

Dalam buku catatan ini, kami menunjukkan plot, pengujian, dan distribusi statistik utama dalam Euler. Mari kita mulai dengan beberapa statistik deskriptif. Ini bukan pengantar statistik. Jadi, Anda mungkin memerlukan beberapa latar belakang untuk memahami detailnya.

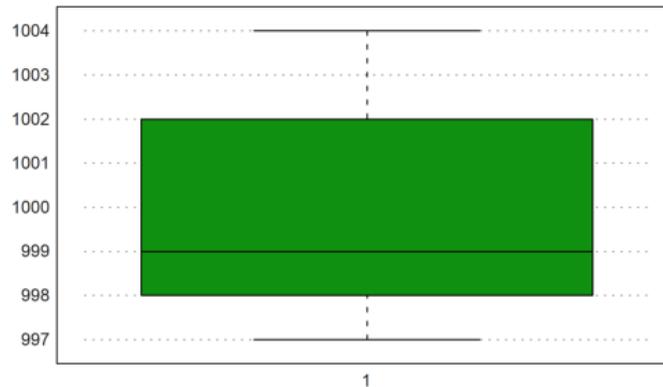
Asumsikan pengukuran berikut. Kami ingin menghitung nilai rata-rata dan simpangan baku yang diukur.

```
>M=[1000,1004,998,997,1002,1001,998,1004,998,997]; ...  
>median(M), mean(M), dev(M),
```

```
999  
999.9  
2.72641400622
```

Kita dapat membuat diagram kotak dan kumis untuk data tersebut. Dalam kasus kita, tidak ada outlier.

```
>aspect(1.75); boxplot(M):
```



Kami menghitung probabilitas bahwa suatu nilai lebih besar dari 1005, dengan asumsi nilai terukur dari distribusi normal.

Semua fungsi untuk distribusi dalam Euler diakhiri dengan ...dis dan menghitung distribusi probabilitas kumulatif (The Cumulative Probability Distribution/CPF).

$$\text{normaldis}(x,m,d) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{d\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-m}{d}\right)^2} dt.$$

Kami mencetak hasil dalam % dengan akurasi 2 digit menggunakan fungsi print.

```
>print((1-normaldis(1005,mean(M),dev(M)))*100,2,unit=" %")
```

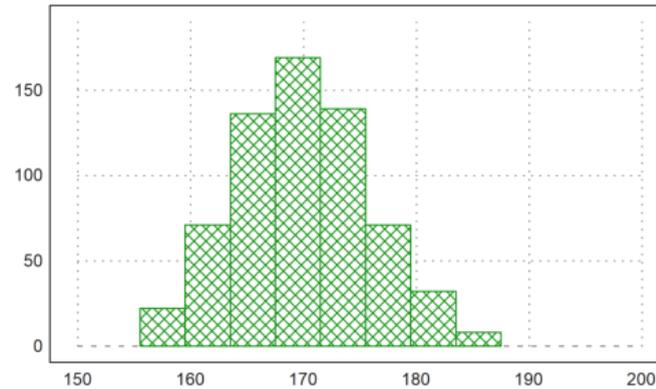
3.07 %

Untuk contoh berikutnya, kami mengasumsikan jumlah pria berikut dalam rentang ukuran tertentu.

```
>r=155.5:4:187.5; v=[22,71,136,169,139,71,32,8];
```

Berikut adalah plot distribusinya.

```
>plot2d(r,v,a=150,b=200,c=0,d=190,bar=1,style="\/"):
```



Kita dapat memasukkan data mentah tersebut ke dalam tabel.

Tabel adalah metode untuk menyimpan data statistik. Tabel kita harus berisi tiga kolom: Awal rentang, akhir rentang, jumlah orang dalam rentang tersebut.

Tabel dapat dicetak dengan tajuk. Kita menggunakan vektor string untuk mengatur tajuk.

```
>T:=r[1:8]' | r[2:9]' | v'; writetable(T,labc=["BB","BA","Frek"])
```

| BB | BA | Frek |
|-------|-------|------|
| 155.5 | 159.5 | 22 |
| 159.5 | 163.5 | 71 |
| 163.5 | 167.5 | 136 |
| 167.5 | 171.5 | 169 |
| 171.5 | 175.5 | 139 |
| 175.5 | 179.5 | 71 |
| 179.5 | 183.5 | 32 |
| 183.5 | 187.5 | 8 |

Jika kita memerlukan nilai rata-rata dan statistik ukuran lainnya, kita perlu menghitung titik tengah rentang. Kita dapat menggunakan dua kolom pertama tabel kita untuk ini.

Simbol "|" digunakan untuk memisahkan kolom, fungsi "writetable" digunakan untuk menulis tabel, dengan opsi "labc" untuk menentukan tajuk kolom.

```
>(T[,1]+T[,2])/2 // titik tengah setiap interval
```

```
157.5  
161.5  
165.5  
169.5  
173.5  
177.5  
181.5  
185.5
```

Namun lebih mudah untuk melipat rentang dengan vektor [1/2,1/2].

```
>M=fold(r, [0.5,0.5])
```

```
[157.5, 161.5, 165.5, 169.5, 173.5, 177.5, 181.5, 185.5]
```

Sekarang kita dapat menghitung rata-rata dan deviasi sampel dengan frekuensi yang diberikan.

```
>{m,d}=meandev(M,v); m, d,
```

```
169.901234568
```

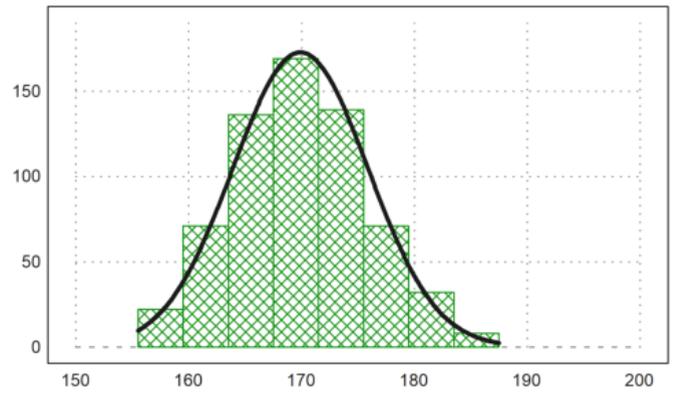
```
5.98912964449
```

Mari kita tambahkan distribusi normal nilai-nilai tersebut ke diagram batang di atas. Rumus untuk distribusi normal dengan mean m dan simpangan baku d adalah:

$$y = \frac{1}{d\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2d^2}}.$$

Karena nilainya berada antara 0 dan 1, untuk memplotnya pada grafik batang, nilainya harus dikalikan dengan 4 kali jumlah data total.

```
>plot2d("qnormal(x,m,d)*sum(v)*4", ...  
> xmin=min(r),xmax=max(r),thickness=3,add=1):
```



Tabel-Tabel

Dalam direktori buku catatan ini Anda akan menemukan berkas dengan tabel. Data tersebut merupakan hasil survei. Berikut adalah empat baris pertama berkas tersebut. Data tersebut berasal dari buku online Jerman "Einführung in die Statistik mit R" karya A. Handl.

```
>printfile("table.dat",4);
```

```
Person Sex Age Titanic Evaluation Tip Problem
1 m 30 n . 1.80 n
2 f 23 y g 1.80 n
3 f 26 y g 1.80 y
```

Tabel berisi 7 kolom angka atau token (string). Kita ingin membaca tabel dari file. Pertama, kita menggunakan terjemahan kita sendiri untuk token.

Untuk ini, kita mendefinisikan set token. Fungsi `strtokens()` mendapatkan vektor string token dari string yang diberikan.

```
>mf:=["m","f"]; yn:["y","n"]; ev:=strtokens("g vg m b vb");
```

Sekarang kita baca tabel dengan terjemahan ini.

Argumen tok2, tok4 etc. adalah terjemahan kolom-kolom tabel. Argumen ini tidak ada dalam daftar parameter readtable(), jadi Anda perlu menyediakannya dengan ":=".

```
>{MT,hd}=readtable("table.dat",tok2:=mf,tok4:=yn,tok5:=ev,tok7:=yn);  
>load over statistics;
```

Untuk mencetak, kita perlu menentukan set token yang sama. Kita cetak empat baris pertama saja.

```
>writetable(MT[1:10],labc=hd,wc=5,tok2:=mf,tok4:=yn,tok5:=ev,tok7:=yn);
```

| Person | Sex | Age | Titanic | Evaluation | Tip | Problem |
|--------|-----|-----|---------|------------|-----|---------|
| 1 | m | 30 | n | . | 1.8 | n |
| 2 | f | 23 | y | g | 1.8 | n |
| 3 | f | 26 | y | g | 1.8 | y |
| 4 | m | 33 | n | . | 2.8 | n |
| 5 | m | 37 | n | . | 1.8 | n |
| 6 | m | 28 | y | g | 2.8 | y |
| 7 | f | 31 | y | vg | 2.8 | n |
| 8 | m | 23 | n | . | 0.8 | n |
| 9 | f | 24 | y | vg | 1.8 | y |
| 10 | m | 26 | n | . | 1.8 | n |

Titik "." mewakili nilai yang tidak tersedia.

Jika kita tidak ingin menentukan token untuk penerjemahan terlebih dahulu, kita hanya perlu menentukan kolom mana yang berisi token dan bukan angka.

```
>ctok=[2,4,5,7]; {MT,hd,tok}=readtable("table.dat",ctok=ctok);
```

Fungsi readtable() sekarang mengembalikan serangkaian token.

```
>tok
```

```
m  
n  
f  
y  
g  
vg
```

Tabel berisi entri dari berkas dengan token yang diterjemahkan ke angka.

String khusus NA="." ditafsirkan sebagai "Not Available" (Tidak tersedia), dan mendapatkan NAN (bukan angka) dalam tabel. Terjemahan ini dapat diubah dengan parameter NA, dan NAval.

```
>MT[1]
```

```
[1, 1, 30, 2, NAN, 1.8, 2]
```

Berikut ini adalah isi tabel dengan angka yang belum diterjemahkan.

```
>writetable(MT,wc=5)
```

| | | | | | | |
|----|---|----|---|---|-----|---|
| 1 | 1 | 30 | 2 | . | 1.8 | 2 |
| 2 | 3 | 23 | 4 | 5 | 1.8 | 2 |
| 3 | 3 | 26 | 4 | 5 | 1.8 | 4 |
| 4 | 1 | 33 | 2 | . | 2.8 | 2 |
| 5 | 1 | 37 | 2 | . | 1.8 | 2 |
| 6 | 1 | 28 | 4 | 5 | 2.8 | 4 |
| 7 | 3 | 31 | 4 | 6 | 2.8 | 2 |
| 8 | 1 | 23 | 2 | . | 0.8 | 2 |
| 9 | 3 | 24 | 4 | 6 | 1.8 | 4 |
| 10 | 1 | 26 | 2 | . | 1.8 | 2 |
| 11 | 3 | 23 | 4 | 6 | 1.8 | 4 |
| 12 | 1 | 32 | 4 | 5 | 1.8 | 2 |
| 13 | 1 | 29 | 4 | 6 | 1.8 | 4 |
| 14 | 3 | 25 | 4 | 5 | 1.8 | 4 |
| 15 | 3 | 31 | 4 | 5 | 0.8 | 2 |
| 16 | 1 | 26 | 4 | 5 | 2.8 | 2 |
| 17 | 1 | 37 | 2 | . | 3.8 | 2 |
| 18 | 1 | 38 | 4 | 5 | . | 2 |
| 19 | 3 | 29 | 2 | . | 3.8 | 2 |
| 20 | 3 | 28 | 4 | 6 | 1.8 | 2 |
| 21 | 3 | 28 | 4 | 1 | 2.8 | 4 |
| 22 | 3 | 28 | 4 | 6 | 1.8 | 4 |
| 23 | 3 | 38 | 4 | 5 | 2.8 | 2 |
| 24 | 3 | 27 | 4 | 1 | 1.8 | 4 |
| 25 | 1 | 27 | 2 | . | 2.8 | 4 |

Demi kenyamanan, Anda dapat memasukkan output `readtable()` ke dalam daftar.

```
>Table={{readtable("table.dat",ctok=ctok)}};
```

Dengan menggunakan kolom token yang sama dan token yang dibaca dari berkas, kita dapat mencetak tabel. Kita dapat menentukan `ctok`, `tok`, dll. atau menggunakan daftar Tabel.

```
>writetable(Table,ctok=ctok,wc=5);
```

| Person | Sex | Age | Titanic | Evaluation | Tip | Problem |
|--------|-----|-----|---------|------------|-----|---------|
| 1 | m | 30 | n | . | 1.8 | n |
| 2 | f | 23 | y | g | 1.8 | n |
| 3 | f | 26 | y | g | 1.8 | y |
| 4 | m | 33 | n | . | 2.8 | n |
| 5 | m | 37 | n | . | 1.8 | n |
| 6 | m | 28 | y | g | 2.8 | y |
| 7 | f | 31 | y | vg | 2.8 | n |
| 8 | m | 23 | n | . | 0.8 | n |
| 9 | f | 24 | y | vg | 1.8 | y |
| 10 | m | 26 | n | . | 1.8 | n |
| 11 | f | 23 | y | vg | 1.8 | y |
| 12 | m | 32 | y | g | 1.8 | n |
| 13 | m | 29 | y | vg | 1.8 | y |
| 14 | f | 25 | y | g | 1.8 | y |
| 15 | f | 31 | y | g | 0.8 | n |
| 16 | m | 26 | y | g | 2.8 | n |
| 17 | m | 37 | n | . | 3.8 | n |
| 18 | m | 38 | y | g | . | n |

| | | | | | | |
|----|---|----|---|----|-----|---|
| 19 | f | 29 | n | . | 3.8 | n |
| 20 | f | 28 | y | vg | 1.8 | n |
| 21 | f | 28 | y | m | 2.8 | y |
| 22 | f | 28 | y | vg | 1.8 | y |
| 23 | f | 38 | y | g | 2.8 | n |
| 24 | f | 27 | y | m | 1.8 | y |
| 25 | m | 27 | n | . | 2.8 | y |

Fungsi `tablecol()` mengembalikan nilai kolom tabel, melewati baris mana pun dengan nilai `NAN("")` dalam file), dan indeks kolom, yang berisi nilai-nilai ini.

```
>{c,i}=tablecol(MT,[5,6]);
```

Kita dapat menggunakan ini untuk mengekstrak kolom dari tabel untuk tabel baru.

```
>j=[1,5,6]; writetable(MT[i,j],lab=hd[j],ctok=[2],tok=tok)
```

| Person | Evaluation | Tip |
|--------|------------|-----|
| 2 | g | 1.8 |
| 3 | g | 1.8 |
| 6 | g | 2.8 |
| 7 | vg | 2.8 |
| 9 | vg | 1.8 |
| 11 | vg | 1.8 |
| 12 | g | 1.8 |
| 13 | vg | 1.8 |
| 14 | g | 1.8 |

| | | |
|----|----|-----|
| 15 | g | 0.8 |
| 16 | g | 2.8 |
| 20 | vg | 1.8 |
| 21 | m | 2.8 |
| 22 | vg | 1.8 |
| 23 | g | 2.8 |
| 24 | m | 1.8 |

Tentu saja, kita perlu mengekstrak tabel itu sendiri dari daftar Table dalam kasus ini.

```
>MT=Table[1];
```

Tentu saja, kita juga dapat menggunakannya untuk menentukan nilai rata-rata kolom atau nilai statistik lainnya.

```
>mean(tablecol(MT,6))
```

