1.2.2 $x^2 + y^2 = C^2$ → Familia de circulos concentricos en el origen

Derivamos para obtener la pendiente de la recta tangente en un punto $P(x, y)$

$$\rightarrow \frac{d}{dx}(x^2+y^2) = \frac{d}{dx}(C^2)$$

$$2x + 2y\frac{dy}{dx} = 0$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-2x}{2y} = \frac{-x}{y}$$

Ahora, sabemos que la familia de curvas ortogonales a $x^2+y^2=C^2$ deberá satisfacer en todo punto de intersección entre ellos que:

$$m \cdot m' = -1$$

m' = pendiente de la segunda fila de curvas ortogonales

$$\frac{dy}{dx} \cdot \frac{dy}{dx} = -1$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-1}{\frac{dy}{dx}}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-1}{\frac{-x}{y}}$$

esto lo encontramos anteriormente cuando sacamos la derivada a la curva

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{\frac{1}{\frac{-x}{y}}} = \frac{-y}{-x} = \frac{y}{x}$$

Podemos resolver esta EDO por el método de separación de variables

$$dy = \frac{y}{x}\,dx$$

$$\frac{dy}{y} = \frac{1}{x}\,dx$$

Integramos a ambos lados.

$$\int \frac{dy}{y} = \int \frac{1}{x} dx$$

$$\ln y = \ln x + c$$

$$e^{\ln y} = e^{\ln x + c}$$

$$e^{\ln y} = e^{\ln x} e^{c}$$

$$\boxed{e^{c} = m}$$

$$y = mx$$

Es así como obtenemos que la familia de curvas ortogonales a la familia de círculos son rectas tipo $y = mx$

Ejemplo: Encontrar la familia de curvas ortogonales a la familia de elipses $x^2 + 2y^2 = K^2$

$$\underbrace{x^2 + 2y^2}_{F(x,y)}$$

Resolvemos la EDO

$$\frac{dy}{dx} = \frac{F_y}{F_x}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{4y}{2x}$$

$$= \frac{2y}{x}$$

$$\rightarrow \frac{dy}{2y} = \frac{1}{x}\,dx$$

$$\rightarrow \int \frac{dy}{2y} = \int \frac{1}{x}\,dx$$

$$\rightarrow \int \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{y}\,dy = \int \frac{1}{x}\,dx$$

$$\frac{1}{2} \cdot \ln y = \ln x + C$$

$$\ln y = 2\ln x + 2C$$

$$\ln y = 2\ln x + C$$

$$\ln y = \ln x^2 + C$$

$$\frac{}{dx} \quad \frac{}{dx}$$

$$-\frac{F_x}{F_y} \cdot \frac{dY}{dx} = -1$$

rectas tangentes sean ortogonales

$$\frac{dy}{dx} = \frac{F_y}{F_x}$$

→ dada una flia de curvas de la forma $F(x,y) = K$, encontraremos su pendiente en un punto $P(x,y)$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{F_x}{F_y}$$ (acá usamos el teorema de diferenciación explícita)

Ahora, sabemos que la recta tangente de la flia de curvas $F(x,y)=K$ es ortogonal si cumple en todo punto de intersección que:

$$m \cdot m_{ortogonal} = -1$$

$$\frac{dy}{dx} \cdot \frac{dY}{dx} = -1$$

$$-\frac{FX}{Fy} \cdot \frac{dY}{dx} = -1$$

$$\frac{dY}{dx} = \frac{-1}{\frac{1}{-\frac{F_x}{F_y}}} = \frac{-F_y}{-F_x} = \frac{F_y}{F_x}$$

1.2.1

Q (partícula cargada $Q>0$)

$\vec{E} = -\vec{\nabla} V_e$

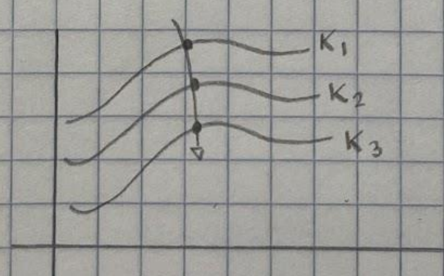
V_e : potencial eléctrico

La partícula Q está sometida a un campo eléctrico. Este último lo definimos como el negativo del gradiente del potencial eléctrico.

Sabemos entonces que el campo eléctrico será ortogonal a la curva de nivel que pasa por el punto P donde está la carga (esta sería nuestra curva equipotencial)

Y dado a que la fuerza va en dirección del campo eléctrico nuestra partícula tendrá una trayectoria ortogonal a nuestras curvas equipotenciales

$K_1 > K_2 > K_3$



Es decir nuestra partícula se mueve en las curvas de la familia ortogonal a la función equipotencial.