

CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS  
PROFMAT - MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL



EDILBERTO ANTENOR DE REZENDE PAIVA NETO

UMA ABORDAGEM PROBABILÍSTICA DO  
PROBLEMA DE MONTY HALL EVIDENCIADA NA  
PRÁTICA COM UM JOGO NO GEOGEBRA

BELO HORIZONTE  
2020

EDILBERTO ANTENOR DE REZENDE PAIVA NETO

**UMA ABORDAGEM PROBABILÍSTICA DO PROBLEMA  
DE MONTY HALL EVIDENCIADA NA PRÁTICA COM UM  
JOGO NO GEOGEBRA**

Dissertação apresentada ao Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, para obter o título de Mestre.

Orientadora

Marcela Richele Ferreira

Coorientador

Dênis Emanuel da Costa Vargas

Banca Examinadora

Tales de Mileto

Ada Lovela

Carl Friedrich Gauss

BELO HORIZONTE  
2020

## FICHA CATALOGRÁFICA

Copie o arquivo

**ficha\_catalografica.pdf**

fornecido pela CEFET-MG para a pasta do trabalho e a ficha catalográfica será automaticamente incluída aqui.

Para substituir a página de assinaturas pelo arquivo  
escaneado com as assinaturas,  
crie o arquivo

**assinaturas.pdf**

e copie-o na pasta do trabalho. Ele substituirá a página  
de assinaturas.

EDILBERTO ANTENOR DE REZENDE PAIVA NETO

**UMA ABORDAGEM PROBABILÍSTICA DO PROBLEMA  
DE MONTY HALL EVIDENCIADA NA PRÁTICA COM UM  
JOGO NO GEOGEBRA**

Dissertação apresentada ao Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, para obter o título de Mestre.

APROVADA: 27 de outubro de 2020.

---

Edilberto Antenor de Rezende Paiva Neto  
(Autor)

---

Marcela Richele Ferreira  
(Orientadora)

BELO HORIZONTE  
2020

# Sumário

---

<b>1</b>	<b>Produto Educacional</b>	<b>4</b>
1.1	GeoGebra Book . . . . .	4
1.2	Criação do GeoGebra Book . . . . .	6
1.2.1	Organização da parte teórica do GGB . . . . .	7
1.2.2	Elaboração das atividades . . . . .	8
1.2.3	Adaptação do jogo envolvendo o PMH . . . . .	8
	<b>Referências</b>	<b>10</b>

# 1 Produto Educacional

---

O objetivo deste trabalho foi elaborar um produto educacional utilizando o *software* GeoGebra. A proposta foi criar um material referente ao conteúdo de probabilidade associada ao PMH para ser disponibilizado gratuitamente no formato de um livro digital, o GeoGebra Book (GGB). As motivações para a utilização desse recurso foram: a sua facilidade de edição e divulgação, uma vez que são feitas de maneira remota, e a escassez de trabalhos que se utilizem desta versátil ferramenta. Por exemplo, buscando por trabalhos sobre o assunto GeoGebra Book no repositório da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações <sup>1</sup> foram encontrados apenas duas dissertações que abordam a utilização do GGB, no caso voltadas ao ensino de Geometria Plana e Analítica. Já no acervo de periódicos da CAPES <sup>2</sup>, estão disponibilizados dois artigos sobre o uso do GGB como recurso para ministrar cursos na graduação e pós-graduação em Matemática. A ideia então foi criar um material didático para ser utilizado nas aulas de álgebra do Ensino Médio, aliando a parte teórica de probabilidade aplicada na prática em um jogo adaptado do PMH. Neste capítulo serão descritos o processo de criação do GGB: a organização da parte teórica do livro; a elaboração das atividades nele contidas, e a adaptação e extensão do jogo envolvendo o PMH, parte central da dissertação.

## 1.1 GeoGebra Book

A plataforma GeoGebra é um sistema de geometria dinâmica aliada à computação algébrica. Segundo informações contidas no site do próprio GeoGebra <sup>3</sup>, este *software* matemático atende a todos os níveis de ensino e permite serem trabalhados os conteúdos de Geometria, Álgebra, Planilha de Cálculo, Gráficos, Probabilidade, Estatística e Cálculos Simbólicos em um único pacote de fácil acesso e manipulação. Idealizado e desenvolvido por Markus Hohenwarter, foi resultado de sua tese de Doutorado no Ensino de Matemática