2.175

Fungsi `getstatistics()` mengembalikan elemen dalam vektor dan jumlahnya. Kita menerapkannya pada nilai "m" dan "f" di kolom kedua tabel kita.

```
>{xu,count}=getstatistics(tablecol(MT,2)); xu, count,
```

```
[1, 3]  
[12, 13]
```

Kita dapat mencetak hasilnya di tabel baru.

```
>writetable(count',labr=tok[xu])
```

```
      m      12  
      f      13
```

Fungsi `selecttable()` mengembalikan tabel baru dengan nilai-nilai dalam satu kolom yang dipilih dari vektor indeks. Pertama-tama kita mencari indeks dari dua nilai kita di tabel token.

```
>v:=indexof(tok,["g","vg"])
```

```
[5, 6]
```

Sekarang kita dapat memilih baris tabel, yang memiliki salah satu nilai dalam v di baris ke-5.

```
>MT1:=MT[selectrows(MT,5,v)]; i:=sortedrows(MT1,5);
```

Sekarang kita dapat mencetak tabel, dengan nilai yang diekstraksi dan diurutkan di kolom ke-5.

```
>writetable(MT1[i],labc=hd,ctok=ctok,tok=tok,wc=7);
```

| Person | Sex | Age | Titanic | Evaluation | Tip | Problem |
|--------|-----|-----|---------|------------|-----|---------|
| 2 | f | 23 | y | g | 1.8 | n |
| 3 | f | 26 | y | g | 1.8 | y |
| 6 | m | 28 | y | g | 2.8 | y |
| 18 | m | 38 | y | g | . | n |
| 16 | m | 26 | y | g | 2.8 | n |
| 15 | f | 31 | y | g | 0.8 | n |
| 12 | m | 32 | y | g | 1.8 | n |
| 23 | f | 38 | y | g | 2.8 | n |
| 14 | f | 25 | y | g | 1.8 | y |
| 9 | f | 24 | y | vg | 1.8 | y |
| 7 | f | 31 | y | vg | 2.8 | n |
| 20 | f | 28 | y | vg | 1.8 | n |
| 22 | f | 28 | y | vg | 1.8 | y |
| 13 | m | 29 | y | vg | 1.8 | y |
| 11 | f | 23 | y | vg | 1.8 | y |

Dengan `getstatistics()`, kita juga dapat menghubungkan jumlah pada dua kolom tabel satu sama lain.

```
>MT24=tablecol(MT,[2,4]); ...
>{xu1,xu2,count}=getstatistics(MT24[1],MT24[2]); ...
>writetable(count,labr=tok[xu1],labc=tok[xu2])
```

| | n | y |
|---|---|----|
| m | 7 | 5 |
| f | 1 | 12 |

Suatu tabel dapat ditulis ke dalam suatu berkas.

```
>filename="test.dat"; ...
>writetable(count,labr=tok[xu1],labc=tok[xu2],file=filename);
```

Lalu kita dapat membaca tabel dari berkas tersebut.

```
>{MT2,hd,tok2,hdr}=readtable(filename,>clabs,>rlabs); ...
>writetable(MT2,labr=hdr,labc=hd)
```

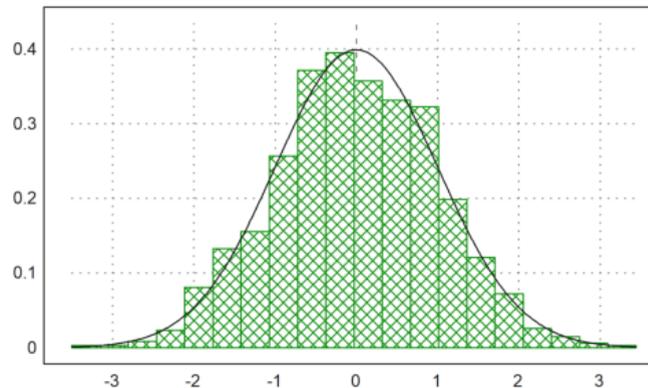
| | n | y |
|---|---|----|
| m | 7 | 5 |
| f | 1 | 12 |

Dan dapat menghapus berkas.

```
>fileremove(filename);
```

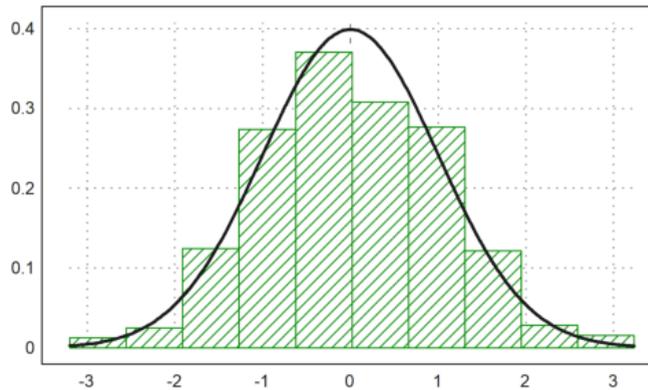
Dengan plot2d, ada metode yang sangat mudah untuk memplot distribusi data eksperimen.

```
>p=normal(1,1000); //1000 sampel acak p yang terdistribusi normal  
>plot2d(p,distribution=20,style="\"); // plot sampel acak p  
>plot2d("qnormal(x,0,1)",add=1): // menambahkan plot standar distribusi normal
```



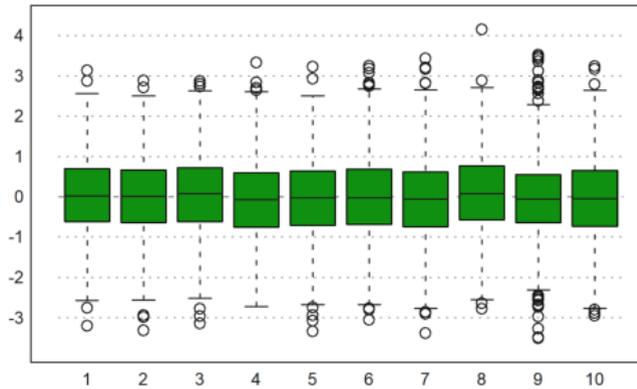
Harap perhatikan perbedaan antara diagram batang (sampel) dan kurva normal (distribusi riil). Masukkan kembali ketiga perintah tersebut untuk melihat hasil sampel lainnya.

```
>p=normal(1,500); //500 sampel acak p yang terdistribusi normal  
>plot2d(p,distribution=10,style="/"); // plot sampel acak p  
>plot2d("qnormal(x,0,1)",add=1, thickness=2): //
```



Berikut ini adalah perbandingan 10 simulasi dari 1000 nilai yang didistribusikan secara normal menggunakan apa yang disebut diagram kotak. Diagram ini menunjukkan median, kuartil 25% dan 75%, nilai minimal dan maksimal, dan outlier.

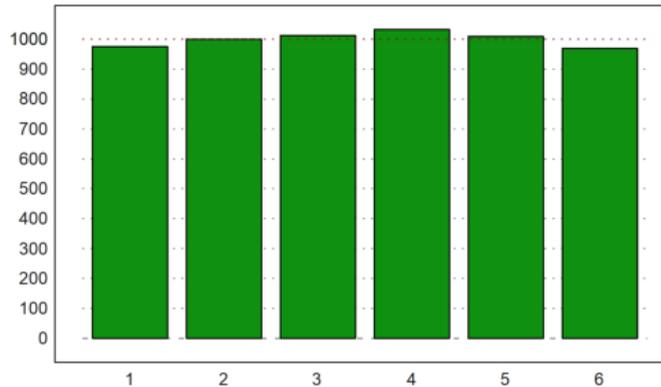
```
>p=normal(10,1000); boxplot(p):
```



Untuk menghasilkan bilangan bulat acak, Euler memiliki `intrandom`. Mari kita simulasikan lemparan dadu dan plot distribusinya.

Kita gunakan fungsi `getmultiplicities(v,x)` yang menghitung seberapa sering elemen v muncul di x . Kemudian kita plot hasilnya menggunakan `columnplot()`.

```
>k=intrandom(1,6000,6); ...
>columnplot(getmultiplicities(1:6,k)); ...
>ygrid(1000,color=red):
```



Sementara `inrandom(n,m,k)` mengembalikan bilangan bulat yang terdistribusi seragam dari 1 hingga k, dimungkinkan untuk menggunakan distribusi bilangan bulat lain yang diberikan dengan `randpint()`.

Dalam contoh berikut, probabilitas untuk 1,2,3 masing-masing adalah 0.4,0.1,0.5.

```
>randpint(1,1000,[0.4,0.1,0.5]); getmultiplicities(1:3,%)
```

```
[385, 111, 504]
```

Euler dapat menghasilkan nilai acak dari lebih banyak distribusi. Lihatlah referensinya.

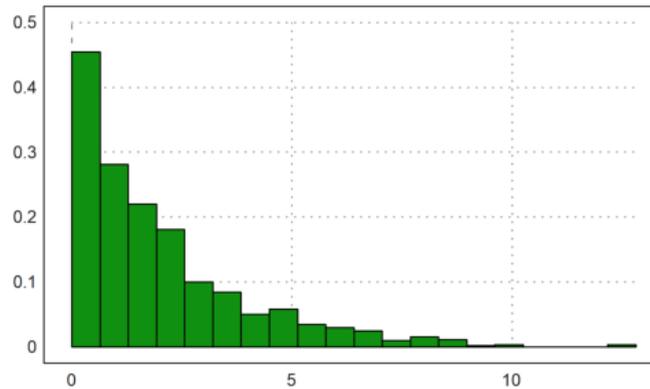
Misalnya, kita coba distribusi eksponensial. Suatu variabel acak kontinu X dikatakan memiliki distribusi eksponensial, jika PDF-nya diberikan oleh

$$f_X(x) = \lambda e^{-\lambda x}, \quad x > 0, \quad \lambda > 0,$$

dengan parameter

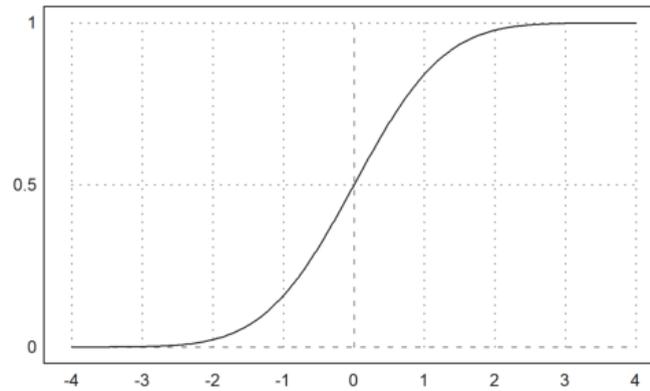
$\lambda = \frac{1}{\mu}$, μ is the mean, and denoted by $X \sim \text{Exponential}(\lambda)$.

```
>plot2d(randexponential(1,1000,2),>distribution):
```



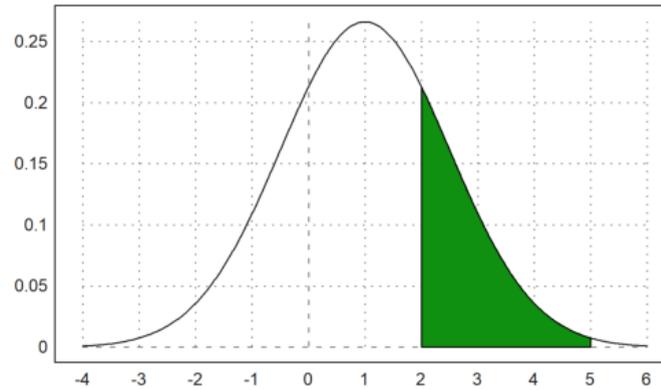
Untuk banyak distribusi, Euler dapat menghitung fungsi distribusi dan inversnya.

```
>plot2d("normaldis",-4,4):
```



Berikut ini adalah salah satu cara untuk memplot kuantil.

```
>plot2d("qnormal(x,1,1.5)",-4,6); ...  
>plot2d("qnormal(x,1,1.5)",a=2,b=5,>add,>filled):
```



$$\text{normaldis}(x,m,d) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{d\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-m}{d}\right)^2} dt.$$

Peluang untuk berada di area hijau adalah sebagai berikut.

```
>normaldis(5,1,1.5)-normaldis(2,1,1.5)
```

0.248662156979

Ini dapat dihitung secara numerik dengan integral berikut.

$$\int_2^5 \frac{1}{1.5\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-1}{1.5}\right)^2} dx.$$

```
>gauss("qnormal(x,1,1.5)",2,5)
```

```
0.248662156979
```

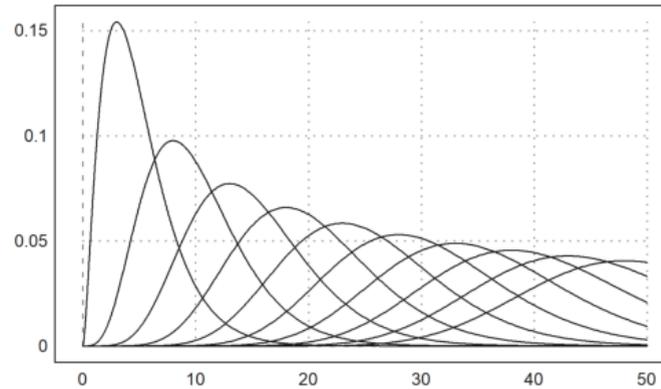
Mari kita bandingkan distribusi binomial dengan distribusi normal dengan nilai rata-rata dan deviasi yang sama. Fungsi `invbindis()` menyelesaikan interpolasi linier antara nilai integer.

```
>invbindis(0.95,1000,0.5), invnormaldis(0.95,500,0.5*sqrt(1000))
```

```
525.516721219  
526.007419394
```

Fungsi `qdis()` adalah kerapatan distribusi chi-square. Seperti biasa, Euler memetakan vektor ke fungsi ini. Jadi, kita memperoleh plot semua distribusi chi-square dengan derajat 5 hingga 30 dengan mudah dengan cara berikut.

```
>plot2d("qchidis(x,(5:5:50)')",0,50):
```



Euler memiliki fungsi yang akurat untuk mengevaluasi distribusi. Mari kita periksa `chidis()` dengan integral.

Penamaannya mencoba agar konsisten. Misalnya,

- distribusi chi-square adalah `chidis()`,
- fungsi inversnya adalah `invchidis()`,
- densitasnya adalah `qchidis()`.

Komplemen distribusi (ekor atas) adalah `chicdis()`.

```
>chidis(1.5,2), integrate("qchidis(x,2)",0,1.5)
```

```
0.527633447259
```

```
0.527633447259
```

Distribusi Diskrit

Untuk menentukan distribusi diskrit Anda sendiri, Anda dapat menggunakan metode berikut. Pertama, kita tentukan fungsi distribusinya.

```
>wd = 0|((1:6)+[-0.01,0.01,0,0,0,0])/6
```

```
[0, 0.165, 0.335, 0.5, 0.666667, 0.833333, 1]
```

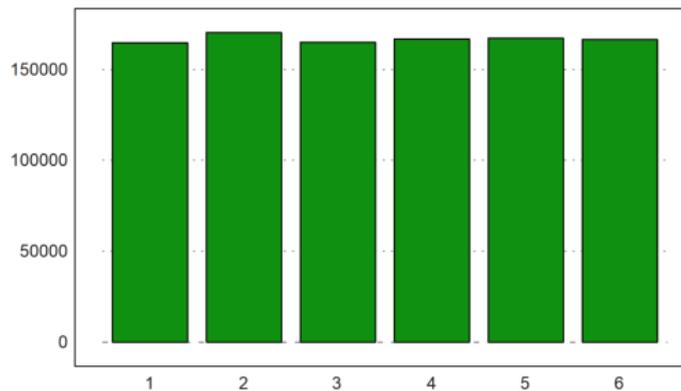
Artinya adalah bahwa dengan probabilitas $wd[i+1]-wd[i]$ kita menghasilkan nilai acak i .

