mas com valores diferentes, afim dos alunos completarem-na sozinhos e

para que possam responder as perguntas solicitadas após a tabela estar completa.

- 1) Que relação você pode estabelecer entre a os dados anotados na tabela?

Quanto é dividido o perímetro pelo diâmetro (duas vezes o raio),
 $Razão = \frac{Perímetro}{2 \cdot raio}$, temos que em ambas as tabelas os valores se aproximam de π , ou seja, se c = comprimento da circunferência e r = raio: $\frac{c}{2r} = \pi$;

- 2) Como pode ser reescrita a igualdade encontrada para determinar o comprimento da circunferência c ?

Devido à relação comprimento/diâmetro nas regiões circulares, conseguimos descobrir um valor constante, aproximadamente igual a 3,14. Esse número irracional ficou conhecido por “pi”, o qual é representado pelo símbolo π . Em qualquer região circular basta dividirmos o comprimento da mesma, pela medida do diâmetro, que encontraremos o valor correspondente a 3,14 aproximadamente. Com base nessa descoberta, o comprimento de uma região limitada por uma circunferência é calculada através da expressão matemática $c = 2\pi r$.

Tarefa 4

Objetivo: fazer com que os alunos compreendam o que é um círculo e o diferenciem da circunferência.

- 1º. Crie um ponto **A** usando a ferramenta “novo ponto” .

O ponto **A** será criado para que a partir dele possamos criar todos os segmentos solicitados na tarefa. Ele será o centro de nosso círculo, que será formado ao final da tarefa.

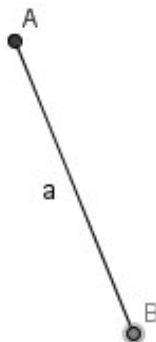


- 2º. Crie um segmento com comprimento fixo. Para isso utilize a ferramenta “segmento com comprimento fixo” . Crie esse segmento com comprimento fixo (digite o valor desejado) e início no ponto **A**, o programa nomeará o outro ponto de extremidade de **B**;

*Ao criarmos o segmento **AB**, estamos criando o raio do círculo. Se necessário o professor poderá relembrar o conceito de raio visto na tarefa 1. Pode-se colocar qualquer valor para ele, contudo, os valores dos segmentos **AB** (segundo passo) e **AC** (quarto passo) devem ser iguais. Caso se faça necessário, o professor pode relembrar o conceito de segmento de reta (visto tarefa 1) com os alunos.*

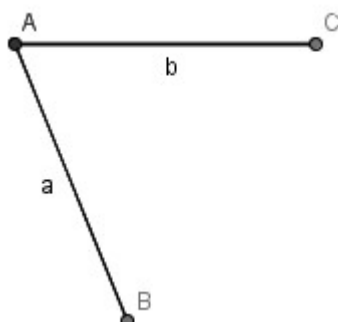


- 3º. Usando a ferramenta “mover” , clicar no ponto **B** e deslocá-lo;
Os alunos deverão movimentar o segmento criado, para que ao realizar o próximo passo os segmentos não se sobreponham.
A imagem abaixo ilustra uma possível posição do segmento:

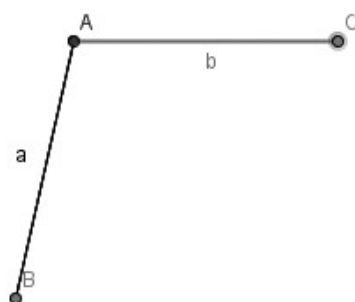


- 4º. Usar o mesmo procedimento já utilizado para construir um novo segmento de origem no ponto **A**, com o mesmo comprimento fixado, onde será nomeado o ponto da extremidade de **C**;

*Os alunos deverão criar um novo segmento com comprimento fixo que terá início no ponto **A**, e a medida deste novo segmento deverá ter a mesma medida do primeiro. Confira como pode ficar a construção:*

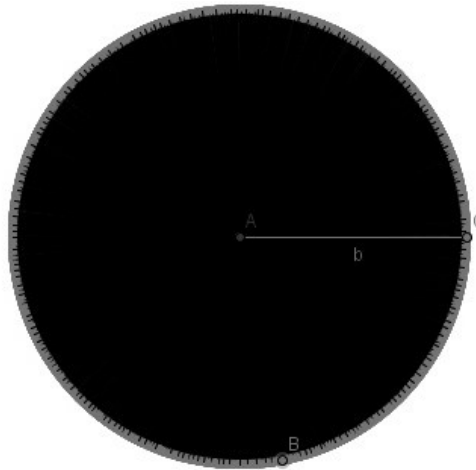


- 5º. Clicar com o botão direito sobre o segmento **AB** criado na opção “habilitar rastro”;
- 6º. Clicar com o botão direito sobre o ponto **B** na opção “habilitar rastro”;
*Habilitar o rastro é importante, pois no oitavo passo iremos deslocar o ponto **B** e o segmento **AB**. Assim, por onde o segmento passar ela deixará uma marca, que ao final criará um círculo.*
- 7º. Clicar com o botão direito no segmento **AB** e selecionar a opção “propriedades”, “cor” e mude para uma cor diferente do segmento **AC**;
*O objetivo de se mudar a cor do segmento **AB** é que ele e o segmento **AC** possuam cores distintas e que desta forma, **AC** se destaque como raio do círculo.*
*Quando completarmos o oitavo passo e tivermos nosso círculo, teremos **AC** perfeitamente destacado como raio. A figura abaixo exemplifica como deverá ficar a construção até este passo.*



- 8º. Usando a ferramenta “mover”  deslocar o ponto **B**, que deslocará também o segmento **AB**.

Quando movermos o ponto **B** também moverá o segmento **AB**. Como habilitamos o rastro de ambos, os lugares onde os elementos passarem ficarão demarcados. Assim, teremos nosso círculo construído e atingiremos o objetivo final de nossa tarefa. Segue abaixo um exemplo de como poderá ficar a construção:



- 1) Movimentando o ponto B que figura foi formada?

A questão 1 pode render diferentes respostas entre os alunos, entre elas: bola, disco, roda e outras. Entretanto, nossa figura formada é o círculo.

- 2) O que difere essa figura de uma circunferência?

São várias as diferenças entre círculo e a circunferência. Contudo, a principal é que na circunferência consideramos apenas os pontos equidistantes de um ponto fixo chamado de centro, enquanto no círculo consideramos os pontos com distância menor ou igual ao ponto de centro. Nota-se esta diferença no conceito de ambos, os quais aparecem na tarefa 1 (circunferência) e tarefa 4 (círculo)¹.

- 3) Descreva como é formada essa figura:

Podemos utilizar a seguinte definição de círculo: “O círculo é a reunião da circunferência com o conjunto dos seus pontos internos.” (IEZZI; DOLCE e MACHADO; 2009, p. 30)

¹ A definição de círculo será apresentada na terceira questão.