
GEOGEBRA E O ENSINO DE MATEMÁTICA

ATIVIDADES INICIAIS

José Benício dos Anjos França
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia - Barreiras-BA
<jose.franca@ifba.edu.br>

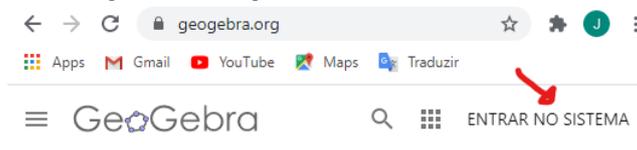
1 O que é o GeoGebra?

O *GeoGebra*¹ é um *software* de fácil acesso pelo professor/aluno, possui uma interface atrativa e motivadora para o ensino e aprendizagem da matemática nos vários níveis de ensino (do básico ao universitário). O programa reúne recursos de geometria, álgebra, tabelas, gráficos, probabilidade, estatística e cálculos simbólicos em um único ambiente. Desta forma, o *GeoGebra* tem a vantagem didática de apresentar, simultaneamente, as diversas representações de um mesmo objeto com suas interações. Além disso, o *GeoGebra* é escrito em *Java* e esta disponível em português com versões para multiplataforma, ou seja, pode ser instalado em *iOS*, *Android*, *Windows*, *Mac*, *Chromebook* e *Linux*.

1.1 Acessando a plataforma do *GeoGebra*

Entre no *site* do *GeoGebra* (<http://www.geogebra.org>) e caso sua página esteja em Inglês ou outro idioma, localize no canto inferior direito da tela o símbolo do globo com a linguagem e altere para português do Brasil. Na sequência, no canto superior direito clique em “ENTRAR NO SISTEMA” (ver Fig. 1) para fazer o login com uma conta do *Gmail*, preferencialmente, para integrar com o Google Classroom e o Google Drive, se desejar. Se não tiver nenhuma conta cadastrada, poderá criar utilizando o perfil de professor ou estudante, se necessário altere clicando em “Edit Profile” (Ver Fig. 2). Durante o processo de criação da conta poderá programar a periodicidade de notificação de novas postagens de seus seguidores e das turmas ou grupos criados no *GeoGebra*. Ao finalizar a construção da conta, o próprio site oferece a opção de *tour* para conhecer as ferramentas disponíveis.

¹O *GeoGebra* foi iniciado em 2001 por Markus Hohenwarter da Universidade de Salzburg para a educação matemática nas escolas e é um *software* livre cuja licença é gratuita para fins não comerciais.

Figure 1: Login no site do *GeoGebra*

Fonte: Próprio autor

Vamos configurar sua página do *GeoGebra*, alterando sua imagem de login e plano de fundo (ver Fig. 2, nos passos 1, 2 e 3). Acesse suas publicações ou construa novas ferramentas (passo 4 da Fig. 2). A opção de criar novas ferramentas permite organizar em pastas (Folder), construir atividades incluindo diversos recursos, tais como: texto, *applet*, questão, entre outros. A plataforma do *GeoGebra*, ainda permite confeccionar livros com licença da *Creative Commons*, enviar uma construção salva no computador e gerenciar uma sala de aula ou classroom (passo 6, Fig. 2) com possibilidade de elaborar “Grupos” de trabalhos colaborativos (passo 5, Fig.2).

No caso das construções enviadas para o *site*, durante o processo de carregamento é possível alterar a dimensão do *applet* e assim deixar-lo disponível para acesso nos monitores menores. Vamos aprender a modificar a dimensão de um *applet* e disponibilizar na plataforma, durante nosso curso.