Ini hampir merupakan distribusi seragam. Mari kita definisikan generator angka acak untuk ini. Fungsi `find(v,x)` menemukan nilai x dalam vektor v . Fungsi ini juga berfungsi untuk vektor x .

```
>function wrongdice (n,m) := find(wd,random(n,m))
```

Kesalahannya begitu halus sehingga kita hanya melihatnya pada pengulangan yang sangat banyak.

```
>columnsplot(getmultiplicities(1:6,wrongdice(1,1000000))):
```



Berikut ini adalah fungsi sederhana untuk memeriksa distribusi seragam dari nilai 1...K dalam v. Kita menerima hasilnya, jika untuk semua frekuensi

$$\left| f_i - \frac{1}{K} \right| < \frac{\delta}{\sqrt{n}}.$$

```
>function checkrandom (v, delta=1) ...
```

```
K=max(v); n=cols(v);  
fr=getfrequencies(v,1:K);  
return max(fr/n-1/K)<delta/sqrt(n);  
endfunction
```

Memang fungsi tersebut menolak distribusi seragam.

```
>checkrandom(wrongdice(1,1000000))
```

0

Dan menerima generator acak bawaan.

```
>checkrandom(intrandom(1,1000000,6))
```

1

Kita dapat menghitung distribusi binomial. Pertama ada `binomialsun()`, yang mengembalikan probabilitas i atau kurang dari n kali percobaan.

```
>bindis(410,1000,0.4)
```

0.751401349654

Fungsi Beta terbalik digunakan untuk menghitung interval kepercayaan Clopper-Pearson untuk parameter p . Level default adalah α .

Arti dari interval ini adalah jika p berada di luar interval, hasil yang diamati sebesar 410 dalam 1000 adalah langka.

```
>clopperpearson(410,1000)
```

```
[0.37932, 0.441212]
```

Perintah berikut adalah cara langsung untuk mendapatkan hasil di atas. Namun untuk n yang besar, penjumlahan langsung tidak akurat dan lambat.

```
>p=0.4; i=0:410; n=1000; sum(bin(n,i)*p^i*(1-p)^(n-i))
```

```
0.751401349655
```

Omong-omong, `invbinsum()` menghitung kebalikan dari `binomialsum()`.

```
>invbindis(0.75,1000,0.4)
```

```
409.932733047
```

Dalam Bridge, kita mengasumsikan 5 kartu yang beredar (dari 52) dalam dua tangan (26 kartu). Mari kita hitung probabilitas distribusi yang lebih buruk dari 3:2 (misalnya, 0:5, 1:4, 4:1 or 5:0).

```
>2*hypergeoms(1,5,13,26)
```

```
0.321739130435
```

Ada juga simulasi distribusi multinomial.

```
>randmultinomial(10,1000,[0.4,0.1,0.5])
```

| | | |
|-----|-----|-----|
| 382 | 94 | 524 |
| 406 | 79 | 515 |
| 415 | 95 | 490 |
| 429 | 104 | 467 |
| 404 | 105 | 491 |
| 393 | 104 | 503 |
| 396 | 103 | 501 |
| 431 | 80 | 489 |
| 402 | 96 | 502 |
| 387 | 108 | 505 |

Memetakan Data

Untuk memetakan data, kami mencoba hasil pemilu Jerman sejak 1990, diukur dalam kursi.

```
>BW := [ ...
>1990,662,319,239,79,8,17; ...
>1994,672,294,252,47,49,30; ...
>1998,669,245,298,43,47,36; ...
>2002,603,248,251,47,55,2; ...
>2005,614,226,222,61,51,54; ...
>2009,622,239,146,93,68,76; ...
>2013,631,311,193,0,63,64];
```

Untuk para partai, kami menggunakan serangkaian/string nama.

```
>P:=["CDU/CSU", "SPD", "FDP", "Gr", "Li"];
```

Mari kita cetak persentasenya dengan baik.

Pertama, kita ekstrak kolom yang diperlukan. Kolom 3 hingga 7 adalah kursi masing-masing partai, dan kolom 2 adalah jumlah total kursi. Kolom 4 adalah tahun pemilihan.

```
>BT:=BW[,3:7]; BT:=BT/sum(BT); YT:=BW[,1]';
```

Kemudian kami mencetak statistik dalam bentuk tabel. Kami menggunakan nama sebagai tajuk kolom, dan tahun sebagai tajuk untuk baris. Lebar default untuk kolom adalah `wc=10`, tetapi kami lebih suka keluaran yang lebih padat. Kolom akan diperluas untuk label kolom, jika perlu.

```
>writetable(BT*100,wc=6,dc=0,>fixed,labc=P,labr=YT)
```

| | CDU/CSU | SPD | FDP | Gr | Li |
|------|---------|-----|-----|----|----|
| 1990 | 48 | 36 | 12 | 1 | 3 |
| 1994 | 44 | 38 | 7 | 7 | 4 |
| 1998 | 37 | 45 | 6 | 7 | 5 |
| 2002 | 41 | 42 | 8 | 9 | 0 |
| 2005 | 37 | 36 | 10 | 8 | 9 |
| 2009 | 38 | 23 | 15 | 11 | 12 |
| 2013 | 49 | 31 | 0 | 10 | 10 |

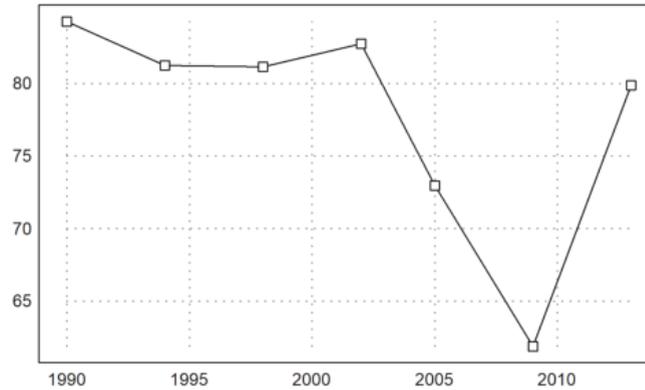
Perkalian matriks berikut ini mengekstrak jumlah persentase dari dua partai besar yang menunjukkan bahwa partai-partai kecil telah memperoleh dukungan di parlemen hingga tahun 2009.

```
>BT1:=(BT.[1;1;0;0;0])'*100
```

```
[84.29, 81.25, 81.1659, 82.7529, 72.9642, 61.8971, 79.8732]
```

Ada juga plot statistik sederhana. Kita menggunakannya untuk menampilkan garis dan titik secara bersamaan. Alternatifnya adalah memanggil `plot2d` dua kali dengan `>add`.

```
>statplot(YT,BT1,"b"):
```



Tentukan beberapa warna untuk setiap pihak.

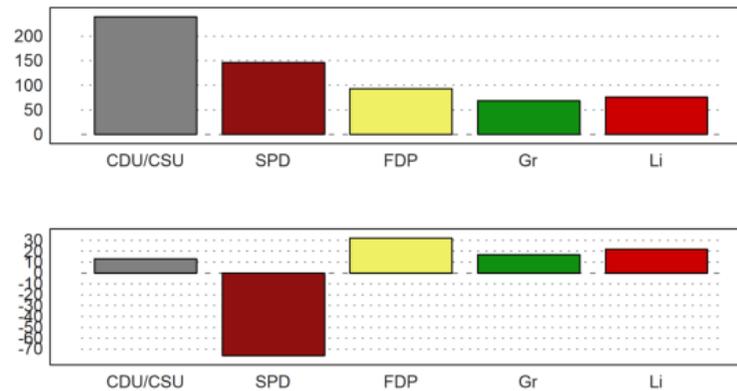
```
>CP:=[rgb(0.5,0.5,0.5),red,yellow,green,rgb(0.8,0,0)];
```

Sekarang kita dapat memetakan hasil pemilu 2009 dan perubahannya ke dalam satu plot menggunakan gambar. Kita dapat menambahkan vektor kolom ke setiap plot.

```

>figure(2,1); ...
>figure(1); columnsplot(BW[6,3:7],P,color=CP); ...
>figure(2); columnsplot(BW[6,3:7]-BW[5,3:7],P,color=CP); ...
>figure(0):

```

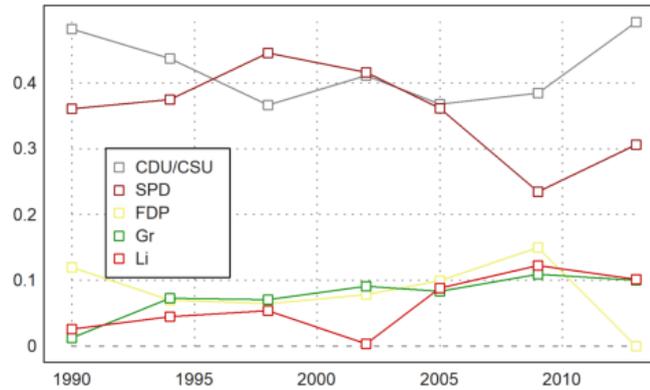


Plot data menggabungkan baris-baris data statistik dalam satu plot.

```

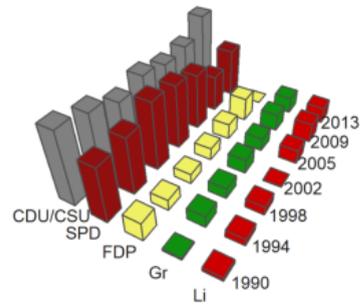
>J:=BW[,1]'; DP:=BW[,3:7]'; ...
>dataplot(YT,BT',color=CP); ...
>labelbox(P,color=CP,styles="[]",>points,w=0.2,x=0.3,y=0.4):

```



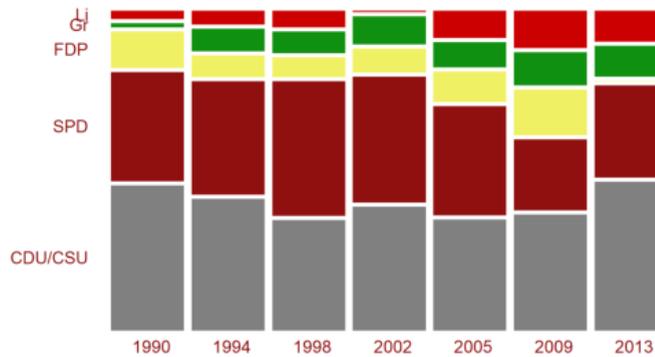
Plot kolom 3D menunjukkan baris data statistik dalam bentuk kolom. Kami memberikan label untuk baris dan kolom. Angle adalah sudut pandang.

```
>columnplot3d(BT,scols=P,srows=YT, ...
> angle=30°,ccols=CP):
```



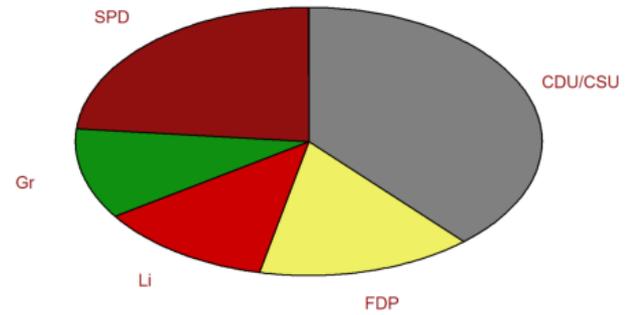
Representasi lainnya adalah plot mosaik. Perhatikan bahwa kolom-kolom plot mewakili kolom-kolom matriks di sini. Karena panjang label CDU/CSU, kami mengambil jendela yang lebih kecil dari biasanya.

```
>shrinkwindow(>smaller); ...  
>mosaicplot(BT',srows=YT,scols=P,color=CP,style="#"); ...  
>shrinkwindow():
```



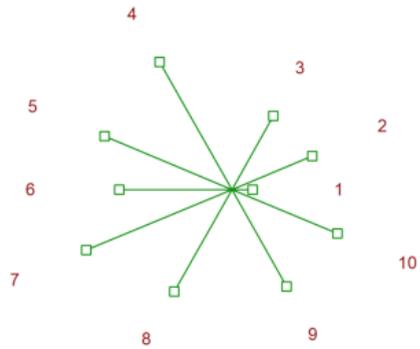
Kita juga bisa membuat diagram lingkaran. Karena hitam dan kuning membentuk koalisi, kita susun ulang unsur-unsurnya.

```
>i=[1,3,5,4,2]; piechart(BW[6,3:7][i],color=CP[i],lab=P[i]):
```



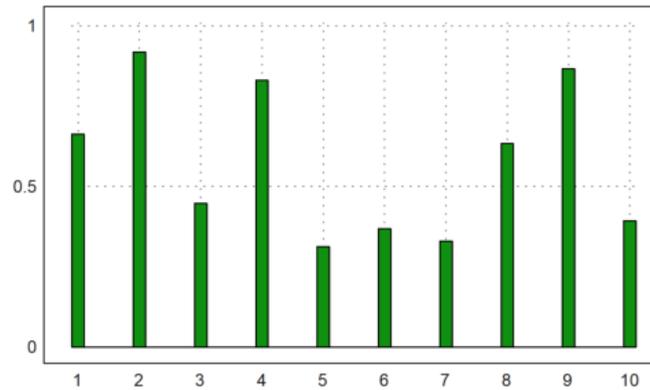
Berikut adalah jenis plot yang lain.

```
>starplot(normal(1,10)+4,lab=1:10,>rays):
```



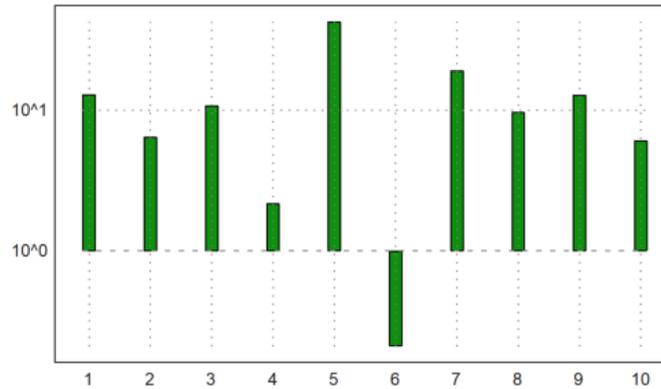
Beberapa plot dalam plot2d bagus untuk statika. Berikut adalah plot impuls data acak, yang didistribusikan secara seragam dalam $[0,1]$.

```
>plot2d(makeimpulse(1:10,random(1,10)),>bar):
```



Namun untuk data yang terdistribusi secara eksponensial, kita mungkin memerlukan plot logaritmik.

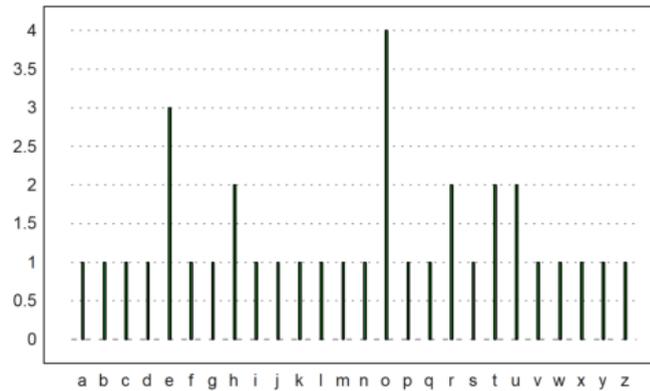
```
>logimpulseplot(1:10,-log(random(1,10))*10):
```



Fungsi `columnplot()` lebih mudah digunakan, karena hanya memerlukan vektor nilai. Selain itu, fungsi ini dapat mengatur labelnya sesuai keinginan kita, kami telah menunjukkannya dalam tutorial ini.