---

<sup>1</sup><https://bdtd.ibict.br/vufind/Search/Results?lookfor=geogebra+booktype=AllFields>

<sup>2</sup><https://www-periodicos-capes-gov-br.ez107.periodicos.capes.gov.br/index.php/buscador-primo.html>

<sup>3</sup><https://www.geogebra.org/about>

na Universidade de Salzburg. Atualmente, o GeoGebra possui uma comunidade de milhões de usuários em praticamente todos os países e se tornou um líder na área de *softwares* de matemática dinâmica, apoiando o ensino e a aprendizagem em Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática. A instalação do aplicativo não é necessária, o mesmo pode ser acessado via *web*, até mesmo por meio dos celulares dos próprios alunos. Segundo Borba [1], as tecnologias modernas, tais como *smartphones*, *tablets*, *notebooks* estão modificando a forma em que vivemos, cabendo ao processo educacional se adequar a essa evolução.

De acordo com Abar [2], o GeoGebra representa uma importante revolução, principalmente com relação às aulas de matemática, que incorporam cada vez mais as tecnologias de informação e comunicação. Baldini e Cyrino [3] o consideram um dos *softwares* de maior evidência na educação matemática devido ao seu fácil acesso, disponibilidade em várias plataformas, linguagem e *layout* simples e prático. Pesquisando no acervo do repositório do PROFMAT <sup>4</sup> podem ser encontrados 354 dissertações que trazem o GeoGebra como objeto do trabalho, demonstrando a sua relevância dentro de um programa de Mestrado Profissional em Matemática. Com o passar dos anos, este utilitário tem expandido suas possibilidades de aplicação dentro da sala de aula. Nesse cenário, foi incluído em sua interface o recurso de criação de um *e-book online*, o GeoGebra Book. Tal ferramenta está associada às demais funcionalidades do GeoGebra sendo disponibilizada gratuitamente através do site oficial do desenvolvedor <sup>5</sup>.

O GGB representa um compilado de materiais e atividades relativas as ferramentas disponibilizadas no próprio GeoGebra. Permite ao usuário cadastrado criar, compartilhar, consultar e usufruir de todos os recursos deste acervo. Toda coletânea hospedada no perfil pessoal pode ser disponibilizada publicamente ou mantida restrita ao uso particular. Dentre os diversos recursos que o GeoGebra Book possui é possível citar:

- a) Textos: apresentação, descrição, ou explicação de algum conteúdo, atividade ou exercício;
- b) Vídeos: videoaulas, palestras, *sketchs*, filmes;
- c) Imagens: ilustrações, fotografias, mapa mentais;
- d) Hiperlinks: arquivos em formato pdf, páginas da *web*;

---

<sup>4</sup><https://profmatt-sbm.org.br/?s=geogebra>

<sup>5</sup>Disponível online ou para *download* em [www.geogebra.org](http://www.geogebra.org)

- e) Perguntas: questionários abertos ou fechados, formulários;
- f) *Applets*: criados utilizando as diversas funcionalidades e aplicabilidades do GeoGebra.

O uso do GGB tem como pontos positivos: a facilidade e rapidez no compartilhamento e acesso aos materiais, sem a demanda de consumo de memória do sistema operacional; por ser um livro digital, sua edição, expansão e refinamento podem ser feitos progressivamente, concomitante à sua disponibilização; e a interatividade com os demais recursos da plataforma GeoGebra. Como pontos negativos destacam-se a dificuldade da edição de texto e imagens.

## 1.2 Criação do GeoGebra Book

Para a criação do GGB foi utilizado o embasamento adquirido pelas referências do II Congresso Brasileiro de GeoGebra, em específico o minicurso 6 sobre GeoGebra Book, ministrado pela professora Doutora Celina Abar. Além disso, também foram utilizados as dissertações e artigos mencionados na introdução deste Capítulo 1.

O livro digital criado, intitulado "Probabilidade aplicada ao Problema de Monty Hall" foi estruturado em 4 capítulos da seguinte maneira:

### 1. Introdução

Neste capítulo é descrita: uma apresentação do produto educacional, a motivação de sua criação e um sumário com *hyperlinks* para facilitar sua utilização.

### 2. Probabilidade

O capítulo é dividido em duas seções. A primeira apresenta a parte teórica acerca da temática de Probabilidade. A teoria é disponibilizada em três formatos:

- a) Material mais denso e amplo: o Capítulo ?? desta dissertação em formato pdf.
- b) Explicação mais breve e dinâmica: a videoaula<sup>6</sup> da professora Gis Bezerra, proprietária do canal no YouTube "Gis com Giz Matemática".
- c) Consulta mais rápida e objetiva: um mapa mental resumido.