Figure 2: Perfil e primeiras configurações no *GeoGebra*

Fonte: Próprio autor

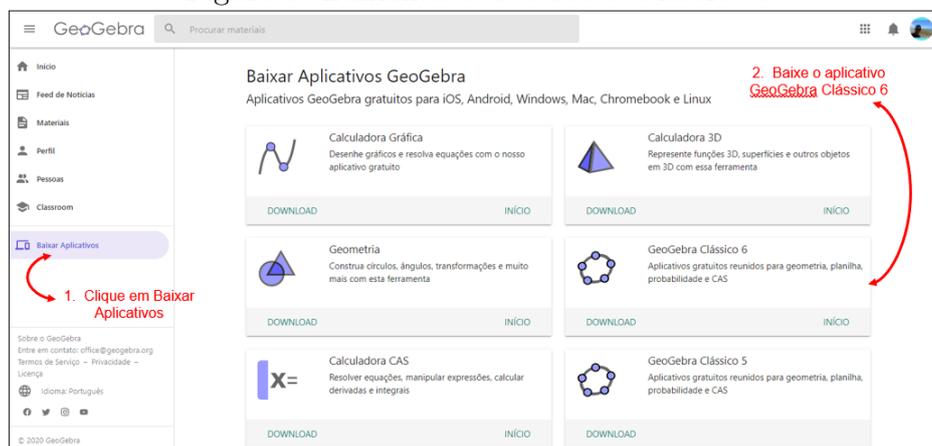
1.2 Instalar e utilizar o software *GeoGebra*

Apesar das versões *On-line* e *Off-line* do *GeoGebra Classic* serem idênticas, recomendamos que instale a versão “*GeoGebra Clássico 6*” no computador ou notebook. Para isso, acesse o menu “Baixar aplicativos” (Ver Fig. 2) e clique em *Download* para baixar, se clicar em início, irá iniciar em uma nova janela, a versão *on-line*. Depois de baixar é só executar o aplicativo e seguir as orientações no processo de instalação.

Qual a diferença básica existente nesta versão do aplicativo para as outras disponíveis para download (Ver Fig. 3)? Esta versão reúne todas as opções disponíveis para com-

putador em um único aplicativo, e para alternar entre eles, basta clicar nos três pontos verticais (☰) conforme mostra a Fig. 4.

Figure 3: Baixando o *GeoGebra* Clássico 6



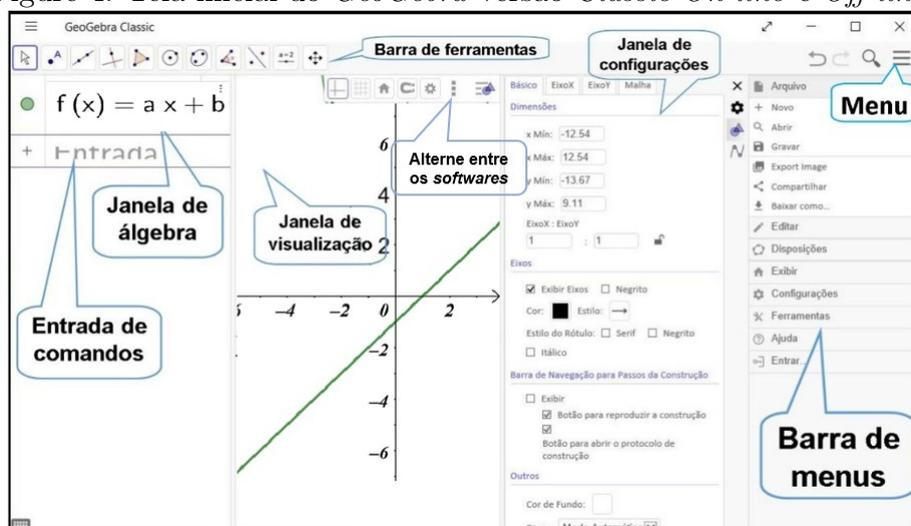
Fonte: Próprio autor

Tanto a versão *On-line* como a versão para *Desktop* apresentam a mesma tela e recursos (Ver Fig. 4), vamos utilizar em nossas aulas a versão *On-line* para adicionar outros recursos na elaboração de atividades e demonstrações matemáticas. Na tela inicial do *GeoGebra Classic* encontramos a barra de ferramentas para construções geométricas, a janela de álgebra com a entrada de comandos, a janela de visualização ou construção, a janela de configurações que aparece clicando com o botão direito do *mouse* sobre o objeto ou da própria área da janela de visualização. Além disso, encontramos o “Menu” com diversos recursos, a saber: Novo, Abrir, Gravar, Editar (com ferramentas conhecidas nos *softwares* da *Microsoft* e outros), Disposições (para mudar para outra aplicação do *software*), Exibir (recursos na tela) e Configurações. Sendo que neste último podemos alterar o idioma do *software* e o tamanho da fonte na visualização da tela.

