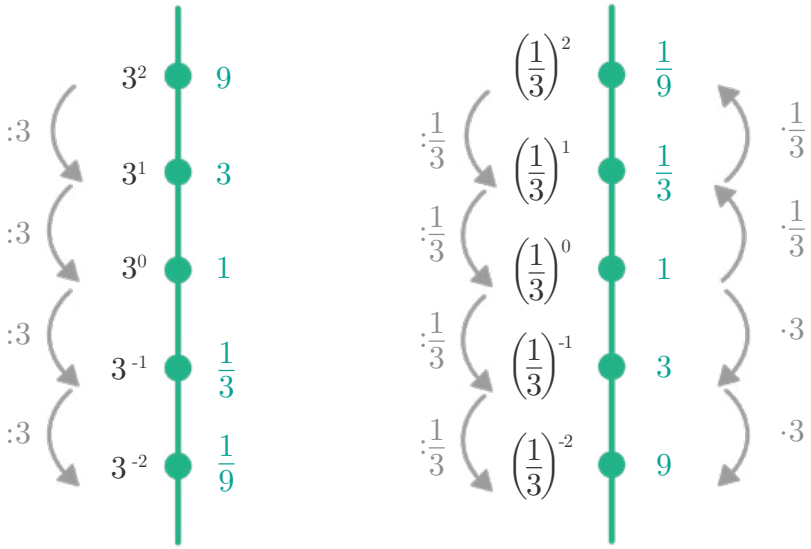
1. Completa les lianes amb els resultats de les potències:



a. Què hi observes?

Es poden fer observacions com les següents:

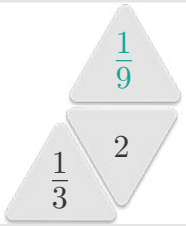
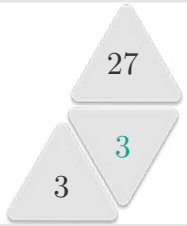
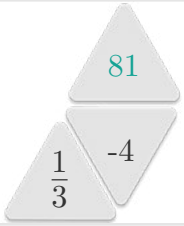
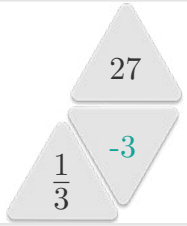
i. Per a cadascuna de les lianes, els resultats de les potències amb exponents oposats són un l'invers de l'altre. Per exemple, $3 \cdot 3^{-1} = 3 \cdot \frac{1}{3} = 1$.

ii. Per a la primera liana, les potències amb exponent negatiu es poden expressar com a fracció unitària amb una potència de la mateixa base al denominador, però amb l'exponent de signe oposat. Per exemple, $3^{-2} = \frac{1}{9} = \frac{1}{3^2}$.

ii. En les lianes de 3 i d'$\frac{1}{3}$, que són un l'invers de l'altre, les potències d'exponents oposats tenen com a resultat el mateix nombre. Per exemple, $3^{-2} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$.

b. Completa les parelles de capsetes potencials següents i escriu la potència relacionada en cada cas. Si cal, ajuda't de les lianes

Una estratègia per completar les capsetes potencials consisteix a aprofitar les observacions de l'apartat anterior o ampliar les lianes de potències anteriors.

I.	II.	III.
		
$\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$	$3^4 = 81$	$3^3 = 27$
		
$3^{-2} = \frac{1}{9}$	$\left(\frac{1}{3}\right)^{-4} = 81$	$\left(\frac{1}{3}\right)^{-3} = 27$