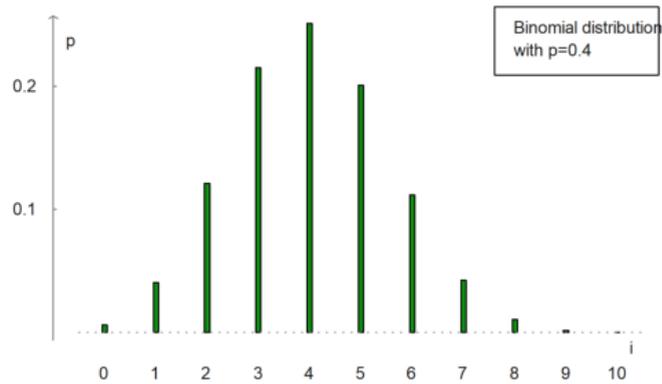
Berikut adalah aplikasi lain, tempat kita menghitung karakter dalam kalimat dan memplot statistik.

```
>v=strtochar("the quick brown fox jumps over the lazy dog"); ...
>w=ascii("a"):ascii("z"); x=getmultiplicities(w,v); ...
>cw=[]; for k=w; cw=cw|char(k); end; ...
>columnplot(x,lab=cw,width=0.05):
```



Anda juga dapat mengatur sumbu secara manual.

```
>n=10; p=0.4; i=0:n; x=bin(n,i)*p^i*(1-p)^(n-i); ...
>columnplot(x,lab=i,width=0.05,<frame,<grid); ...
>yaxis(0,0:0.1:1,style="->",>left); xaxis(0,style="."); ...
>label("p",0,0.25), label("i",11,0); ...
>textbox(["Binomial distribution","with p=0.4"]):
```



Berikut ini adalah cara untuk memetakan frekuensi angka dalam sebuah vektor.
Kita buat sebuah vektor bilangan acak integer 1 hingga 6.

```
>v:=inrandom(1,10,10)
```

```
[1, 3, 7, 3, 4, 8, 6, 2, 8, 9]
```

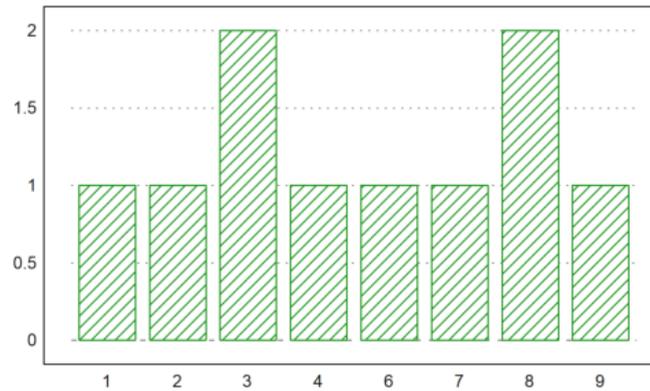
Lalu ekstrak angka unik dalam v.

```
>vu:=unique(v)
```

```
[1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9]
```

Dan plot frekuensi pada kolom plot.

```
>columnsplot(getmultiplicities(vu,v),lab=vu,style="/"):
```



Kami ingin menunjukkan fungsi untuk distribusi nilai empiris.

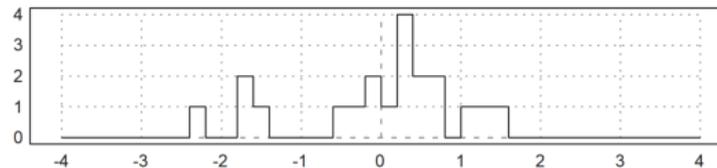
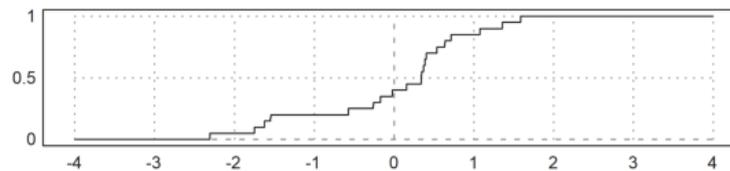
```
>x=normal(1,20);
```

Fungsi `empdist(x,vs)` memerlukan array nilai yang diurutkan. Jadi, kita harus mengurutkan `x` sebelum dapat menggunakannya.

```
>xs=sort(x);
```

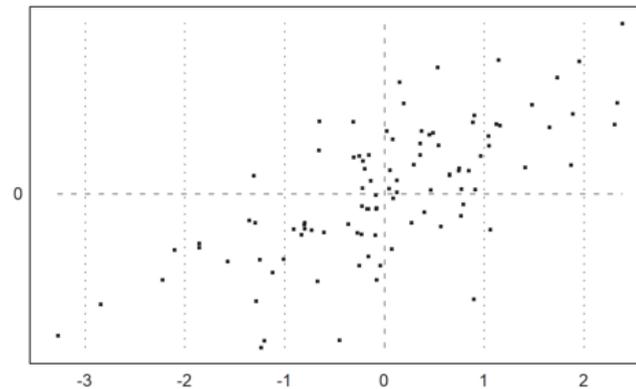
Then we plot theKemudian kami memetakan distribusi empiris dan beberapa batang kepadatan ke dalam satu petak. Alih-alih menggunakan petak batang untuk distribusi, kali ini kami menggunakan petak gigi gergaji(sawtooth plot).

```
>figure(2,1); ...  
>figure(1); plot2d("empdist",-4,4;xs); ...  
>figure(2); plot2d(histo(x,v=-4:0.2:4,<bar)); ...  
>figure(0):
```



Plot sebaran mudah dibuat di Euler dengan plot titik biasa. Grafik berikut menunjukkan bahwa X dan $X+Y$ jelas berkorelasi positif.

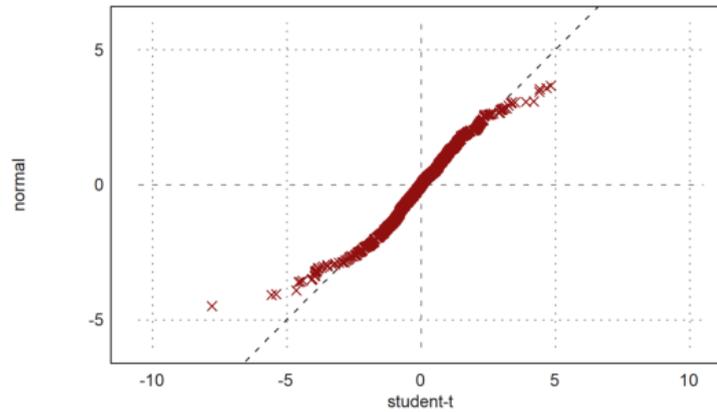
```
>x=normal(1,100); plot2d(x,x+rotright(x),>points,style=".."):
```



Sering kali, kita ingin membandingkan dua sampel dengan distribusi yang berbeda. Hal ini dapat dilakukan dengan plot kuantil-kuantil.

Untuk pengujian, kita mencoba distribusi t-student dan distribusi eksponensial.

```
>x=randt(1,1000,5); y=randnormal(1,1000,mean(x),dev(x)); ...  
>plot2d("x",r=6,style="--",yl="normal",xl="student-t",>vertical); ...  
>plot2d(sort(x),sort(y),>points,color=red,style="x",>add):
```



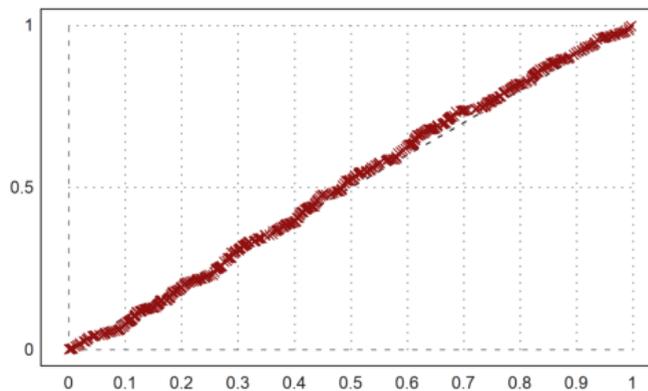
Plot tersebut dengan jelas menunjukkan bahwa nilai-nilai yang terdistribusi normal cenderung lebih kecil di ujung-ujung ekstrem.

Jika kita memiliki dua distribusi dengan ukuran yang berbeda, kita dapat memperluas yang lebih kecil atau mengecilkan yang lebih besar. Fungsi berikut ini baik untuk keduanya. Fungsi ini mengambil nilai median dengan persentase antara 0 dan 1.

```
>function medianexpand (x,n) := median(x,p=linspace(0,1,n-1));
```

Mari kita bandingkan dua distribusi yang sama.

```
>x=random(1000); y=random(400); ...  
>plot2d("x",0,1,style="--"); ...  
>plot2d(sort(medianexpand(x,400)),sort(y),>points,color=red,style="x",>add):
```



Regresi dan Korelasi

Regresi linier dapat dilakukan dengan fungsi `polyfit()` atau berbagai fungsi fit.

Sebagai permulaan, kita mencari garis regresi untuk data univariat dengan `polyfit(x,y,1)`.

```
>x=1:10; y=[2,3,1,5,6,3,7,8,9,8]; writetable(x'|y',labc=["x","y"])
```

| x | y |
|----|---|
| 1 | 2 |
| 2 | 3 |
| 3 | 1 |
| 4 | 5 |
| 5 | 6 |
| 6 | 3 |
| 7 | 7 |
| 8 | 8 |
| 9 | 9 |
| 10 | 8 |

Kami ingin membandingkan kecocokan yang tidak tertimbang dan tertimbang. Pertama, koefisien kecocokan linier.

```
>p=polyfit(x,y,1)
```

```
[0.733333, 0.812121]
```

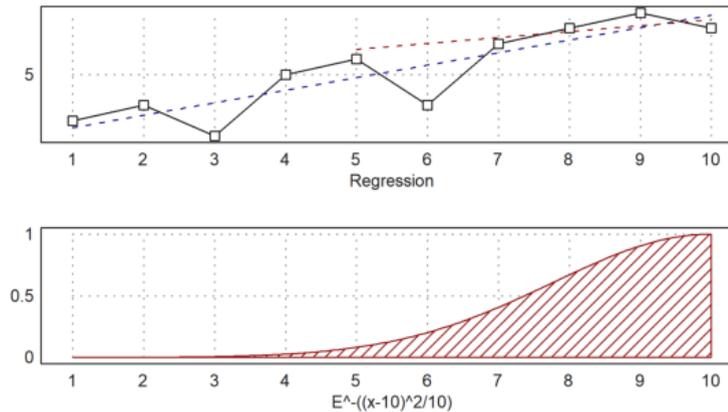
Sekarang koefisien dengan bobot yang menekankan nilai terakhir.

```
>w &= "exp(-(x-10)^2/10)"; pw=polyfit(x,y,1,w=w(x))
```

```
[4.71566, 0.38319]
```

Kami memasukkan semuanya ke dalam satu plot untuk titik dan garis regresi, dan untuk bobot yang digunakan.

```
>figure(2,1); ...  
>figure(1); statplot(x,y,"b",xl="Regression"); ...  
> plot2d("evalpoly(x,p)",>add,color=blue,style="--"); ...  
> plot2d("evalpoly(x,pw)",5,10,>add,color=red,style="--"); ...  
>figure(2); plot2d(w,1,10,>filled,style="/",fillcolor=red,xl=w); ...  
>figure(0):
```



Untuk contoh lain, kami membaca survei siswa, usia mereka, usia orang tua mereka, dan jumlah saudara kandung dari sebuah berkas.

Tabel ini berisi "m" dan "f" di kolom kedua. Kami menggunakan variabel tok2 untuk mengatur terjemahan yang tepat alih-alih membiarkan readtable() mengumpulkan terjemahan.

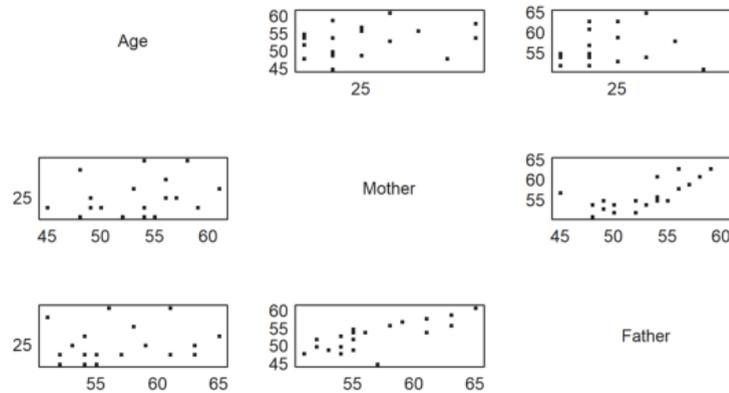
```
>{MS,hd}:=readtable("table1.dat",tok2=["m","f"]); ...
>writetable(MS,labc=hd,tok2=["m","f"]);
```

| Person | Sex | Age | Mother | Father | Siblings |
|--------|-----|-----|--------|--------|----------|
| 1 | m | 29 | 58 | 61 | 1 |
| 2 | f | 26 | 53 | 54 | 2 |
| 3 | m | 24 | 49 | 55 | 1 |
| 4 | f | 25 | 56 | 63 | 3 |
| 5 | f | 25 | 49 | 53 | 0 |
| 6 | f | 23 | 55 | 55 | 2 |
| 7 | m | 23 | 48 | 54 | 2 |

| | | | | | |
|----|---|----|----|----|---|
| 8 | m | 27 | 56 | 58 | 1 |
| 9 | m | 25 | 57 | 59 | 1 |
| 10 | m | 24 | 50 | 54 | 1 |
| 11 | f | 26 | 61 | 65 | 1 |
| 12 | m | 24 | 50 | 52 | 1 |
| 13 | m | 29 | 54 | 56 | 1 |
| 14 | m | 28 | 48 | 51 | 2 |
| 15 | f | 23 | 52 | 52 | 1 |
| 16 | m | 24 | 45 | 57 | 1 |
| 17 | f | 24 | 59 | 63 | 0 |
| 18 | f | 23 | 52 | 55 | 1 |
| 19 | m | 24 | 54 | 61 | 2 |
| 20 | f | 23 | 54 | 55 | 1 |

Bagaimana usia saling bergantung? Kesan pertama datang dari diagram sebaran berpasangan.

```
>scatterplots(tablecol(MS,3:5),hd[3:5]):
```



Jelas bahwa usia ayah dan ibu saling bergantung. Mari kita tentukan dan gambarkan garis regresinya.

```
>cs:=MS[,4:5]'; ps:=polyfit(cs[1],cs[2],1)
```

```
[17.3789, 0.740964]
```

Ini jelas model yang salah. Garis regresi adalah $s=17+0.74t$, di mana t adalah usia ibu dan s adalah usia ayah. Perbedaan usia mungkin sedikit bergantung pada usia, tetapi tidak terlalu banyak.