2 Construções Geométricas Iniciais

O *GeoGebra* é um *software* de Geometria Dinâmica que possui um recurso que Gravina (1) chama de “régua e compasso eletrônicos” que possibilita a construção em tempo real e mantém as relações geométricas que caracteriza a situação. Segundo a autora supracitada (1, p. 4), tais construções são realizadas de modo que os:

[...] desenhos de objetos e configurações geométricas são feitos a partir das propriedades que os definem. Através de deslocamentos aplicados aos elementos que compõe o desenho, este se transforma, mantendo as relações geométricas que caracterizam a situação. Assim, para um dado objeto ou propriedade, temos associada uma coleção de “desenhos em movimento”, e os invariantes que aí aparecem correspondem às propriedades geométricas intrínsecas ao problema.

Figure 4: Tela inicial do *GeoGebra* versão *Classic On-line* e *Off-line*

Fonte: Próprio autor

Neste sentido, as demonstrações geométricas via *software* de Geometria Dinâmica potencializa as investigações matemáticas ao analisar as propriedades invariantes das construções e assim validar os argumentos, experimentalmente, que descrevem tais propriedades ao arrastar os objetos na tela do computador sem perder os vínculos preestabelecidos.

Vamos analisar algumas propriedades invariantes nas construções geométricas e explorar o primeiro recurso de criação de atividades que a plataforma do *GeoGebra* disponibiliza para os usuários cadastrados no sistema.

2.1 Atividades exploratórias

1. Construção de triângulos semelhantes

- Abra o *GeoGebra Classic On-line* e desabilite na janela de visualização a opção “Eixos” e “Malha”, para isso clique com o botão direito sobre esta janela e desmarque estes recursos;
- Utilize a ferramenta “Polígono” (janela 5 da barra de ferramentas, ver Fig. 4) para construir o triângulo ABC;
- Marque um ponto D (janela 2) fora do triângulo e logo após, construa retas que passe em um dos vértices do triângulo e por este ponto D;
- Na janela 9, clique em “Homotetia”. Na sequência, clique no interior do triângulo para selecioná-lo e depois no ponto D. A caixa de homotetia será aberta solicitando o fator², digite o número 1.5 e depois em “OK”. O novo triângulo intitulado A'B'C' será construído;

²A homotetia consiste em ampliar, fator maior que 1, ou reduzir, fator menor que 1, um objeto preservando algumas características invariantes

- (e) Para verificar se a razão de semelhança entre os dois triângulos é igual a 1,5, execute os seguintes comandos;
- Abra a janela 8 e selecione a opção “Distância, Comprimento ou Perímetro”. Com esta ferramenta clique sobre os vértices do triângulo ABC e A'B'C', dois a dois, para exibir sua medida;
 - Na entrada de comandos (Ver Fig. 4), digite as seguintes razões: $rAB = \frac{A'B'}{AB}$, $rAC = \frac{A'C'}{AC}$ e $rBC = \frac{B'C'}{BC}$ e observe o resultado de cada um deles constante e igual ao fator de ampliação informado;
 - Com a ferramenta “Ângulo” da janela 8, marque dois ângulos³ correspondentes nos triângulos ABC e A'B'C' e observe que suas medidas são congruentes.

De acordo com Barbosa (2) “dois triângulos são semelhantes se for possível estabelecer uma correspondência biunívoca entre seus vértices de modo que ângulos correspondentes sejam iguais e lados correspondentes sejam proporcionais”. Para finalizar a atividade, selecione a ferramenta “Texto” na janela 10, e clique sobre a janela de visualização. Neste local, vamos digitar cada uma das razões de semelhança utilizando um recurso do *GeoGebra* que recalcula em função das novas medidas os segmentos do triângulo, para isso execute os seguintes comandos:

- Na caixa de texto, selecione “Fórmula LaTeX” e digite o comando “ $\frac{A'B'}{AB} = \frac{\text{distanciaA'B'}}{\text{distanciaAB}}$ ”, na sequência clique em “Avançado” para visualizar a fração e depois na imagem do *GeoGebra*. Localize as informações *distanciaA'B'*, *distanciaAB* e a variável resultante da divisão destas distâncias, no meu caso . Digite o resto da fórmula clicando sobre estes elementos para aparecer selecionado na caixa de texto informando as respectivas distâncias entre as chaves da segunda fração, como segue:

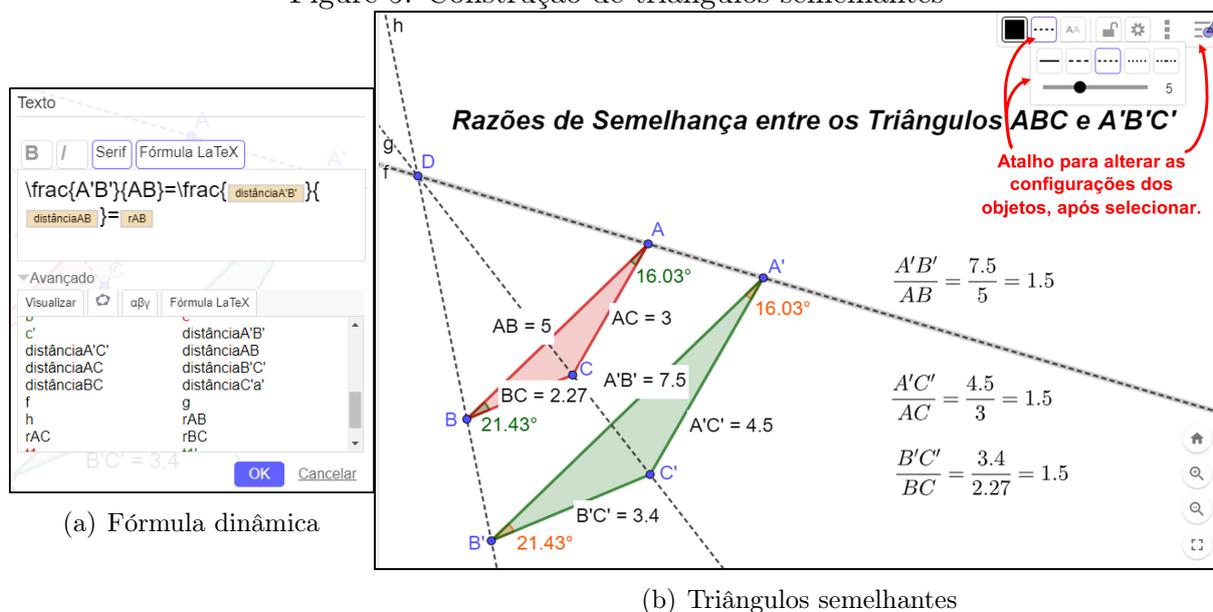
$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{\text{distanciaA'B'}}{\text{distanciaAB}} = e$$
(Ver Fig. 6(a)). Repita o procedimento para obter as outras razões de semelhança;
- Manipule a construção, alterando a posição do ponto D, e na sequência dos pontos A, B e C para observar o que acontece com a razão entre os segmentos e as medidas dos ângulos correspondentes. Tente move os pontos A', B' e C' (Ver Fig. 6(b)).
- Para finalizar a atividade, clique sobre as retas e altere o estilo das linhas para tracejado. Neste sentido, clique com o botão direito do *mouse* sobre uma das retas e em configurações selecione a aba estilo para mudar para tracejado e a espessura da linha; Outro caminho para acessar estas configurações encontra-se no atalho da “Janela de Visualização” no mesmo acesso para alternar entre os aplicativos do *GeoGebra* (Ver Fig. 6(b)), clique sobre uma das retas e na sequência no atalho para selecionar a opção estilo das linhas.

- (f) Salve a construção clicando no “Menu” e na sequência na aba “Arquivo” e selecione “Gravar”, escolha um nome para seu arquivo juntamente com o local

³No *GeoGebra*, os ângulos são construídos no sentido horário ou sentido anti-horário, antes de marcar observe se o ângulo desejado é interno ou externo ao objeto

para salvar sua atividade, se no sistema do *GeoGebra* na forma compartilhada ou particular ou ainda no Google Drive.