2. Comprova si es compleix la igualtat per a les parelles de nombres següents:

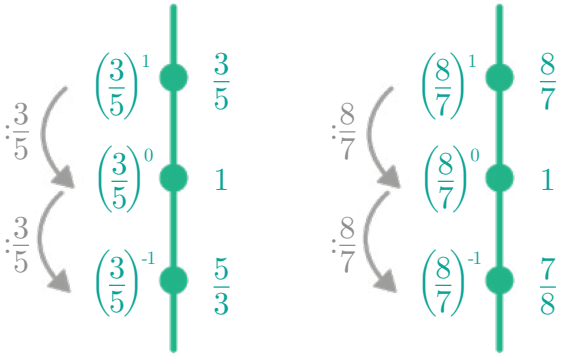
Podem veure que la igualtat es compleix per a totes les parelles de nombres mitjançant raonaments diversos:

a. Assimilant la liana de potències d'$\frac{1}{4}$ a la d'$\frac{1}{3}$, completades abans:
$\left(\frac{1}{4}\right)^{-1} = 4 = \frac{4}{1}$

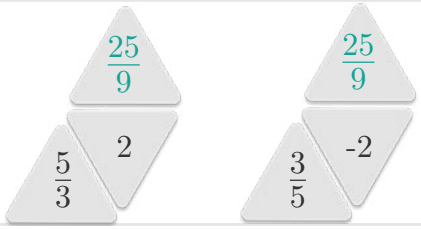
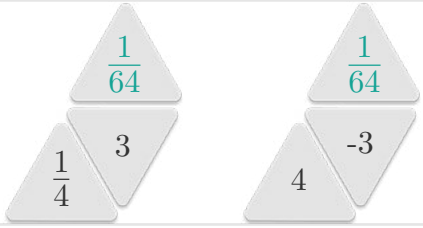
b. Fent la liana de potències de $\frac{3}{5}$: $\left(\frac{3}{5}\right)^{-1} = \frac{5}{3}$

c. Assimilant la liana de potències del 9 a la del 3, completada abans:
$\left(\frac{9}{1}\right)^{-1} = 9^{-1} = \frac{1}{9}$

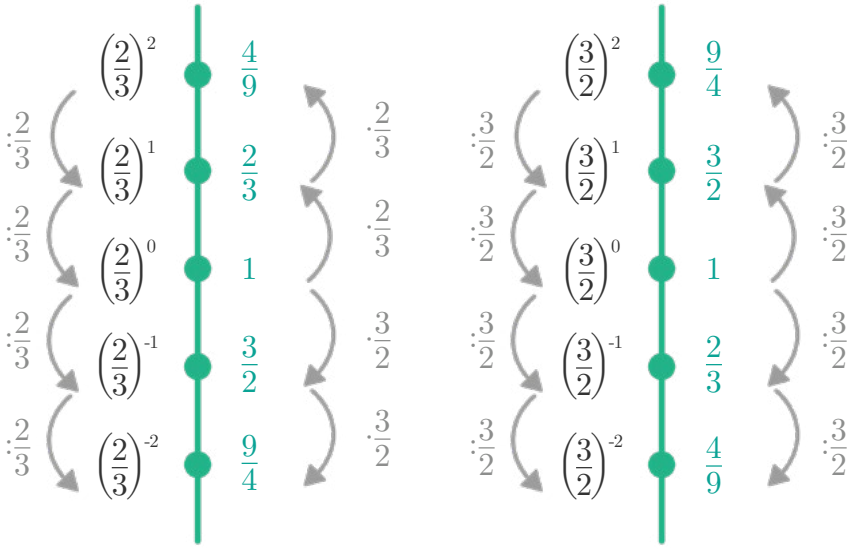
d. Fent la liana de potències del $\frac{8}{7}$: $\left(\frac{8}{7}\right)^{-1} = \frac{7}{8}$



3. Per a cada apartat, completa la capseta de l'esquerra i, després, dedueix com omplir la de la dreta. Escriu la potència relacionada en cada cas.

a.	**b.**
	
$\left(\frac{5}{3}\right)^2=\frac{5}{3}\cdot\frac{5}{3}=\frac{25}{9}$, utilitzant l'observació *a.iii* anterior, la segona capseta té el mateix resultat, $\left(\frac{3}{5}\right)^{-2}=\frac{25}{9}$.	$\left(\frac{1}{4}\right)^3=\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}=\frac{1}{64}$, utilitzant l'observació *a.iii* anterior, la segona capseta té el mateix resultat, $4^{-3}=\frac{1}{64}$.