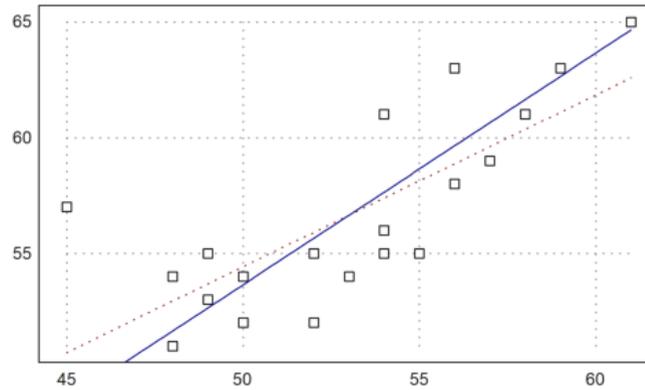
Sebaliknya, kami menduga fungsi seperti $s=a+t$. Maka a adalah rata-rata $s-t$. Itu adalah perbedaan usia rata-rata antara ayah dan ibu.

```
>da:=mean(cs[2]-cs[1])
```

```
3.65
```

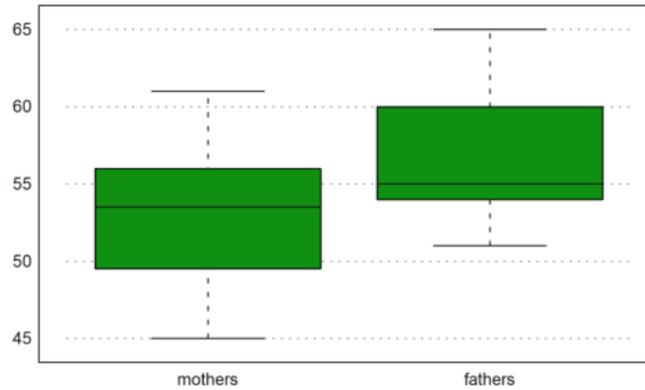
Mari kita gambarkan ini menjadi satu diagram sebar.

```
>plot2d(cs[1],cs[2],>points); ...  
>plot2d("evalpoly(x,ps)",color=red,style=".",>add); ...  
>plot2d("x+da",color=blue,>add):
```



Berikut ini adalah diagram kotak dari dua zaman tersebut. Ini hanya menunjukkan bahwa zamannya berbeda.

```
>boxplot(cs,["mothers","fathers"]):
```



Menariknya bahwa perbedaan median tidak sebesar perbedaan mean.

```
>median(cs[2])-median(cs[1])
```

1.5

Koefisien korelasi menunjukkan korelasi positif.

```
>correl(cs[1],cs[2])
```

0.7588307236

Korelasi peringkat adalah ukuran untuk urutan yang sama di kedua vektor. Korelasi ini juga cukup positif.

```
>rankcorrel(cs[1],cs[2])
```

```
0.758925292358
```

Membuat Fungsi Baru

Tentu saja, bahasa EMT dapat digunakan untuk memprogram fungsi baru. Misalnya, kita mendefinisikan fungsi skewness.

$$sk(x) = \frac{\sqrt{n} \sum_i (x_i - m)^3}{(\sum_i (x_i - m)^2)^{3/2}}$$

dimana m adalah rata-rata dari x.

```
>function skew (x:vector) ...  
  
    m=mean(x);  
    return sqrt(cols(x))*sum((x-m)^3)/(sum((x-m)^2))^(3/2);  
endfunction
```

Seperti yang Anda lihat, kita dapat dengan mudah menggunakan bahasa matriks untuk mendapatkan implementasi yang sangat singkat dan efisien. Mari kita coba fungsi ini.

```
>data=normal(20); skew(normal(10))
```

```
-0.341837206646
```

Berikut adalah fungsi lainnya, yang disebut koefisien kemiringan Pearson.

```
>function skew1 (x) := 3*(mean(x)-median(x))/dev(x)  
>skew1(data)
```

-0.63693957428

Simulasi Monte Carlo

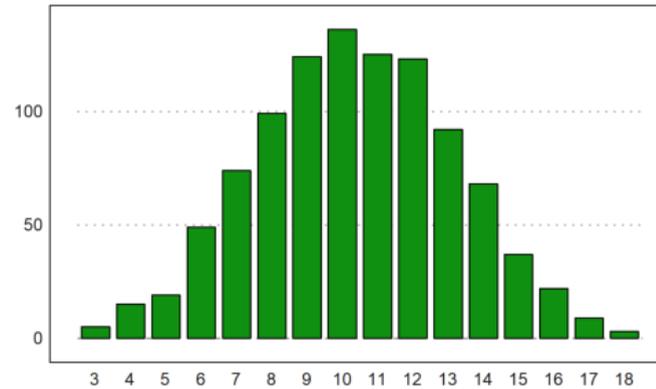
Euler dapat digunakan untuk mensimulasikan kejadian acak. Kita telah melihat contoh sederhana di atas. Berikut ini adalah contoh lain, yang mensimulasikan 1000 kali lemparan 3 dadu, dan menanyakan distribusi jumlahnya.

```
>ds:=sum(intrandom(1000,3,6))'; fs=getmultiplicities(3:18,ds)
```

```
[5, 15, 19, 49, 74, 99, 124, 136, 125, 123, 92, 68, 37,  
22, 9, 3]
```

Kita bisa merencanakannya sekarang.

```
>columnplot(fs,lab=3:18):
```



Menentukan distribusi yang diharapkan tidaklah mudah.
Kami menggunakan rekursi tingkat lanjut untuk ini.

Fungsi berikut menghitung jumlah cara bilangan k dapat direpresentasikan sebagai jumlah n bilangan dalam rentang 1 hingga m. Fungsi ini bekerja secara rekursif dengan cara yang jelas.

```
>function map countways (k; n, m) ...

    if n==1 then return k>=1 && k<=m
    else
        sum=0;
        loop 1 to m; sum=sum+countways(k-#,n-1,m); end;
        return sum;
    end;
endfunction
```

Berikut ini hasil dari tiga kali lemparan dadu.

```
>countways(5:25,5,5)
```

```
[1, 5, 15, 35, 70, 121, 185, 255, 320, 365, 381, 365, 320,  
255, 185, 121, 70, 35, 15, 5, 1]
```

```
>cw=countways(3:18,3,6)
```

```
[1, 3, 6, 10, 15, 21, 25, 27, 27, 25, 21, 15, 10, 6, 3,  
1]
```

Kami menambahkan nilai yang diharapkan ke plot.

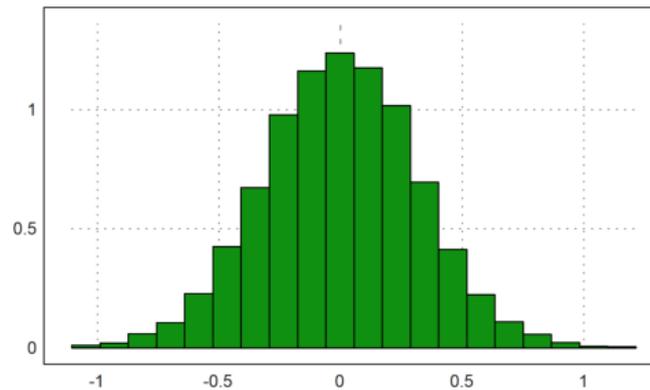
```
>plot2d(cw/6^3*1000,>add); plot2d(cw/6^3*1000,>points,>add):
```


Mari kita periksa ini dengan simulasi. Kita hasilkan 10000 kali 10 vektor acak.

```
>M=normal(10000,10); dev(mean(M)')
```

0.317994958657

```
>plot2d(mean(M)',>distribution):
```



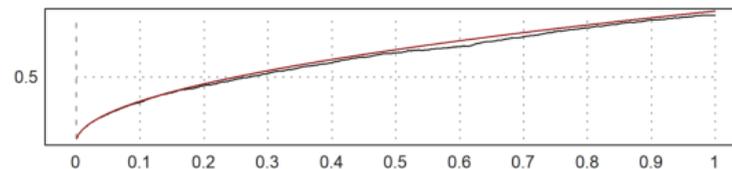
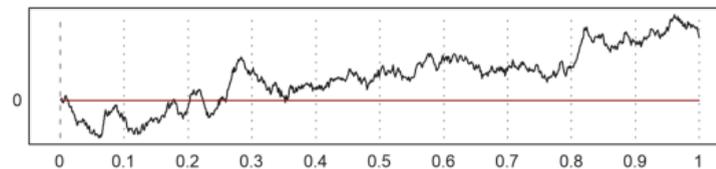
Median dari 10 bilangan acak berdistribusi normal 0-1 memiliki deviasi yang lebih besar.

```
>dev(median(M)')
```

0.375562959428

Karena kita dapat dengan mudah menghasilkan lintasan acak, kita dapat mensimulasikan proses Wiener. Kita mengambil 1000 langkah dari 1000 proses. Kemudian kita memetakan deviasi standar dan rata-rata langkah ke-n dari proses ini bersama dengan nilai yang diharapkan dalam warna merah.

```
>n=1000; m=1000; M=cumsum(normal(n,m)/sqrt(m)); ...  
>t=(1:n)/n; figure(2,1); ...  
>figure(1); plot2d(t,mean(M)'); plot2d(t,0,color=red,>add); ...  
>figure(2); plot2d(t,dev(M)'); plot2d(t,sqrt(t),color=red,>add); ...  
>figure(0):
```



Pengujian

Pengujian merupakan alat penting dalam statistik. Dalam Euler, banyak pengujian yang diterapkan. Semua pengujian ini menghasilkan galat yang kita terima jika kita menolak hipotesis nol.

Sebagai contoh, kita menguji lemparan dadu untuk distribusi seragam. Pada 600 lemparan, kita memperoleh nilai berikut, yang kita masukkan ke dalam uji chi-square.

```
>chitest([90,103,114,101,103,89],dup(100,6)')
```

```
0.498830517952
```

Uji chi-square juga memiliki modus, yang menggunakan simulasi Monte Carlo untuk menguji statistik. Hasilnya harus hampir sama. Parameter `>p` menginterpretasikan vektor `y` sebagai vektor probabilitas.

```
>chitest([90,103,114,101,103,89],dup(1/6,6)',>p,>montecarlo)
```

```
0.532
```

Kesalahan ini terlalu besar. Jadi kita tidak dapat menolak distribusi seragam. Ini tidak membuktikan bahwa dadu kita adil. Namun, kita tidak dapat menolak hipotesis kita.

Selanjutnya, kita menghasilkan 1000 lemparan dadu menggunakan generator angka acak, dan melakukan pengujian yang sama.

```
>n=1000; t=random([1,n*6]); chitest(count(t*6,6),dup(n,6)')
```

```
0.171996852088
```

Mari kita uji nilai rata-rata 100 dengan uji-t.

```
>s=200+normal([1,100])*10; ...  
>ttest(mean(s),dev(s),100,200)
```

```
0.461612334933
```

Fungsi ttest() memerlukan nilai rata-rata, deviasi, jumlah data, dan nilai rata-rata yang akan diuji.

Sekarang mari kita periksa dua pengukuran untuk nilai rata-rata yang sama. Kita tolak hipotesis bahwa keduanya memiliki nilai rata-rata yang sama, jika hasilnya <0.05 .

```
>tcomparedata(normal(1,10),normal(1,10))
```

```
0.380896254501
```

Jika kita menambahkan bias pada satu distribusi, kita akan mendapatkan lebih banyak penolakan. Ulangi simulasi ini beberapa kali untuk melihat efeknya.

```
>tcomparedata(normal(1,10),normal(1,10)+2)
```

```
0.00596150677574
```

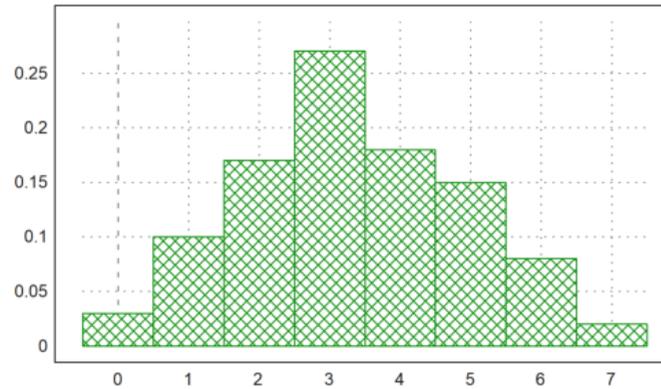
Pada contoh berikutnya, kita buat 20 lemparan dadu acak sebanyak 100 kali dan hitung angka-angka yang ada di dalamnya. Rata-rata harus ada $20/6=3.3$ angka.

```
>R=random(100,20); R=sum(R*6<=1)'; mean(R)
```

```
3.34
```

Sekarang kita bandingkan jumlah angka satu dengan distribusi binomial. Pertama kita gambarkan distribusi angka satu.

```
>plot2d(R,distribution=max(R)+1,even=1,style="\/"): 
```



```
>t=count(R,21);
```

Lalu kami hitung nilai yang diharapkan.

```
>n=0:20; b=bin(20,n)*(1/6)^n*(5/6)^(20-n)*100;
```

Kita harus mengumpulkan beberapa angka untuk mendapatkan kategori yang cukup besar.

```
>t1=sum(t[1:2])|t[3:7]|sum(t[8:21]); ...
>b1=sum(b[1:2])|b[3:7]|sum(b[8:21]);
```

Uji chi-square menolak hipotesis bahwa distribusi kami adalah distribusi binomial, jika hasilnya < 0.05 .

```
>chitest(t1,b1)
```

```
0.861747562167
```

Contoh berikut berisi hasil dari dua kelompok orang (misalnya pria dan wanita) yang memilih satu dari enam partai.

```
>A=[23,37,43,52,64,74;27,39,41,49,63,76]; ...  
> writetable(A,wc=6,labr=["m","f"],labc=1:6)
```

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|----|----|----|----|----|----|
| m | 23 | 37 | 43 | 52 | 64 | 74 |
| f | 27 | 39 | 41 | 49 | 63 | 76 |

Kami ingin menguji independensi suara dari jenis kelamin. Uji tabel χ^2 melakukan hal ini. Hasilnya terlalu besar untuk menolak independensi. Jadi, kami tidak dapat mengatakan, apakah pemungutan suara bergantung pada jenis kelamin dari data ini.

```
>tabletest(A)
```

```
0.990701632326
```

Berikut ini adalah tabel yang diharapkan, jika kita mengasumsikan frekuensi pemungutan suara yang diamati.

```
>writetable(expectedtable(A),wc=6,dc=1,labr=["m","f"],labc=1:6)
```

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|------|------|------|------|------|------|
| m | 24.9 | 37.9 | 41.9 | 50.3 | 63.3 | 74.7 |
| f | 25.1 | 38.1 | 42.1 | 50.7 | 63.7 | 75.3 |

Kita dapat menghitung koefisien kontingensi yang dikoreksi. Karena sangat mendekati 0, kita simpulkan bahwa pemungutan suara tidak bergantung pada jenis kelamin.

```
>contingency(A)
```

```
0.0427225484717
```

Beberapa Pengujian Lainnya

Selanjutnya, kami menggunakan analisis varians (uji F) untuk menguji tiga sampel data berdistribusi normal untuk nilai rata-rata yang sama. Metode ini disebut ANOVA (analisis varians). Dalam Euler, fungsi `varanalysis()` digunakan.

```
>x1=[109,111,98,119,91,118,109,99,115,109,94]; mean(x1),
```

```
106.545454545
```

```
>x2=[120,124,115,139,114,110,113,120,117]; mean(x2),
```

```
119.111111111
```

```
>x3=[120,112,115,110,105,134,105,130,121,111]; mean(x3)
```

```
116.3
```

```
>varanalysis(x1,x2,x3)
```

```
0.0138048221371
```

Artinya, kita menolak hipotesis nilai rata-rata yang sama. Kita melakukan ini dengan probabilitas kesalahan sebesar 1.3%.