Figure 5: Construção de triângulos semelhantes



Fonte: Próprio autor

2. Construção de triângulo equilátero dinâmico

Vamos construir um triângulo equilátero utilizando o recurso da “régua e compasso” do *GeoGebra*.

- Abra um novo arquivo no Menu e já grave a atividade com o nome: Triângulo equilátero dinâmico;
- Selecione a ferramenta Segmento de Comprimento Fixo, na janela 3, e clique na janela de visualização para marcar o ponto A e defina o comprimento com uma variável “n” para marcar o segmento AB⁴, na janela de álgebra marque a opção para exibir o controle deslizante “n” na janela de visualização;
- Selecione a ferramenta Compasso, na janela 6, e clique o ponto A e depois sobre o ponto B do segmento AB, para construir a circunferência com centro em A;
- Repita o passo anterior para construir a circunferência com centro em B;
- Selecione a ferramenta Interseção de Dois Objetos, na janela 2, e clique nas duas circunferências para marcar todas as interseções existentes, no caso, duas interseções. Para marcar apenas uma interseção deve clicar no local da interseção desejada;

⁴Ao definir uma variável como medida, podemos deixar a construção dinâmica com possibilidade de alterar a dimensão do triângulo a ser construído, no caso.

- (f) Desmarque as construções auxiliares para a construção do triângulo equilátero na Janela de álgebra, deixando apenas os três pontos, A, B e C, marcados, ou se preferir, clique com o botão direito sobre cada construção e desmarque a opção exibir objeto (Ver Fig. 7(a));
- (g) Selecione a ferramenta Polígono, na janela 5, e clique sobre os três pontos para construir o triângulo ABC;
- (h) Clique sobre cada um dos segmentos do triângulo e no atalho da Janela de Visualização, no estilo de rótulos selecione “Valor” para exibir a medida de cada segmento;
- (i) Altere a cor, o preenchimento, a espessura da linha do triângulo e aumente o tamanho dos pontos para 8;
- (j) Manipule a construção arrastando o controle deslizante para visualizar os múltiplos triângulos equiláteros construídos a partir da dimensão de “n”. Observe que os pontos⁵ apresentam 3 tipos de coloração automáticas. Clique sobre cada um deles alternadamente e arraste para visualizar o que acontece com a construção (Ver Fig. 7(b));
- (k) Habilite a função “Exibir rastro” clicando com o botão direito sobre o triângulo e observe o que acontece quando modificamos o valor do controle deslizante.
- (l) Repita o procedimento clicando sobre o ponto B e arrastando o mesmo, pela rotação deste ponto, qual figura geométrica fica evidente na exibição do rastro? Para o último rastro desapareça da tela clique com a opção “mover”, Janela 1, ativada na área de visualização vazia e arraste. Quando não quiser mais exibir o rastro ao deslocar o objeto, basta desabilitar esta opção.

