

主題三 分數加減

一、 分數的加減：

兩分數相加或相減時，若_____相同，則分母不變，

兩

分子直接相加或相減；若分母不同時，必先_____化成相同

分母後，分子再相加或相減。

範例 9 計算下列各式的值

$$(1) \frac{7}{5} + \frac{9}{5}$$

$$(2) \frac{17}{8} - \frac{3}{8}$$

$$\text{解：(1) } \frac{7}{5} + \frac{9}{5} = \frac{7+9}{5} = \frac{16}{5}$$

$$(2) \frac{17}{8} - \frac{3}{8} = \frac{14}{8} = \frac{7}{4}$$

重點提示

假分數不一定要化為帶分數，但答案通常會用最簡分數呈現。

練習 9 計算下列各式的值

$$(1) \frac{4}{17} + \frac{12}{17}$$

$$(2) \frac{7}{12} - \frac{3}{12}$$

範例 10 計算下列各式的值

$$(1) \frac{3}{4} + \frac{1}{3}$$

$$(2) \frac{11}{8} - \frac{5}{6}$$

$$(3) \frac{5}{12} + \frac{7}{9} - \frac{5}{6}$$

解：(1) $[4, 3]=12$

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{3} = \frac{9}{12} + \frac{4}{12} = \frac{9+4}{12} = \frac{13}{12}$$

(2) $[8, 6]=24$

$$\frac{11}{8} - \frac{5}{6} = \frac{33}{24} - \frac{20}{24} = \frac{33-20}{24} = \frac{13}{24}$$

(3) $[12, 9, 6]=36$

$$\text{解法一} \quad \frac{5}{12} + \frac{7}{9} - \frac{5}{6} = \frac{15}{36} + \frac{28}{36} - \frac{30}{36} = \frac{13}{36}$$

$$\begin{aligned} \text{解法二} \quad & \frac{5}{12} + \frac{7}{9} - \frac{5}{6} \\ &= \frac{15}{36} + \frac{28}{36} - \frac{5}{6} \\ &= \frac{15+28}{36} - \frac{5}{6} \\ &= \frac{43}{36} - \frac{5}{6} \\ &= \frac{43}{36} - \frac{30}{36} \\ &= \frac{43-30}{36} \\ &= \frac{13}{36} \end{aligned}$$

重點提示

分母不同時，要先通分再計算。

重點提示

還不熟悉分數運算的同學，可以由前兩個先算。

練習 10 計算下列各式的值

$$(1) \frac{7}{6} - \frac{3}{8}$$

$$(2) \frac{7}{6} - \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right)$$

重點提示

$n \neq 0$ 時，
 $\frac{0}{n} = 0$ 。

範例 11 計算下列各式的值

$$(1) \frac{2}{3} - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right)$$

$$(2) \frac{3}{4} - \left(\frac{1}{6} + \frac{3}{8}\right)$$

$$\begin{aligned} \text{解：(1)} \quad \frac{2}{3} - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) &= \frac{2}{3} - \left(\frac{2}{4} - \frac{1}{4}\right) \\ &= \frac{2}{3} - \frac{1}{4} = \frac{8-3}{12} \\ &= \frac{5}{12} \end{aligned}$$

重點提示

括號內先算。

$$(2) \frac{3}{4} - \left(\frac{1}{6} + \frac{3}{8}\right) = \frac{3}{4} - \left(\frac{4}{24} + \frac{9}{24}\right) = \frac{3}{4} - \frac{13}{24} = \frac{18-13}{24} = \frac{5}{24}$$

練習 11 (1) $\frac{1}{7} + \left(\frac{1}{3} - \frac{2}{9}\right)$

(2) $\frac{5}{3} - \left(\frac{7}{5} - \frac{5}{6}\right)$

範例 12 為了慶祝班際籃球比賽榮獲冠軍，□ □老師買了兩個相同的蛋糕，其中一個蛋糕打算平分給 8 位有上場比賽的球員，另外一個蛋糕則平分給沒有參加比賽的班上同學。已知班上一共有 22 位同學，請問每位上場球員比其他同學多分到幾分之幾的蛋糕？

