Calculo vectorial

Ejercicios unidad 13.4 - Diferenciales

En los ejercicios 1 a 10, hallar la diferencial total.

1) $Z = 2x^2y^3$

$dZ = \frac{\partial Z}{\partial x} dx + \frac{\partial Z}{\partial y} dy$

$= (4xy^3)dx + (2x^2 3y^2) dy$

5) $Z = x \cos y - y \cos x$

$dZ = \frac{\partial Z}{\partial x} dx + \frac{\partial Z}{\partial y} dy$

$= ([(x) - \operatorname{sen} y(0) + \cos y(1)] - [(y) - \operatorname{sen} x(1) + \cos x \cdot 0]) dx$

$= ([(x) - \operatorname{sen} y(1) + \cos y(0)] - [(y) - \operatorname{sen} x \cdot 0 + \cos x(1)]) dy$

$= (\cos y + y \operatorname{sen} x) dx + (-x \operatorname{sen} y - \cos x) dy$

En los ejercicios 11 a 16, a) Evaluar $f(2,1)$ y $f(2.1, 1.05)$ y calcular Δz, y b) usar el diferencial total dz para aproximar Δz

13) $f(x,y) = 16 - x^2 - y^2$

a) $f(2,1) = 16 - (2)^2 - (1)^2 = 16 - 4 - 1 = 11$

$f(2.1, 1.05) = 16 - (2.1)^2 - (1.05)^2 = 16 -$

$= 16 - 4.41 - 1.1025 = 10.4875$

$\Delta z = f(x + \Delta x, y + \Delta y) - f(x, y)$

$= f(2.1, 1.05) - f(2,1)$

$\Delta z = 10.4875 - 11 = -0.5125$

$$dz = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy$$

$$= (-2x)\, dx + (-2y)\, dy$$

$dx = 0.1$; $dy = 0.05$

$dz = (-2(2))(0.1) + (-2(1))(0.05)$

$= -0.4 - 0.1 = -0.5$

$dz \approx \Delta z$

$-0.5 \approx -0.5125$

31) Volumen: El radio r y la altura h de un cilindro circular recto se miden con posibles errores de 4 y 2%, respectivamente. Aproximar el máximo error porcentual posible al medir el volumen.

$r = ?$ $\quad V = \pi r^2 h$

$h = ?$

$dr = 0.04r$

$dh = 0.02h$

$$dv = \frac{\partial v}{\partial r} dr + \frac{\partial v}{\partial h} dh$$

$$dv = 2r\pi h \, dr + \pi r^2 \, dh$$

$$dv = 2\pi r h (0.04) r + \pi r^2 (0.02) h$$

$$\text{Error relativo} = \frac{dv}{V} = \frac{2\pi r^2 h (0.04) + \pi r^2 (0.02) h}{\pi r^2 h}$$

$$= \frac{0.1 \pi r^2 h}{\pi r^2 h} = 0.1$$

$$\text{Error } \% = 0.1 \times 100\% = 10\%$$