Ada juga uji median, yang menolak sampel data dengan distribusi rata-rata yang berbeda dengan menguji median dari sampel yang disatukan.

```
>a=[56,66,68,49,61,53,45,58,54];  
>b=[72,81,51,73,69,78,59,67,65,71,68,71];  
>mediantest(a,b)
```

```
0.0241724220052
```

Uji kesetaraan lainnya adalah uji peringkat. Uji peringkat jauh lebih tajam daripada uji median.

```
>ranktest(a,b)
```

```
0.00199969612469
```

Dalam contoh berikut, kedua distribusi memiliki rata-rata yang sama.

```
>ranktest(random(1,100),random(1,50)*3-1)
```

```
0.463470241373
```

Sekarang, mari kita coba simulasikan dua perawatan a dan b yang diterapkan pada orang yang berbeda.

```
>a=[8.0,7.4,5.9,9.4,8.6,8.2,7.6,8.1,6.2,8.9];  
>b=[6.8,7.1,6.8,8.3,7.9,7.2,7.4,6.8,6.8,8.1];
```

Uji signum memutuskan, apakah a lebih baik dari b.

```
>signtest(a,b)
```

```
0.0546875
```

Ini adalah kesalahan yang sangat besar. Kita tidak dapat menolak bahwa a sama baiknya dengan b. Uji Wilcoxon lebih tajam daripada uji ini, tetapi bergantung pada nilai kuantitatif perbedaannya.

```
>wilcoxon(a,b)
```

```
0.0296680599405
```

Mari kita coba dua pengujian lagi menggunakan seri yang dihasilkan.

```
>wilcoxon(normal(1,20),normal(1,20)-1)
```

0.0200218990361

```
>wilcoxon(normal(1,20),normal(1,20))
```

0.0629292623697

Angka Acak

Berikut ini adalah pengujian untuk generator angka acak. Euler menggunakan generator yang sangat bagus, jadi kita tidak perlu mengharapkan masalah apa pun.

Pertama, kita menghasilkan sepuluh juta angka acak dalam $[0,1]$.

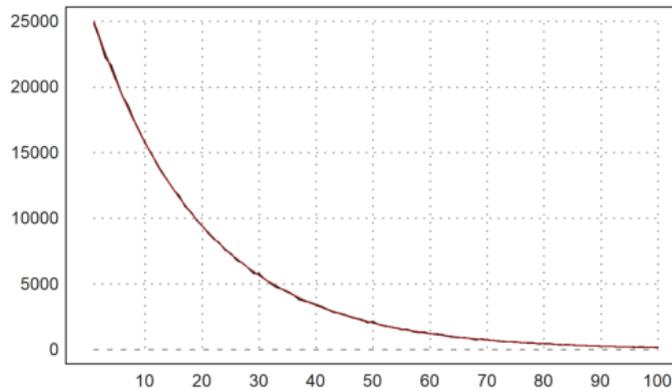
```
>n:=10000000; r:=random(1,n);
```

Berikutnya kita hitung jarak antara dua angka kurang dari 0.05.

```
>a:=0.05; d:=differences(nonzeros(r<a));
```

Terakhir, kami memplot berapa kali setiap jarak terjadi, dan membandingkannya dengan nilai yang diharapkan.

```
>m=getmultiplicities(1:100,d); plot2d(m); ...  
> plot2d("n*(1-a)^(x-1)*a^2",color=red,>add):
```



Hapus data.

```
>remvalue n;
```

Pendahuluan bagi Pengguna Proyek R

Jelas, EMT tidak bersaing dengan R sebagai paket statistik. Akan tetapi, ada banyak prosedur dan fungsi statistik yang tersedia di EMT juga. Jadi, EMT dapat memenuhi kebutuhan dasar. Lagi pula, EMT dilengkapi dengan paket numerik dan sistem aljabar komputer.

Buku catatan ini ditujukan bagi Anda yang sudah familier dengan R, tetapi perlu mengetahui perbedaan sintaksis EMT dan R. Kami mencoba memberikan gambaran umum tentang hal-hal yang jelas dan kurang jelas yang perlu Anda ketahui.

Selain itu, kami melihat cara untuk bertukar data antara kedua sistem tersebut.

Harap dicatat bahwa ini adalah pekerjaan yang masih dalam tahap pengerjaan. **Sintaks Dasar**

Hal pertama yang Anda pelajari di R adalah membuat vektor. Dalam EMT, perbedaan utamanya adalah operator : dapat mengambil ukuran langkah. Selain itu, operator ini memiliki daya pengikatan yang rendah.

```
>n=10; 0:n/20:n-1
```

```
[0, 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5, 3, 3.5, 4, 4.5, 5, 5.5, 6, 6.5,  
7, 7.5, 8, 8.5, 9]
```

Fungsi `c()` tidak ada. Dimungkinkan untuk menggunakan vektor guna menggabungkan berbagai hal.

Contoh berikut ini, seperti banyak contoh lainnya, berasal dari "Interoduction to R" yang disertakan dalam proyek R. Jika Anda membaca PDF ini, Anda akan menemukan bahwa saya mengikuti alurnya dalam tutorial ini.

```
>x=[10.4, 5.6, 3.1, 6.4, 21.7]; [x,0,x]
```

```
[10.4, 5.6, 3.1, 6.4, 21.7, 0, 10.4, 5.6, 3.1, 6.4, 21.7]
```

Operator titik dua dengan ukuran langkah EMT digantikan oleh fungsi `seq()` di R. Kita dapat menulis fungsi ini dalam EMT.

```
>function seq(a,b,c) := a:b:c; ...  
>seq(0,-0.1,-1)
```

```
[0, -0.1, -0.2, -0.3, -0.4, -0.5, -0.6, -0.7, -0.8, -0.9, -1]
```

Fungsi rep() dari R tidak ada dalam EMT. Untuk input vektor, dapat ditulis sebagai berikut.

```
>function rep(x:vector,n:index) := flatten(dup(x,n)); ...  
>rep(x,2)
```

```
[10.4, 5.6, 3.1, 6.4, 21.7, 10.4, 5.6, 3.1, 6.4, 21.7]
```

Perhatikan bahwa "=" atau ":=" digunakan untuk penugasan. Operator "->" digunakan untuk unit dalam EMT.

```
>125km -> " miles"
```

```
77.6713990297 miles
```

Operator "<-" untuk penugasan menyestakan dan bukan ide yang baik untuk R. Berikut ini akan membandingkan a dan -4 dalam EMT.

```
>a=2; a<-4
```

```
0
```

Dalam R, "a<-4<3" berfungsi, tetapi "a<-4<-3" tidak. Saya juga mengalami ambiguitas serupa dalam EMT, tetapi mencoba menghilangkannya sedikit demi sedikit.

EMT dan R memiliki vektor bertipe boolean. Namun dalam EMT, angka 0 dan 1 digunakan untuk mewakili false dan true. Dalam R, nilai true dan false tetap dapat digunakan dalam aritmatika biasa seperti dalam EMT.

```
>x<5, %*x
```

```
[0, 0, 1, 0, 0]  
[0, 0, 3.1, 0, 0]
```

EMT memunculkan kesalahan atau menghasilkan NAN, tergantung pada tanda "errors".

```
>errors off; 0/0, isNAN(sqrt(-1)), errors on;
```

```
NAN  
1
```

String sama dalam R dan EMT. Keduanya berada di lokal saat ini, bukan di Unicode.

Dalam R ada paket untuk Unicode. Dalam EMT, string dapat berupa string Unicode. String unicode dapat diterjemahkan ke dalam penyandian lokal dan sebaliknya. Selain itu, u"..." dapat berisi entitas HTML.

```
>u"&#169; Ren&eacute; Grothmann"
```

© René Grothmann

Berikut ini mungkin atau mungkin tidak ditampilkan dengan benar pada sistem Anda sebagai A dengan titik dan garis di atasnya. Hal ini bergantung pada font yang Anda gunakan.

```
>chartoutf([480])
```

Penggabungan string dilakukan dengan "+" atau "|". String dapat menyertakan angka, yang akan dicetak dalam format saat ini.

```
>"pi = "+pi
```

```
pi = 3.14159265359
```

Kebanyakan waktu, ini akan bekerja seperti di R

Namun, EMT akan menginterpretasikan indeks negatif dari belakang vektor, sementara R menginterpretasikan $x[n]$ sebagai x tanpa elemen ke- n .

```
>x, x[1:3], x[-2]
```

```
[10.4,  5.6,  3.1,  6.4, 21.7]  
[10.4,  5.6,  3.1]  
6.4
```

Perilaku R dapat dicapai di EMT dengan menggunakan `drop()`.

```
>drop(x,2)
```

```
[10.4,  3.1,  6.4, 21.7]
```

Vektor logika tidak diperlakukan secara berbeda sebagai indeks di EMT, berbeda dengan di R. Anda perlu mengekstrak elemen yang bukan nol terlebih dahulu di EMT.

```
>x, x>5, x[nonzeros(x>5)]
```

```
[10.4, 5.6, 3.1, 6.4, 21.7]  
[1, 1, 0, 1, 1]  
[10.4, 5.6, 6.4, 21.7]
```

Sama seperti di R, vektor indeks dapat berisi pengulangan.

```
>x[[1,2,2,1]]
```

```
[10.4, 5.6, 5.6, 10.4]
```

Namun, penamaan untuk indeks tidak dimungkinkan di EMT. Untuk paket statistik, ini mungkin sering diperlukan untuk mempermudah akses ke elemen-elemen vektor.

Untuk meniru perilaku ini, kita bisa mendefinisikan sebuah fungsi seperti berikut.

```
>function sel (v,i,s) := v[indexof(s,i)]; ...  
>s=["first","second","third","fourth"]; sel(x,["first","third"],s)
```

```
Trying to overwrite protected function sel!  
Error in:  
function sel (v,i,s) := v[indexof(s,i)]; ... ...  
^
```

```
Trying to overwrite protected function sel!  
Error in:  
function sel (v,i,s) := v[indexof(s,i)]; ... ...  
^
```

```
Trying to overwrite protected function sel!  
Error in:  
function sel (v,i,s) := v[indexof(s,i)]; ... ...  
^
```

```
Trying to overwrite protected function sel!  
Error in:  
function sel (v,i,s) := v[indexof(s,i)]; ... ...  
^
```

```
Variable or function x not found.  
Error in:  
s=["first","second","third","fourth"]; sel(x,["first","third"],s) ...  
^
```

Tipe Data

EMT memiliki lebih banyak tipe data yang tetap dibandingkan dengan R. Jelas, di R ada vektor yang bisa berkembang. Anda dapat membuat vektor numerik kosong `v` dan memberikan nilai pada elemen `v[17]`. Hal ini tidak memungkinkan di EMT.

Berikut ini sedikit tidak efisien.

```
>v=[]; for i=1 to 10000; v=v|i; end;
```

EMT sekarang akan membangun sebuah vektor dengan `v` dan `i` yang ditambahkan ke tumpukan, dan menyalin vektor tersebut kembali ke variabel global `v`.

Pendekatan yang lebih efisien adalah dengan mendefinisikan vektor tersebut terlebih dahulu.

```
>v=zeros(10000); for i=1 to 10000; v[i]=i; end;
```

Untuk mengubah tipe data di EMT, Anda dapat menggunakan fungsi seperti `complex()`.

```
>complex(1:4)
```

```
[ 1+0i , 2+0i , 3+0i , 4+0i ]
```

Konversi ke string hanya memungkinkan untuk tipe data dasar. Format saat ini digunakan untuk penggabungan string sederhana. Namun, ada fungsi seperti `print()` atau `frac()`.

Untuk vektor, Anda dapat dengan mudah menulis fungsi Anda sendiri.

```
>function tostr (v) ...  
  
    s="[";  
    loop 1 to length(v);  
        s=s+print(v[#],2,0);  
        if #<length(v) then s=s+","; endif;  
    end;  
    return s+"]";  
endfunction
```

```
>tostr(linspace(0,1,10))
```

```
[0.00,0.10,0.20,0.30,0.40,0.50,0.60,0.70,0.80,0.90,1.00]
```

Untuk komunikasi dengan Maxima, terdapat fungsi `convertmxm()`, yang juga dapat digunakan untuk memformat vektor untuk output.

```
>convertmxm(1:10)
```

```
[1,2,3,4,5,6,7,8,9,10]
```

Untuk LaTeX, perintah tex dapat digunakan untuk mendapatkan perintah LaTeX.

```
>tex(&[1,2,3])
```

```
\left[ 1 , 2 , 3 \right]
```

Faktor dan Tabel

Dalam pengantar R, ada contoh dengan yang disebut faktor (factors).

Berikut ini adalah daftar wilayah dari 30 negara bagian.

```
>austates = ["tas", "sa", "qld", "nsw", "nsw", "nt", "wa", "wa", ...  
>"qld", "vic", "nsw", "vic", "qld", "qld", "sa", "tas", ...  
>"sa", "nt", "wa", "vic", "qld", "nsw", "nsw", "wa", ...  
>"sa", "act", "nsw", "vic", "vic", "act"];
```

Anggaplah kita memiliki pendapatan yang sesuai di setiap negara bagian.

```
>incomes = [60, 49, 40, 61, 64, 60, 59, 54, 62, 69, 70, 42, 56, ...  
>61, 61, 61, 58, 51, 48, 65, 49, 49, 41, 48, 52, 46, ...  
>59, 46, 58, 43];
```

Sekarang, kita ingin menghitung rata-rata pendapatan di setiap wilayah. Sebagai program statistik, R memiliki fungsi `factor()` dan `tapply()` untuk ini.

Di EMT, kita bisa melakukan hal ini dengan mencari indeks wilayah dalam daftar wilayah unik.

```
>auterr=sort(unique(austates)); f=indexofsorted(auterr,austates)
```

```
[6, 5, 4, 2, 2, 3, 8, 8, 4, 7, 2, 7, 4, 4, 5, 6, 5, 3,  
8, 7, 4, 2, 2, 8, 5, 1, 2, 7, 7, 1]
```

Pada titik ini, kita bisa menulis fungsi loop kita sendiri untuk melakukan perhitungan hanya untuk satu faktor saja.

Atau, kita bisa meniru fungsi `tapply()` dengan cara berikut.

```
>function map_tappl (i; f$:call, cat, x) ...
```

```
u=sort(unique(cat));  
f=indexof(u,cat);  
return f$(x[nonzeros(f==indexof(u,i))]);  
endfunction
```

Ini sedikit tidak efisien, karena menghitung wilayah unik untuk setiap i, tetapi tetap berfungsi.

```
>tappl(auterr,"mean",austates,incomes)
```

```
[44.5, 57.3333333333, 55.5, 53.6, 55, 60.5, 56, 52.25]
```

Perhatikan bahwa ini berfungsi untuk setiap vektor wilayah.

```
>tappl(["act","nsw"],"mean",austates,incomes)
```

```
[44.5, 57.3333333333]
```

Sekarang, paket statistik EMT mendefinisikan tabel seperti di R. Fungsi `readtable()` dan `writetable()` dapat digunakan untuk input dan output.

Dengan demikian, kita dapat mencetak rata-rata pendapatan negara bagian di setiap wilayah dengan cara yang lebih mudah dibaca.

```
>writetable(tappl(auterr,"mean",austates,incomes),labc=auterr,wc=7)
```

| act | nsw | nt | qld | sa | tas | vic | wa |
|------|-------|------|------|----|------|-----|-------|
| 44.5 | 57.33 | 55.5 | 53.6 | 55 | 60.5 | 56 | 52.25 |

Kita juga bisa mencoba untuk meniru perilaku R sepenuhnya.