解：每位上場比賽的同學可以分到 $\frac{1}{8}$ 個蛋糕，

沒有參加比賽的同學為 $22 - 8 = 14$ 位，每位分到 $\frac{1}{14}$ 個蛋糕，

每位上場球員比其他同學多分到 $\frac{1}{8} - \frac{1}{14}$ 個

$$\frac{1}{8} - \frac{1}{14} = \frac{7-4}{56} = \frac{3}{56}$$

則每位上場球員比其他同學多分到 $\frac{3}{56}$ 個蛋糕。

練習 12 如果□□老師想要讓全班同學每人都分到 $\frac{1}{8}$ 個蛋糕，則□□

老師最少應該準備多少個蛋糕？最後會剩下多少蛋糕？

範例 13 天才游泳池有三條注水量相同的進水管，有兩個排水量相同的排水孔。在空池的情況下，每條進水管均可在 24 小時把泳池注滿；在滿池的情況下，一個排水孔要 3 個整天才能把池子內的水排光。現在是空池的狀態，請問有兩條入水管全開、但是兩個排水孔都忘記關閉，需要多久才能把泳池注滿？

解：一條水管 24 小時把泳池注滿，故每條水管一小時可以注

入 $\frac{1}{24}$ 池的水量。兩條水管每小時可以注 $\frac{1}{24} + \frac{1}{24} = \frac{1}{12}$ 池。

一個排水口 3 天可以把池子漏光，故一個排水口每小時

可以漏掉 $\frac{1}{72}$ 池的水量。兩個排水孔一小時共可漏掉 $\frac{1}{36}$

池。所以兩條水管進水量扣掉兩個排水孔的排水量，就

是每個小時累積在池中的水量

$$\frac{1}{12} - \frac{1}{36} = \frac{3-1}{36} = \frac{1}{18}$$

每小時可累積 $\frac{1}{18}$ 個池子的水量，故 18 小時就可以把池

子裝滿。

練習 13 承範例 15，如果在空池的狀態下，三個入水管都全開注水，只有一個排水孔忘記關閉，請問需要多少小時才能將泳池注滿水？

動動腦 某班的教室佈置由甲獨自做要 60 天才能完成，由乙獨自做要 12 天就能完工，老師請甲、乙兩人一起合作，請問需要幾天就可以完成？

牛刀小試

1. 計算下列各式的值

$$(1) \frac{23}{49} + \frac{31}{49}$$

$$(2) \frac{7}{6} - \frac{2}{3}$$

$$(3) \frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{7}{6}$$

2. 計算下列各式的值

$$(1) \frac{9}{4} - \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{2}\right)$$

$$(2) \frac{1}{2} + \left(\frac{5}{6} - \frac{2}{3}\right)$$

二、帶分數的加減運算：

兩個帶分數相加或相減時，可將帶分數化為假分數再做運算；

或是將整數部分與分數部份先分別運算，再合併。

觀念一點通 將帶分數化為假分數，運算程序較簡易但運算數字較大；將帶分數分為整數部分和分數部分個別處理，運算程序較繁複但運算數字較小。

範例 14 計算下列各式的值

$$(1) 3\frac{3}{4} + 1\frac{1}{4} \qquad (2) 4\frac{3}{5} - 1\frac{1}{5} \qquad (3) 23\frac{1}{6} - 11\frac{5}{6}$$

解：(1) 解法一 將帶分數化為假分數再做運算

$$\begin{aligned} 3\frac{3}{4} + 1\frac{1}{4} &= \left(3 + \frac{3}{4}\right) + \left(1 + \frac{1}{4}\right) \\ &= \left(\frac{12}{4} + \frac{3}{4}\right) + \left(\frac{4}{4} + \frac{1}{4}\right) \\ &= \frac{15}{4} + \frac{5}{4} \\ &= \frac{20}{4} \\ &= 5 \end{aligned}$$

重點提示

帶分數化假分數，整數先擴分再與分子相加。

解法二 將帶分數的整數部分和分數部分分別運算

$$3\frac{3}{4} + 1\frac{1}{4} = \left(3 + \frac{3}{4}\right) + \left(1 + \frac{1}{4}\right) = (3+1) + \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{4}\right) = 4 + 1 = 5$$

(2) 解法一 將帶分數化為假分數再做運算

$$4\frac{3}{5} - 1\frac{1}{5} = \frac{23}{5} - \frac{6}{5} = \frac{17}{5}$$

解法二 將帶分數的整數部分和分數部分分別運算

$$4\frac{3}{5} - 1\frac{1}{5} = (4 + \frac{3}{5}) - (1 + \frac{1}{5}) = \underline{(4-1)} + \underline{(\frac{3}{5} - \frac{1}{5})}$$