1. Completa les lianes amb els resultats de les potències:



a. Què hi observes?

Es poden fer observacions com les següents:

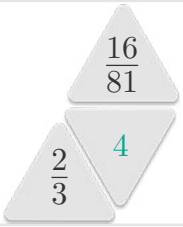
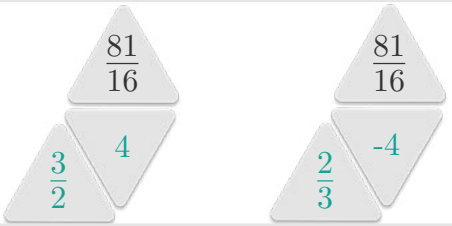
i. Per a cadascuna de les lianes, els resultats de les potències amb exponents oposats són un l'invers de l'altre. Per exemple, $\frac{2}{3}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}=\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{2}=1$.

ii. Per a cadascuna de les lianes, les potències amb exponent negatiu es poden expressar com la fracció inversa de la potència de la mateixa base i exponent positiu. Per exemple, $\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{4}{9}\rightarrow\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}=\frac{9}{4}$.

iii. En les lianes de $\frac{2}{3}$ i de $\frac{3}{2}$, que són un l'invers de l'altre, les potències d'exponents oposats tenen com a resultat el mateix nombre. Per exemple, $\left(\frac{3}{2}\right)^{-2}=\frac{4}{9}=\left(\frac{2}{3}\right)^2$.

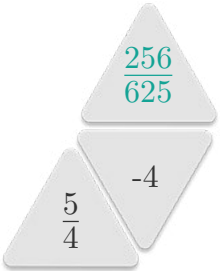
b. Completa les parelles de capsetes potencials següents i escriu la potència relacionada en cada cas. Si cal, ajuda't de les lianes

Una estratègia per completar les capsetes potencials consisteix a aprofitar les observacions de l'apartat anterior o ampliar-ne les lianes de potències.

I.	II.
	
$\left(\frac{2}{5}\right)^5=\frac{32}{273}$	$\left(\frac{2}{3}\right)^4=\frac{16}{81}$
	
$\left(\frac{3}{2}\right)^{-5}=\frac{32}{273}$	Dues possibles solucions són: $\left(\frac{3}{2}\right)^4=\frac{81}{16}$ o bé $\left(\frac{2}{3}\right)^{-4}=\frac{81}{16}$

c. Sense necessitat de fer cap liana, dedueix com omplir la capseta següent:

Aprofitant l'observació *a.iii* anterior, el resultat ha de ser equivalent a la potència $\left(\frac{4}{5}\right)^4=\frac{4}{5}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{4}{5}=\frac{4^4}{5^5}=\frac{256}{625}$



2. Comprova si es compleix la igualtat per a les parelles de nombres següents:

Podem veure que la igualtat es compleix per a totes les parelles de nombres mitjançant raonaments diversos:

a. Aprofitant l'observació *a.iii* anterior: $\left(\frac{1}{5}\right)^{-2} = 5^2 = \frac{5^2}{1} = \frac{5^2}{1^2}$.

b. Observant que: $\left(\frac{6}{2}\right)^2 = 3^2 = \frac{3^2}{1} = \frac{3^2}{1^2}$.