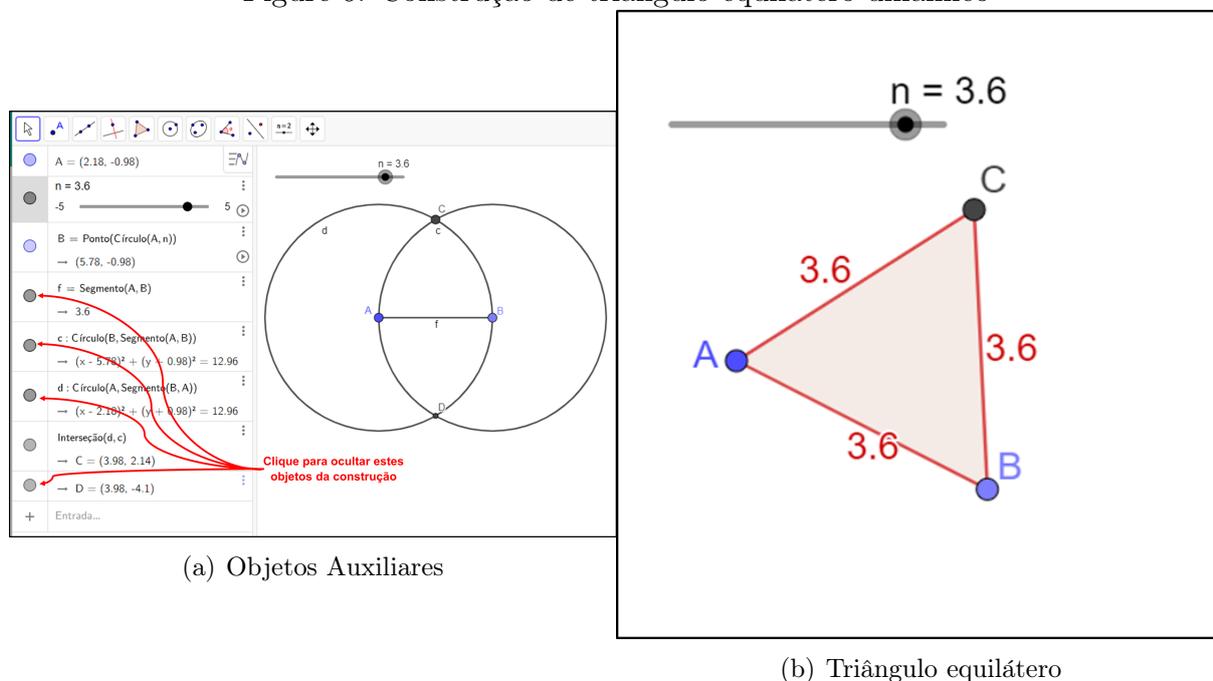
3 Publicando as atividades no *GeoGebra*

Depois de logar na sua conta do *GeoGebra*, localize o menu “Materiais” e acesse a aba “Seus Materiais”. É neste local que ficará disponibilizado todas as suas atividades construídas ou salvas na plataforma do *GeoGebra*.

Para construir atividades envolvendo questões, vídeos ou mesmo material de apoio incluindo os *applets*, precisam disponibilizar as construções no formato público, seguindo estes passos:

1. Localize a atividade que irá tornar pública, ver Fig. 8(a);
2. Clique sobre os três pontos para abrir o menu de opções e selecione *Publish*, ver Fig. 8(b);
3. Na janela seguinte edite as informações: Descrição, Tópico, Categorias de acordo com as características do applet.