Faktor-faktor tersebut jelas harus disimpan dalam sebuah koleksi yang berisi tipe dan kategori (negara bagian dan wilayah dalam contoh kita). Untuk EMT, kita tambahkan indeks yang sudah dihitung sebelumnya.

```
>function makef (t) ...  
  
## Factor data  
## Returns a collection with data t, unique data, indices.  
## See: tapply  
u=sort(unique(t));  
return {{t,u,indexofsorted(u,t)}};  
endfunction
```

```
>statef=makef(austates);
```

Sekarang, elemen ketiga dari koleksi tersebut akan berisi indeks-indeksnya.

```
>statef[3]
```

```
[6, 5, 4, 2, 2, 3, 8, 8, 4, 7, 2, 7, 4, 4, 5, 6, 5, 3,  
8, 7, 4, 2, 2, 8, 5, 1, 2, 7, 7, 1]
```

Sekarang kita dapat meniru fungsi `tapply()` dengan cara berikut. Fungsi ini akan mengembalikan sebuah tabel sebagai koleksi dari data tabel dan judul kolom.

```
>function tapply (t:vector,tf,f$:call) ...
```

```
## Makes a table of data and factors
## tf : output of makef()
## See: makef
uf=tf[2]; f=tf[3]; x=zeros(length(uf));
for i=1 to length(uf);
    ind=nonzeros(f==i);
    if length(ind)==0 then x[i]=NAN;
    else x[i]=f$(t[ind]);
    endif;
end;
return {{x,uf}};
endfunction
```

Kami tidak menambahkan banyak pemeriksaan tipe di sini. Satu-satunya tindakan pencegahan yang dilakukan adalah terkait kategori (faktor) yang tidak memiliki data. Namun, sebaiknya kita memeriksa panjang yang benar dari `t` dan kecocokan koleksi `tf`.

Tabel ini dapat dicetak sebagai sebuah tabel menggunakan `writetable()`.

```
>writetable(tapply(incomes,statef,"mean"),wc=7)
```

| act | nsw | nt | qld | sa | tas | vic | wa |
|------|-------|------|------|----|------|-----|-------|
| 44.5 | 57.33 | 55.5 | 53.6 | 55 | 60.5 | 56 | 52.25 |

EMT hanya memiliki dua dimensi untuk array. Tipe data ini disebut matriks. Akan mudah untuk menulis fungsi untuk dimensi lebih tinggi atau menggunakan pustaka C untuk hal ini.

R memiliki lebih dari dua dimensi. Di R, array adalah vektor dengan field dimensi.

Di EMT, vektor adalah matriks dengan satu baris. Vektor ini dapat diubah menjadi matriks menggunakan fungsi `redim()`.

```
>shortformat; X=redim(1:20,4,5)
```

| | | | | |
|----|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |

Ekstraksi baris dan kolom, atau sub-matriks, sangat mirip dengan di R.

```
>X[,2:3]
```

| | |
|----|----|
| 2 | 3 |
| 7 | 8 |
| 12 | 13 |
| 17 | 18 |

Namun, di R, memungkinkan untuk mengatur daftar indeks spesifik dari vektor ke suatu nilai. Hal yang sama memungkinkan di EMT, tetapi hanya dengan menggunakan loop.

```
>function setmatrixvalue (M, i, j, v) ...
```

```
    loop 1 to max(length(i),length(j),length(v))
      M[i{#},j{#}] = v{#};
    end;
endfunction
```

Kami mendemonstrasikan ini untuk menunjukkan bahwa matriks diteruskan dengan referensi di EMT. Jika Anda tidak ingin mengubah matriks asli M, Anda perlu menyalinnya di dalam fungsi.

```
>setmatrixvalue(X,1:3,3:-1:1,0); X,
```

| | | | | |
|----|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 0 | 4 | 5 |
| 6 | 0 | 8 | 9 | 10 |
| 0 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |

Produk luar di EMT hanya dapat dilakukan antara vektor. Hal ini otomatis karena bahasa matriks. Satu vektor perlu menjadi vektor kolom dan yang lainnya vektor baris.

```
>(1:5)*(1:5)'
```

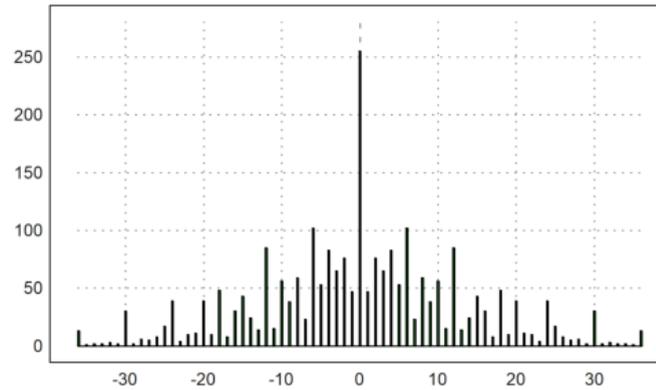
| | | | | |
|---|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 2 | 4 | 6 | 8 | 10 |
| 3 | 6 | 9 | 12 | 15 |
| 4 | 8 | 12 | 16 | 20 |
| 5 | 10 | 15 | 20 | 25 |

Dalam PDF pengantar untuk R, ada contoh yang menghitung distribusi dari $ab-cd$ di mana a,b,c,d dipilih secara acak dari 0 hingga n . Solusi di R membentuk matriks 4-dimensi dan menjalankan fungsi `table()` di atasnya.

Tentu, hal ini dapat dicapai dengan sebuah loop. Namun, loop tidak efisien di EMT maupun R. Di EMT, kita bisa menulis loop dalam C dan itu akan menjadi solusi tercepat.

Namun, kita ingin meniru perilaku R. Untuk ini, kita perlu meratakan perkalian ab dan membentuk sebuah matriks untuk $ab-cd$.

```
>a=0:6; b=a'; p=flatten(a*b); q=flatten(p-p'); ...  
>u=sort(unique(q)); f=getmultiplicities(u,q); ...  
>statplot(u,f,"h"):
```



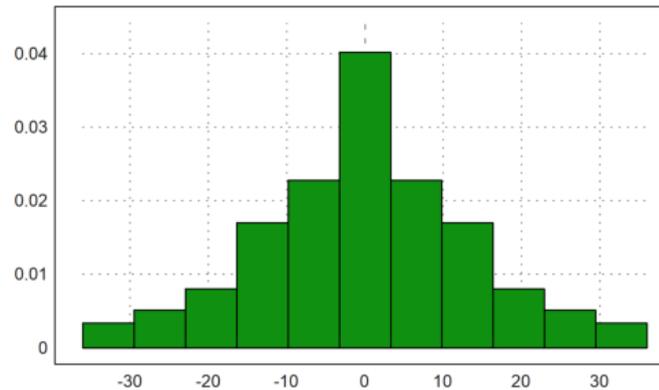
Selain menghitung jumlah kejadian yang tepat, EMT juga dapat menghitung frekuensi dalam vektor.

```
>getfrequencies(q,-50:10:50)
```

```
[0, 23, 132, 316, 602, 801, 333, 141, 53, 0]
```

Cara paling mudah untuk memplot ini sebagai distribusi adalah sebagai berikut.

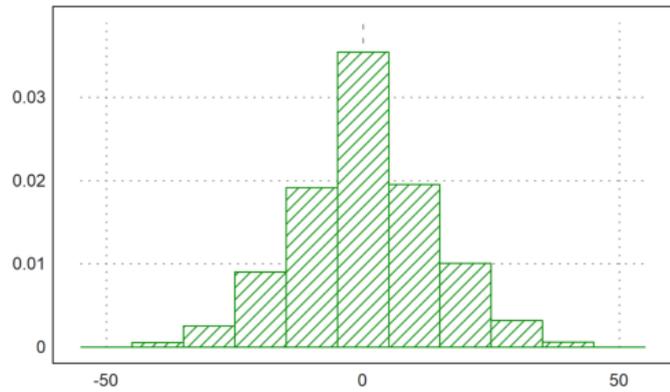
```
>plot2d(q,distribution=11):
```



Namun, juga dimungkinkan untuk menghitung jumlah dalam interval yang dipilih terlebih dahulu. Tentu saja, yang berikut ini menggunakan `getfrequencies()` di dalamnya.

Karena fungsi `histo()` mengembalikan frekuensi, kita perlu menyesuaikan frekuensi-frekuensi ini agar integral di bawah grafik batang menjadi 1.

```
>{x,y}=histo(q,v=-55:10:55); y=y/sum(y)/differences(x); ...  
>plot2d(x,y,>bar,style="/"):
```



Daftar

EMT memiliki dua jenis daftar. Satu adalah daftar global yang bersifat mutable (dapat diubah), dan yang lainnya adalah tipe daftar yang bersifat immutable (tidak dapat diubah). Di sini, kita tidak membahas daftar global.

Tipe daftar yang immutable ini disebut koleksi di EMT. Koleksi ini berfungsi seperti struktur di C, tetapi elemen-elemennya hanya diberi nomor dan bukan nama.

```
>L={{ "Fred", "Flintstone", 40, [1990, 1992] }}
```

```
Fred  
Flintstone  
40  
[1990, 1992]
```

Saat ini, elemen-elemen dalam koleksi tidak memiliki nama, meskipun nama dapat ditetapkan untuk tujuan khusus. Elemen-elemen ini diakses menggunakan nomor indeks.

```
>(L[4])[2]
```

```
1992
```

Input dan Output File (Membaca dan Menulis Data)

Anda sering kali ingin mengimpor matriks data dari sumber lain ke EMT. Tutorial ini akan memberi tahu Anda tentang berbagai cara untuk mencapainya. Fungsi sederhana untuk ini adalah `writematrix()` dan `readmatrix()`.

Mari kita demonstrasikan cara membaca dan menulis vektor bilangan real ke sebuah file.

```
>a=random(1,100); mean(a), dev(a),
```

```
0.50351  
0.29536
```

Untuk menulis data ke sebuah file, kita menggunakan fungsi `writematrix()`.

Karena pengantar ini kemungkinan besar berada di direktori di mana pengguna tidak memiliki akses untuk menulis, kita akan menulis data ke direktori home pengguna. Untuk notebook pribadi, ini tidak diperlukan, karena file data akan ditulis ke direktori yang sama.

```
>filename="test.dat";
```

Sekarang kita menulis vektor kolom `a'` ke dalam file. Ini akan menghasilkan satu angka di setiap baris dalam file.

```
>writematrix(a',filename);
```

Untuk membaca data, kita gunakan readmatrix().

```
>a=readmatrix(filename)';
```

an menghapus file tersebut.

```
>fileremove(filename);  
>mean(a), dev(a),
```

```
0.50351  
0.29536
```

Fungsi writematrix() atau writetable() dapat dikonfigurasi untuk bahasa lain.

Misalnya, jika Anda menggunakan sistem Indonesia (titik desimal dengan koma), Excel Anda memerlukan nilai-nilai dengan koma desimal yang dipisahkan oleh titik koma dalam file CSV (secara default, nilai dipisahkan oleh koma). File berikut "test.csv" seharusnya muncul di folder Anda saat ini.

```
>filename="test.csv"; ...  
>writematrix(random(5,3),file=filename,separator=",");
```

Sekarang Anda dapat membuka file ini langsung dengan Excel versi Indonesia.

```
>fileremove(filename);
```

Terkadang kita memiliki string dengan token seperti berikut.

```
>s1:="f m m f m m m f f m m f"; ...  
>s2:="f f f m m f f";
```

Untuk men-tokenisasi ini, kita mendefinisikan sebuah vektor token.

```
>tok:=["f","m"]
```

```
f  
m
```

Kemudian, kita dapat menghitung berapa kali setiap token muncul dalam string, dan menempatkan hasilnya ke dalam sebuah tabel.

```
>M:=getmultiplicities(tok,strtokens(s1))_ ...  
> getmultiplicities(tok,strtokens(s2));
```

Tulislah tabel tersebut dengan header token.

```
>writetable(M,labc=tok,labr=1:2,wc=8)
```

| | f | m |
|---|---|---|
| 1 | 6 | 7 |
| 2 | 5 | 2 |

Untuk statistik, EMT dapat membaca dan menulis tabel.

```
>file="test.dat"; open(file,"w"); ...  
>writeln("A,B,C"); writematrix(random(3,3)); ...  
>close();
```

File tersebut terlihat seperti ini.

```
>printfile(file)
```

```
A,B,C  
0.3052876405182525,0.7511992113906578,0.7079357743144691  
0.3176418375221808,0.890264948677514,0.7490806852801974  
0.1347170530124332,0.6698319096750172,0.4480212936558807
```

Fungsi `readtable()` dalam bentuk paling sederhana dapat membaca file ini dan mengembalikan koleksi nilai serta baris judul.

```
>L=readtable(file,>list);
```

Koleksi ini dapat dicetak menggunakan `writetable()` ke notebook, atau ke sebuah file.

```
>writetable(L,wc=10,dc=5)
```

| | A | B | C |
|--|---------|---------|---------|
| | 0.30529 | 0.7512 | 0.70794 |
| | 0.31764 | 0.89026 | 0.74908 |
| | 0.13472 | 0.66983 | 0.44802 |

Matriks nilai adalah elemen pertama dari `L`. Perhatikan bahwa fungsi `mean()` di EMT menghitung nilai rata-rata dari baris-baris matriks.

```
>mean(L[1])
```

```
0.58814  
0.65233  
0.41752
```

File CSV

Pertama, mari kita tulis sebuah matriks ke dalam sebuah file. Untuk outputnya, kita akan menghasilkan file di direktori kerja saat ini.

```
>file="test.csv"; ...  
>M=random(3,3); writematrix(M,file);
```

Berikut adalah isi dari file ini.

```
>printfile(file)
```

```
0.4697126769114181,0.1680958290994845,0.8935096584951137  
0.03110676102529964,0.367794884956705,0.7951931453269987  
0.2630047823094793,0.7037247604767813,0.5203799527288862
```

File CSV ini dapat dibuka di sistem berbahasa Inggris di Excel dengan mengklik dua kali. Jika Anda mendapatkan file semacam ini di sistem berbahasa Jerman, Anda perlu mengimpor data ke Excel dengan memperhatikan penggunaan titik desimal.

Namun, titik desimal adalah format default di EMT juga. Anda dapat membaca matriks dari sebuah file menggunakan `readmatrix()`.

```
>readmatrix(file)
```

```
0.46971    0.1681    0.89351
0.031107   0.36779    0.79519
0.263      0.70372    0.52038
```

Memang memungkinkan untuk menulis beberapa matriks ke dalam satu file. Perintah `open()` dapat digunakan untuk membuka file untuk menulis dengan parameter "w". Secara default, parameter "r" digunakan untuk membuka file dalam mode baca.

```
>open(file,"w"); writematrix(M); writematrix(M'); close();
```

Matriks-matriks tersebut dipisahkan oleh satu baris kosong. Untuk membaca matriks-matriks ini, buka file tersebut dan panggil `readmatrix()` beberapa kali.

```
>open(file); A=readmatrix(); B=readmatrix(); A==B, close();
```

```
1      0      0
0      1      0
0      0      1
```

Di Excel atau spreadsheet serupa, Anda dapat mengekspor matriks sebagai CSV (comma separated values). Di Excel 2007, gunakan opsi "Save As" dan pilih "Other Formats", lalu pilih "CSV". Pastikan bahwa tabel yang saat ini terbuka hanya berisi data yang ingin Anda ekspor.

Berikut adalah contohnya.

```
>printfile("excel-data.csv")
```

```
0;1000;1000
1;1051,271096;1072,508181
2;1105,170918;1150,273799
3;1161,834243;1233,67806
4;1221,402758;1323,129812
5;1284,025417;1419,067549
6;1349,858808;1521,961556
7;1419,067549;1632,31622
8;1491,824698;1750,6725
9;1568,312185;1877,610579
10;1648,721271;2013,752707
```

ASeperti yang Anda lihat, sistem saya yang berbahasa Jerman menggunakan titik koma sebagai pemisah dan koma desimal. Anda bisa mengubah ini di pengaturan sistem atau di Excel, tetapi itu tidak diperlukan untuk membaca matriks ke dalam EMT.