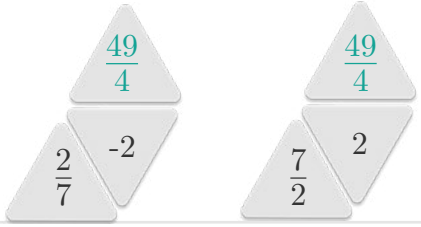
c. Aprofitant l'observació *a.ii* anterior, $\left(\frac{9}{4}\right)^{-2}$ equival a la fracció inversa de $\left(\frac{9}{4}\right)^2 = \frac{9}{4} \cdot \frac{9}{4} = \frac{9^2}{4^2}$ i, per tant, $\left(\frac{9}{4}\right)^{-2} = \frac{4^2}{9^2}$.

Si cal, ajuda't de les lianes. Justifica si la igualtat es complirà per altres parelles de nombres.

La igualtat es complirà per a altres parelles de nombres perquè els raonaments fets en l'apartat *a* i *c* són independents dels nombres escollits i serien vàlids per a un cas qualsevol.

1. Completa les parelles de capsetes potencials següents i escriu la potència relacionada en cada cas:
Es poden utilitzar raonaments diversos per completar les capsetes potencials:

a.



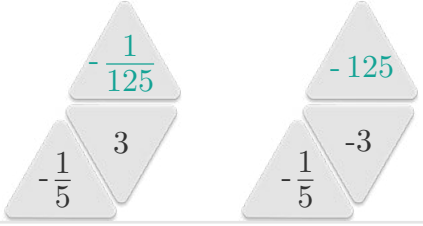
Es pot observar que

$$\left(\frac{7}{2}\right)^2=\frac{7}{2}\cdot\frac{7}{2}=\frac{7^2}{2^2}=\frac{49}{4}$$

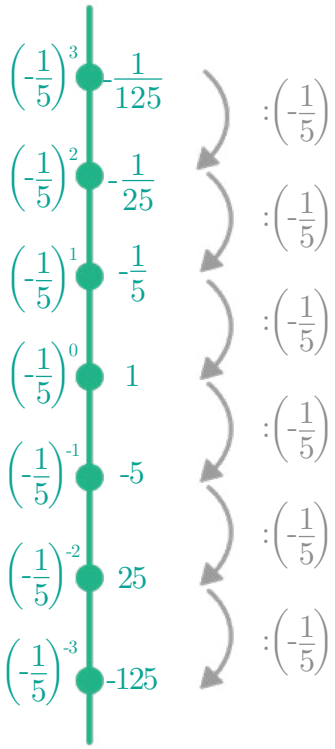
En conseqüència,

$$\left(\frac{2}{7}\right)^{-2}=\left(\frac{7}{2}\right)^2=\frac{49}{4}$$

b.



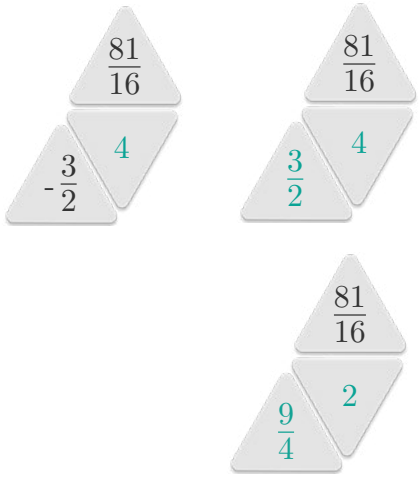
Utilitzant la liana de potències del $-\frac{1}{5}$:



Es pot observar que

$$\left(-\frac{1}{5}\right)^3=-\frac{1}{125} \text{ i } \left(-\frac{1}{5}\right)^{-3}=-125$$

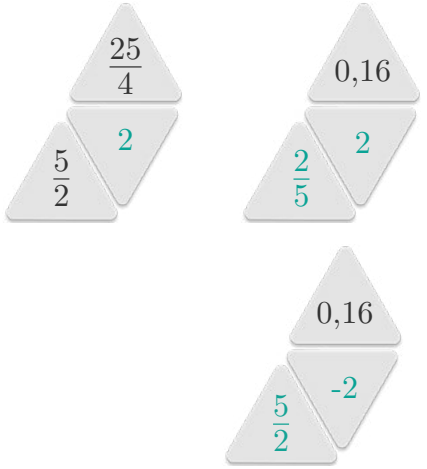
c.