Figure 6: Construção de triângulo equilátero dinâmico

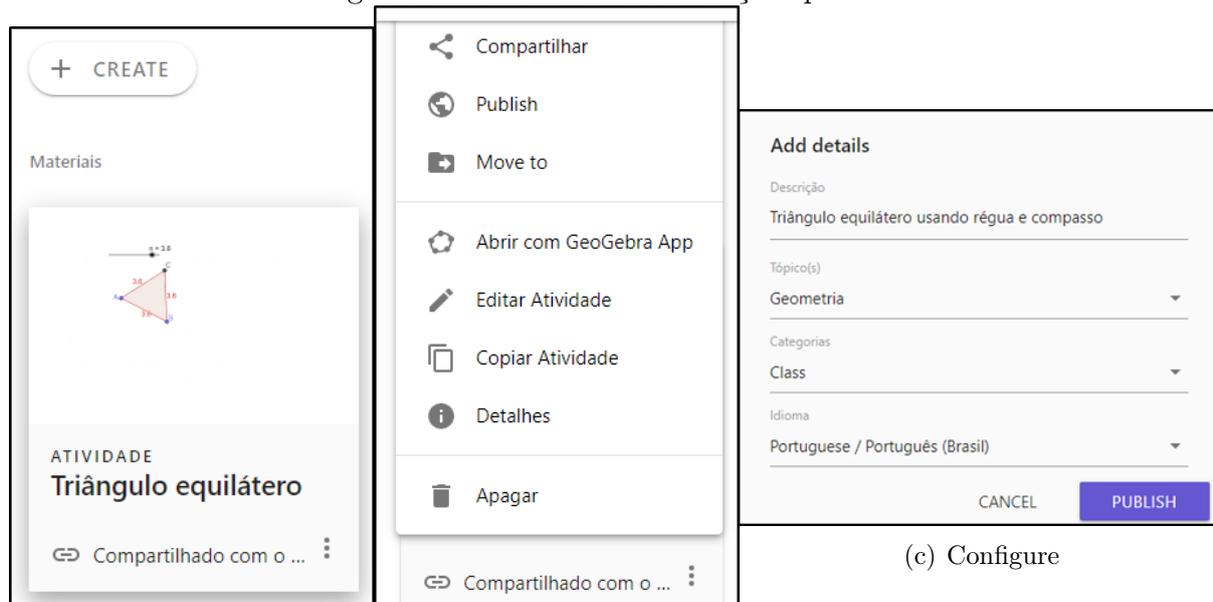


(a) Objetos Auxiliares

(b) Triângulo equilátero

Fonte: Próprio autor

Figure 7: Tornando as construções públicas



(a) Localize a atividade

(b) Torne Pública

(c) Configure

Fonte: Próprio autor

Agora clique em “+ CREATE” e selecione “Atividade” para construir uma atividade com os diversos recursos da plataforma. Escolha um título para sua atividade e inclua os recursos que julgue interessante para sua atividade. Nesta atividade, vamos intitular “Construções Iniciais de Geometria”.

Adicione a ferramenta “Texto” e intitule “Triângulos Semelhantes” e adicione uma definição para este conteúdo.

Depois solicite para “Incluir Elemento” e adicione o *GeoGebra* que abrirá uma janela para localizar o *applet*. Em procurar *applet* digite o nome do seu arquivo, mas poderá ter dificuldade de localizar sua construção, para agilizar o processo abra uma nova página do *GeoGebra* e localize seus materiais. Nos seus materiais, repita o passo 2 e clique em compartilhar para copiar o *link*. Volte na tela anterior e cole o link na aba de procurar *applet* para localiza-lo. Selecione “Incluir” e espere carregar o *applet* na tela.

É possível adicionar um título para seu *applet* e talvez seja necessário redimensionar a construção para a visualização em telas menores. Clique em “Configurações Avançadas” e por sugestão do próprio sistema utilize as dimensões de 800x400 *pixels* e marque a opção Preservar proporção, além de manter as outras marcações. Confirme clicando em “Feito”

Agora, solicite para incluir a ferramenta questão e formule uma questão relacionando a construção da sua atividade. Neste caso, vamos questionar:

Os triângulos semelhantes preservam quais características entre si?

A questão pode ser aberta ou de múltipla escolha e no caso, informar qual a resposta esperada como correta. Utilize o gabarito somente quando for uma pergunta de múltipla escolha ou quando a resposta aberta tem uma texto único, pois as variações na escrita será considerada como resposta errada pelo sistema.

Quando terminar de adicionar todos os recursos desejados, é só clicar em “Gravar & Fechar” que sua atividade será publicada em seus materiais. Com esta atividade podemos torna-la pública para compartilhar via *link* ou mesmo encaminhar diretamente para sua sala do *Classroom*. Esta atividade esta publicada no *link*: <<https://www.geogebra.org/m/bkadjbb6>>.

Construa a segunda atividade na plataforma do *GeoGebra* e publique o *link* dela para concluir e entregar esta atividade. Lembre-se de utilizar pelo menos 2 recursos das atividades além de construir o *applet*.

⁵O ponto azul serve para mudar a posição do nosso triângulo, o azul claro a rotação e o cinza não pode ser movido sozinho.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1 GRAVINA, Maria Alice. Geometria Dinâmica uma nova abordagem para o aprendizado da Geometria. In: ANAIS do VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação. Belo Horizonte: [s.n.], Nov. 1996. p. 1–13.
- 2 BARBOSA, João Lucas Marques. **Geometria Euclidiana Plana**. 7^a. Rio de Janeiro: SBM, 2004. (Coleção do Professor de Matemática).
- 3 FRANÇA, José Benício dos Anjos; BERVIAN, Rosely Ouais Pestana. GeoGebra: Uma ótima ferramenta. In: ANAIS do I Encontro Interdisciplinar de Cultura e Educação do Centro Universitário Jorge Amado – INTERCULT. Salvador: UNIJORGE, 2006. p. 1–8.
- 4 FRANÇA, José Benício dos Anjos. GeoGebra no ensino da Geometria Plana e Analítica. In: ANAIS do X Encontro Nacional de Educação Matemática: Educação Matemática, cultura e diversidade. Salvador: SBM, July 2010. p. 1–8.