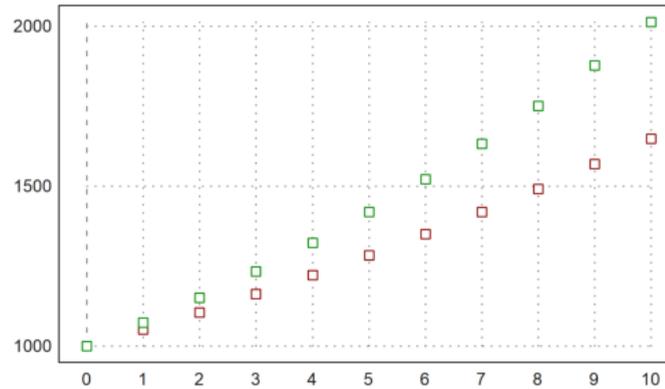
Cara termudah untuk membacanya ke dalam Euler adalah dengan menggunakan `readmatrix()`. Semua koma akan diganti dengan titik menggunakan parameter `>comma`. Untuk CSV berbahasa Inggris, cukup hilangkan parameter ini.

```
>M=readmatrix("excel-data.csv",>comma)
```

| | | |
|----|--------|--------|
| 0 | 1000 | 1000 |
| 1 | 1051.3 | 1072.5 |
| 2 | 1105.2 | 1150.3 |
| 3 | 1161.8 | 1233.7 |
| 4 | 1221.4 | 1323.1 |
| 5 | 1284 | 1419.1 |
| 6 | 1349.9 | 1522 |
| 7 | 1419.1 | 1632.3 |
| 8 | 1491.8 | 1750.7 |
| 9 | 1568.3 | 1877.6 |
| 10 | 1648.7 | 2013.8 |

Mari kita plot data ini.

```
>plot2d(M'[1],M'[2:3],>points,color=[red,green]')
```



Ada cara yang lebih sederhana untuk membaca data dari file. Anda bisa membuka file dan membaca angka baris demi baris. Fungsi `getvectorline()` akan membaca angka dari satu baris data. Secara default, fungsi ini mengharapkan titik desimal sebagai pemisah, tetapi Anda juga bisa menggunakan koma desimal jika Anda memanggil `setdecimaldot(",")` sebelum menggunakan fungsi ini.

Berikut adalah contoh fungsi untuk ini. Fungsi ini akan berhenti di akhir file atau ketika menemui baris kosong.

```
>function myload (file) ...
```

```

open(file);
M=[];
repeat
    until eof();
    v=getvectorline(3);
    if length(v)>0 then M=M_v; else break; endif;
end;
```

```
return M;  
close(file);  
endfunction
```

```
>myload(file)
```

```
0.46971    0.1681    0.89351  
0.031107   0.36779   0.79519  
0.263      0.70372   0.52038
```

Memang, Anda juga bisa membaca semua angka dalam file tersebut dengan `getvector()`.

```
>open(file); v=getvector(10000); close(); redim(v[1:9],3,3)
```

```
0.46971    0.1681    0.89351  
0.031107   0.36779   0.79519  
0.263      0.70372   0.52038
```

engan demikian, sangat mudah untuk menyimpan vektor nilai, satu nilai di setiap baris, dan membacanya kembali.

```
>v=random(1000); mean(v)
```

0.50765

```
>writematrix(v',file); mean(readmatrix(file)')
```

0.50765

Menggunakan Tabel

Tabel dapat digunakan untuk membaca atau menulis data numerik. Sebagai contoh, kita akan menulis sebuah tabel dengan header baris dan kolom ke sebuah file.

```
>file="test.tab"; M=random(3,3); ...
>open(file,"w"); ...
>writetable(M,separator=",",labc=["one","two","three"]); ...
>close(); ...
>printfile(file)
```

```
one,two,three
  0.77,    0.54,    0.44
  0.62,    0.23,    0.58
  0.53,    0.1,     0.94
```

Ini dapat diimpor ke dalam Excel.

Untuk membaca file tersebut di EMT, kita menggunakan `readtable()`.

```
>{M,headings}=readtable(file,>clabs); ...
>writetable(M,labc=headings)
```

```
   one    two    three
0.77    0.54    0.44
0.62    0.23    0.58
0.53    0.1     0.94
```

Menganalisis Sebuah Baris

Anda bahkan bisa mengevaluasi setiap baris secara manual. Misalkan, kita memiliki sebuah baris dengan format berikut.

```
>line="2020-11-03,Tue,1'114.05"
```

```
2020-11-03,Tue,1'114.05
```

Pertama, kita bisa men-tokenisasi baris tersebut.

```
>vt=strtokens(line)
```

```
2020-11-03
```

```
Tue
```

```
1'114.05
```

Kemudian, kita bisa mengevaluasi setiap elemen dari baris tersebut menggunakan evaluasi yang sesuai.

```
>day(vt[1]), ...  
>indexof(["mon","tue","wed","thu","fri","sat","sun"],tolower(vt[2])), ...  
>strrepl(vt[3],"'','")()
```

```
7.3816e+05  
2  
1114
```

Dengan menggunakan ekspresi reguler, hampir semua informasi dapat diekstrak dari sebuah baris data. Misalkan kita memiliki baris berikut dalam sebuah dokumen HTML.

```
>line="<tr><td>1145.45</td><td>5.6</td><td>-4.5</td><tr>"
```

```
<tr><td>1145.45</td><td>5.6</td><td>-4.5</td><tr>
```

Untuk mengekstrak ini, kita menggunakan ekspresi reguler yang mencari:

- tanda tutup kurung > ,
- string apa pun yang tidak mengandung kurung dengan sub-pencocokan "(...)",
- tanda kurung buka dan tutup dengan solusi terpendek,
- lagi, string apa pun yang tidak mengandung kurung,
- dan tanda kurung buka < .

Ekspresi reguler agak sulit dipelajari, tetapi sangat kuat.

```
>{pos,s,vt}=strxfind(line,">([^\<]+)\.<.+?>([^\<]+)\<");
```

Hasilnya adalah posisi kecocokan, string yang cocok, dan vektor string untuk sub-kecocokan.

```
>for k=1:length(vt); vt[k](), end;
```

```
1145.5  
5.6
```

Berikut adalah fungsi yang membaca semua item numerik di antara `<td>` dan `</td>`.

```
>function readtd (line) ...
```

```
v=[]; cp=0;  
repeat  
    {pos,s,vt}=strxfind(line,"<td.*?>(.+?)</td>",cp);  
    until pos==0;  
    if length(vt)>0 then v=v|vt[1]; endif;  
    cp=pos+strlen(s);  
end;  
return v;  
endfunction
```

```
>readtd(line+"<td>non-numerical</td>")
```

1145.45

5.6

-4.5

non-numerical

Membaca dari Web

Website atau file dengan URL dapat dibuka di EMT dan dapat dibaca baris demi baris.

Sebagai contoh, kami membaca versi saat ini dari situs EMT. Kami menggunakan ekspresi reguler untuk memindai "Version ..." pada judulnya.

```
>function readversion () ...
```

```
    urlopen("http://www.euler-math-toolbox.de/Programs/Changes.html");
    repeat
        until urleof();
        s=urlgetline();
        k=strfind(s,"Version ",1);
        if k>0 then substring(s,k,strfind(s,"<",k)-1), break; endif;
    end;
    urlclose();
endfunction
```

```
>readversion
```

Version 2024-01-12

Input dan Output Variable

Anda dapat menulis variabel dalam bentuk definisi Euler ke file atau baris perintah.

```
>writevar(pi,"mypi");
```

```
mypi = 3.141592653589793;
```

Untuk pengujian, kami membuat file Euler di direktori kerja EMT.

```
>file="test.e"; ...  
>writevar(random(2,2),"M",file); ...  
>printfile(file,3)
```

```
M = [ ..  
0.6358843948925722, 0.5533870151442923;  
0.3531167302350151, 0.8229676130936701];
```

Kami sekarang dapat memuat file. Ini akan mendefinisikan matriks M.

```
>load(file); show M,
```

```
M =  
  0.63588  0.55339  
  0.35312  0.82297
```

Omong-omong, jika `writevar()` digunakan pada variabel, itu akan mencetak definisi variabel dengan nama variabel ini.

```
>writevar(M); writevar(inch$)
```

```
M = [ ..  
  0.6358843948925722, 0.5533870151442923;  
  0.3531167302350151, 0.8229676130936701];  
inch$ = 0.0254;
```

We can also open a new file or append to an existing file. In the example we append to the previously generated file.

kita juga dapat membuka file baru atau menambahkan file yang sudah ada. Dalam contoh kami menambahkan ke file yang dihasilkan sebelumnya.

```
>open(file,"a"); ...
>writevar(random(2,2),"M1"); ...
>writevar(random(3,1),"M2"); ...
>close();
>load(file); show M1; show M2;
```

```
M1 =
  0.65977    0.7732
  0.60347  0.0083824
M2 =
  0.83493
  0.29932
  0.13859
```

Untuk menghapus file apapun, gunakan `fileremove()`.

```
>fileremove(file);
```

Vektor baris dalam file tidak perlu koma, jika setiap angka berada di baris baru. Mari kita buat file, menuliskan setiap baris satu per satu dengan `writeln()`.

```
>open(file,"w"); writeln("M = ["); ...
>for i=1 to 5; writeln(""+random()); end; ...
>writeln("];"); close(); ...
>printfile(file)
```

```
M = [  
0.662428857901  
0.630865498736  
0.326477076276  
0.142470384068  
0.185617201392  
];
```

```
>load(file); M
```

```
[0.66243, 0.63087, 0.32648, 0.14247, 0.18562]
```

Latihan Soal

1. Tentukan nilai rata-rata dan standar deviasi beserta plot dari data berikut
 $X = 15000, 1700, 2500, 3500, 4000$

```
>X=[1500,1700,2500,3500,400];
```

Nilai rata-ratanya :

```
>mean(X)
```

1920

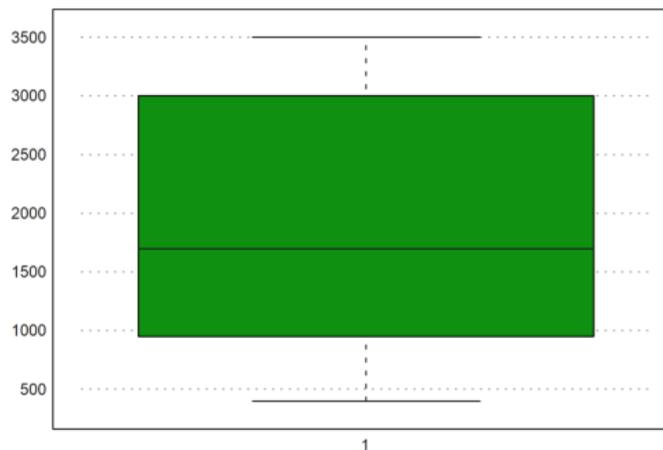
Nilai standar deviasi data di atas :

```
>dev(X)
```

1158.4

Plot dari daa di atas

```
>aspect(1.5); boxplot(X):
```



2. Misalkan diberikan data skor hasil statistika dari 14 orang mahasiswa berikut
50, 92, 68, 72, 84, 80, 96, 64, 70, 48, 88, 66, 56, 84

Tentukan rata-rata dari data tersebut dan buat diagram batangnya!

Jawab :

Nilai rata-ratanya :

```
>Y=[50,96,66,72,85,85,96,64,72,48,88,66,56,85]; ...  
>mean(Y)
```

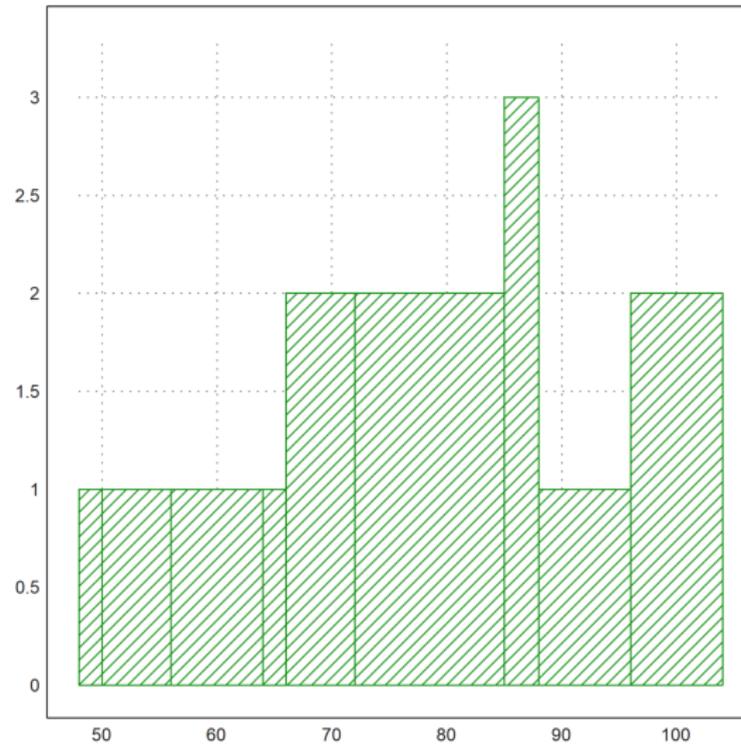
73.5

Diagram batang dari data di atas :

```
>sort(Y)
```

```
[48, 50, 56, 64, 66, 66, 72, 72, 85, 85, 85, 88, 96, 96]
```

```
>m=[48,50,56,64,66,72,85,88,96]; v=[1,1,1,1,2,2,3,1,2];  
>plot2d(m,v,>bar,style="/"):
```



3. Diketahui data nilai matematika 10 siswa kelas 12 adalah 89, 54, 98, 76, 87, 87, 82, 90, 78, 80
Tentukan rata-rata dan standar deviasinya

$>X=[89,54,98,76,87,87,82,90,78,80]$

```
[89, 54, 98, 76, 87, 87, 82, 90, 78, 80]
```

```
>mean(X)
```

```
82.1
```

```
>dev(X)
```

```
11.827
```

4. Simulasikan 50 lemparan dadu dan plot distribusi frekuensiinya menggunakan EMT

```
>d := intrandom(1,50,6)
```

```
[2, 2, 1, 1, 4, 5, 6, 2, 2, 1, 5, 4, 4, 3, 4, 6, 1, 5,  
4, 2, 5, 3, 1, 6, 2, 6, 1, 5, 5, 2, 3, 1, 5, 1, 3, 2,  
6, 3, 6, 1, 3, 1, 6, 4, 5, 2, 2, 6, 1, 3]
```

```
>frequencies := getmultiplicities(1:6,d)
```

```
[11, 10, 7, 6, 8, 8]
```

```
>columnsplo(frequencies):
```

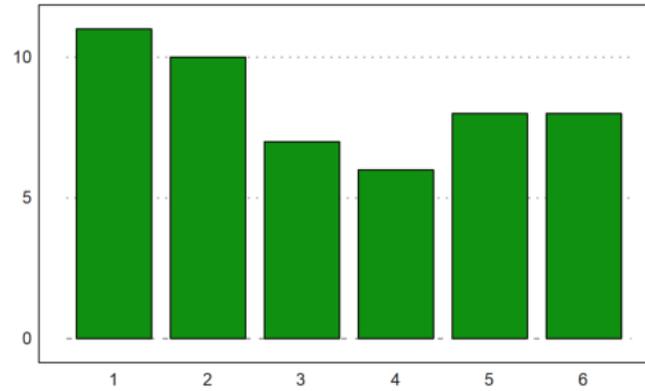


diagram di atas menggunakan cara yang berbeda dengan cara nomor 2.