Expressar el resultat com a fracció amb numerador i denominador en forma de potències, $\frac{81}{16}=\frac{3^4}{2^4}$, pot ser útil per veure quin és l'exponent de la capseta potencial.

En aquest cas, $\left(-\frac{3}{2}\right)^4=\frac{3^4}{2^4}=\frac{81}{16}$.
La capseta potencial dreta es pot completar de formes diverses, per exemple:
$\left(\frac{3}{2}\right)^4=\frac{81}{16}$ o bé $\left(\frac{9}{4}\right)^2=\frac{81}{16}$.

d.

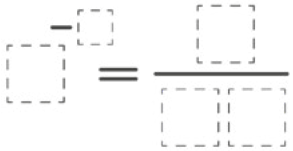


Com que $\frac{25}{4}=\frac{5^2}{2^2}$, es pot veure que $\left(\frac{5}{2}\right)^2=\frac{25}{4}$.

Es pot observar que $0{,}16=\frac{16}{100}=\frac{4}{25}$, és a dir, l'invers de $\frac{25}{4}$.

Així doncs, la capseta potencial dreta es pot completar de formes diverses, per exemple:
$\left(\frac{2}{5}\right)^2=\frac{4}{25}$ o bé $\left(\frac{5}{2}\right)^{-2}=\frac{4}{25}$.

2. Col·loca targetes numèriques del 0 al **9**, sense repetir-ne cap, de manera que la igualtat sigui certa:



Troba 3 potències diferents.
Tenim 43 solucions en total de 15 potències diferents:

Base 2	$2^{-1}=\frac{3}{06}$ $2^{-1}=\frac{4}{08}$	$2^{-3}=\frac{1}{08}$ $2^{-3}=\frac{5}{40}$ $2^{-3}=\frac{6}{48}$ $2^{-3}=\frac{7}{56}$ $2^{-3}=\frac{8}{64}$	$2^{-4}=\frac{5}{80}$	$2^{5}=\frac{3}{96}$
Base 3	$3^{-1}=\frac{2}{06}$ $3^{-1}=\frac{8}{24}$ $3^{-1}=\frac{9}{27}$	$3^{-2}=\frac{1}{09}$ $3^{-2}=\frac{6}{54}$ $3^{-2}=\frac{9}{81}$		
Base 4	$4^{-1}=\frac{5}{20}$ $4^{-1}=\frac{7}{28}$ $4^{-1}=\frac{8}{32}$ $4^{-1}=\frac{9}{36}$	$4^{-2}=\frac{5}{80}$		
Base 5	$5^{-1}=\frac{4}{20}$ $5^{-1}=\frac{6}{30}$ $5^{-1}=\frac{8}{40}$			
Base 6	$6^{-1}=\frac{5}{30}$ $6^{-1}=\frac{7}{42}$ $6^{-1}=\frac{9}{54}$			
Base 7	$7^{-1}=\frac{4}{28}$ $7^{-1}=\frac{6}{42}$ $7^{-1}=\frac{6}{56}$ $7^{-1}=\frac{9}{63}$	$7^{-2}=\frac{1}{49}$		
Base 8	$8^{-1}=\frac{3}{24}$ $8^{-1}=\frac{4}{32}$ $8^{-1}=\frac{5}{40}$ $8^{-1}=\frac{7}{56}$ $8^{-1}=\frac{9}{72}$	$8^{-2}=\frac{1}{64}$		
Base 9	$9^{-1}=\frac{3}{27}$ $9^{-1}=\frac{4}{36}$ $9^{-1}=\frac{5}{40}$ $9^{-1}=\frac{6}{54}$ $9^{-1}=\frac{7}{63}$ $9^{-1}=\frac{8}{72}$			