整數部份 + 分數部分

$$= 3 + \frac{2}{5} = 3\frac{2}{5}$$

重點提示

分數部分之差和整數部分之差，要用加法合併。

(3) 解法一 將帶分數化為假分數再做運算

$$23\frac{1}{6} - 11\frac{5}{6} = \frac{139}{6} - \frac{71}{6} = \frac{68}{6} = \frac{34}{3}$$

解法二 將帶分數的整數部分和分數部分分別運算

$$\begin{aligned} 23\frac{1}{6} - 11\frac{5}{6} &= (23 + \frac{1}{6}) - (11 + \frac{5}{6}) \\ &= (22 + 1\frac{1}{6}) - (11 + \frac{5}{6}) \\ &= (22 - 11) + (1\frac{1}{6} - \frac{5}{6}) \\ &= 11 + (\frac{7}{6} - \frac{5}{6}) \\ &= 11 + \frac{2}{6} \\ &= 11\frac{1}{3} \end{aligned}$$

重點提示

當分數部分 $\frac{1}{6} - \frac{5}{6}$

不夠減時，要向整

數部分借 1，用

$$1\frac{1}{6} - \frac{5}{6}。$$

練習 14 計算下列各式的值

$$(1) 2\frac{6}{7} + 18\frac{3}{7}$$

$$(2) 3\frac{4}{5} - 1\frac{1}{5}$$

$$(3) 10\frac{1}{5} - 1\frac{3}{5}$$

範例 15 計算下列各式的值

$$(1) 2\frac{3}{4} + 1\frac{2}{7}$$

$$(2) 73\frac{1}{3} - 51\frac{3}{5}$$

解：(1) 解法一 將帶分數化為假分數再做運算

$$2\frac{3}{4} + 1\frac{2}{7} = \frac{11}{4} + \frac{9}{7} = \frac{77}{28} + \frac{36}{28} = \frac{113}{28}$$

解法二 將帶分數的整數部分和分數部分分別運算

$$\begin{aligned} 2\frac{3}{4} + 1\frac{2}{7} &= (2 + \frac{3}{4}) + (1 + \frac{2}{7}) \\ &= (2 + 1) + (\frac{3}{4} + \frac{2}{7}) \\ &= 3 + (\frac{21}{28} + \frac{8}{28}) \\ &= 3 + \frac{29}{28} = 3 + 1\frac{1}{28} \\ &= 4\frac{1}{28} \end{aligned}$$

重點提示

當分數部分之和不小於 1，應化成帶分數後，再與整數部分合併。

(2) 解法一 將帶分數化為假分數再做運算

$$73\frac{1}{3} - 51\frac{3}{5} = \frac{220}{3} - \frac{258}{5} = \frac{1100}{15} - \frac{774}{15} = \frac{326}{15}$$

解法二 將帶分數的整數部分和分數部分分別運算

$$\begin{aligned} 73\frac{1}{3} - 51\frac{3}{5} &= (72 + 1\frac{1}{3}) - (51 + \frac{3}{5}) \\ &= (72 - 51) + (1\frac{1}{3} - \frac{3}{5}) \\ &= 21 + (\frac{4}{3} - \frac{3}{5}) \\ &= 21 + \frac{20 - 9}{15} = 21\frac{11}{15} \end{aligned}$$

重點提示

$\frac{1}{3} - \frac{3}{5}$ 不夠減時，要向整數部分借 1，用 $1\frac{1}{3} - \frac{3}{5}$ 。

練習 15 計算下列各式的值

(1) $3\frac{3}{5} + 1\frac{2}{3}$

(2) $55\frac{1}{4} - 1\frac{1}{2}$

牛刀小試

計算下列各式的值

(1) $1\frac{5}{8} + 21\frac{1}{2}$

(2) $24\frac{1}{7} - 1\frac{3}{7}$

(3) $23\frac{1}{2} - 1\frac{2}{3} - \frac{5}{6}$

三、 加法的交換律和結合律：

加法運算具有交換律和結合律的性質，若有 a 、 b 兩數，則

$a+b=b+a$ ，我們稱為加法的交換律；若有 a 、 b 、 c 三數，則

$(a+b)+c=a+(b+c)$ ，我們稱為加法的結合律。

觀念一點通 我們在作加法時，可任意更換運算的先後順序，但減法或加減法混合時，則不可以更換運算順序，必須維持由左而右及括號內先運算的原則。

範例 15 計算下列各式的值

$$(1) \frac{13}{23} + \frac{1}{13} + \frac{10}{23}$$

$$(2) \left(\frac{5}{57} + 3\frac{1}{3}\right) + \frac{2}{3}$$

$$\text{解：(1) } \frac{13}{23} + \frac{1}{13} + \frac{10}{23} = \frac{13}{23} + \frac{10}{23} + \frac{1}{13} \quad \text{【加法交換律】}$$

$$= \left(\frac{13}{23} + \frac{10}{23}\right) + \frac{1}{13}$$

$$= \frac{23}{23} + \frac{1}{13} = 1\frac{1}{13}$$

$$(2) \left(\frac{5}{57} + 3\frac{1}{3}\right) + \frac{2}{3} = \frac{5}{57} + \left(3\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\right) \quad \text{【加法結合律】}$$

$$= \frac{5}{57} + 3\frac{3}{3}$$

$$= \frac{5}{57} + 4 = 4\frac{5}{57}$$

練習 15 計算下列各式的值

$$(1) 3\frac{22}{9} + 2\frac{3}{4} + \frac{5}{9}$$

$$(2) 1\frac{1}{19} + \frac{5}{12} + 2\frac{7}{12}$$

牛刀小試

1. 將下列各數化為最簡分數

$$(1) \frac{7}{56}$$

$$(2) \frac{14}{42}$$

$$(3) 7\frac{39}{91}$$

2. 比較各組數的大小

$$(1) \frac{4}{7}、\frac{4}{5}$$

$$(2) \frac{88}{87}、\frac{98}{97}、\frac{106}{107}$$

3. 計算下列各式的值

$$(1) \frac{7}{6} + \frac{4}{3}$$

$$(2) \frac{11}{10} - \frac{5}{6}$$

$$(3) \frac{5}{6} + 21\frac{1}{12}$$

$$(4) 12\frac{1}{4} - \frac{3}{5} + \frac{3}{4}$$

(5) $\frac{12}{17} + \frac{5}{68} + \frac{1}{17} + \frac{55}{68}$

(6) $4\frac{4}{9} + 1\frac{3}{7} + \frac{2}{9}$

4. 密斯克甜甜圈店提供各式甜甜圈和飲料，店經理調查這個月來店內消費的顧客中有 $\frac{8}{9}$ 的人買了甜甜圈、有 $\frac{1}{3}$ 的人點了飲料、有 $\frac{2}{9}$ 的人甜甜圈和飲料都消費了。請問只買甜甜圈卻沒有點飲料的人佔所有顧客中的幾分之幾？(請用最簡分數回答)

5. 如果我們把 $\frac{4}{7}$ 的分子加上 28，那麼分母的部份要加上多少，其值才不會改變？

數學溝通橋

1. 我覺得以假分數的形式做加減運算， _____
- (A)比較不會算錯，我總是用假分數做加減運算。
 - (B)國小都是用帶分數算，我不習慣用假分數，總是換成帶分數。
 - (C)數字太大時我會換成帶分數，比較小時我才會用假分數。
 - (D)我會害怕變化分數形式會出錯，題目給我什麼我就用什麼算。
 - (E)假分數和帶分數的算法都很熟悉，題目給我什麼我就用什麼算。
 - (F) 其他_____
2. 我覺得以帶分數的形式做加減運算， _____
- (A)國小都是用帶分數算，我總是用帶分數算。
 - (B)帶分數做加減計算，我比較容易算錯，總是換成假分數。
 - (C)假分數和帶分數的算法都很熟悉，題目給我什麼我就用什麼算。
 - (D)我會害怕變化分數形式會出錯，題目給我什麼我就用什麼算。
 - (E)數字太大時我會使用帶分數，但比較小時我還是換成假分數。
 - (F)其他_____
3. 我對分數的應用問題， _____
- (A)總是看不懂應用問題的題目，很難理解幾分之幾的東西。
 - (B)如果敘述沒有很長，即使沒見過的題型，還是不覺得難。
 - (C)如果是我學過的題型，沒有可以難倒我的。
 - (D)我的閱讀能力很不錯，問題再怎麼變化，我都可以解決。
 - (E)雖然看得懂題目的意思，但很難將文字敘述轉換成可以計算的式子，所以我總是對應用問題很頭痛。
 - (F)雖然看得懂題目，也可以成功列出算式，但我總是在計算時出錯，最後還是拿不到分數。
 - (G)其他_____