Já a segunda seção traz um compilado de exemplos ilustrados por meio de figuras, fugindo um pouco do tradicional modelo de atividades resolvidas com a descrição de passo-a-passo para se chegar ao gabarito.

---

<sup>6</sup>Disponível em <https://www.youtube.com/watch?v=AZH67sWDW5w>

### 3. Exercícios

Na sequência são propostas duas séries de atividades que alternam entre questões abertas e fechadas: uma analisando exercícios de probabilidade no lançamento de dados e a segunda a respeito de cálculos probabilísticos na retirada de cartas de um baralho. Apesar da evolução constante dos *games*, tanto jogos de cartas como de dados ainda fazem parte do cotidiano dos alunos devido a sua fácil manipulação e entendimento. A intenção foi começar a criar um raciocínio lógico partindo de situações problemas mais simples, evoluindo até questões de probabilidade condicional preparando o terreno para a introdução do PMH.

### 4. Problema de Monty Hall

Neste último capítulo, inicialmente é introduzido o PMH, apresentando a história do seu surgimento e da sua difusão; depois de conhecer um pouco mais da dinâmica do problema os alunos são colocados à prova com exercícios referentes a probabilidade de se vencer no PMH clássico com 3 portas. Por fim, o Problema de Monty Hall é estendido para 4, 5, 100 e "n" portas, a fim de possibilitar com que o usuário possa chegar a uma conclusão a respeito da estratégia vencedora.

## 1.2.1 Organização da parte teórica do GGB

Como o objetivo específico deste trabalho é apresentar uma proposta de material didático que utiliza um jogo adaptando o PMH para introduzir e desenvolver o raciocínio probabilístico, induziu com que a parte teórica do GGB fosse assim organizada:

- **Parte Teórica I**

De maneira a aproveitar todo conteúdo de Probabilidade descrito no Capítulo ??, o mesmo foi então disponibilizado no formato pdf, Figura 1.1.

- **Parte Teórica II**

Em seguida, foi realizada uma busca de vídeos sobre o tema de probabilidade no YouTube. O intuito era optar por uma videoaula breve, dinâmica, bem explicativa com uma linguagem fácil e atual. Foi então selecionado uma videoaula do canal "Gis com Giz Matemática" da professora Gis Bezerra, como mostra a Figura 1.2. A professora apresenta o tema com clareza e simplicidade, dando exemplos, apresentando os principais elementos e propriedades e resolvendo algumas questões características.

### Parte Teórica I

Se você está a procura de um material mais denso e amplo a respeito da temática de Probabilidade, segue em anexo um **capítulo** sobre Teoria da Probabilidade, retirado da dissertação "Triluz" de minha autoria.



Fonte: <https://www.meusonhar.com.br/sonhar-estudando/>

Arquivo PDF



**Figura 1.1:** Dissertação em formato pdf.

### Parte Teórica II

Caso deseje uma explicação mais breve e dinâmica a respeito do tema, segue a sugestão da **videoaula** da professora Gis Bezerra, proprietária do canal no YouTube: "Gis com Giz Matemática".



Fonte: <https://www.youtube.com/watch?v=A2H67sWDW5w>

**Figura 1.2:** Videoaula sobre probabilidade.

- **Parte Teórica III** Por fim foi criado um mapa mental, [1.3](#), para que o leitor possa realizar uma consulta a um resumo objetivo com as (os) principais fórmulas, propriedades e conceitos em probabilidade.

## 1.2.2 Elaboração das atividades

Com relação às atividades elaboradas, a finalidade foi iniciar com questões bem básicas, e gradativamente aumentando nível de complexidade até chegar a exercícios de probabilidade condicional. As questões foram divididas em dois grupos:

- **Atividades Propostas: Dados**
- **Atividades Propostas: Baralho**

## 1.2.3 Adaptação do jogo envolvendo o PMH

### Parte Teórica III

Para uma consulta mais rápida e objetiva, na sequência apresentamos um **mapa mental** com os principais elementos e propriedades no cálculo de Probabilidade.

Mapa Mental



Fonte: Autoria própria (em construção)

**Figura 1.3:** Mapa mental resumo.

# Referências

---

- 1 BORBA, M. C.; SCUCUGLIA, R. R. S.; GADANIDIS, G. *Fases das Tecnologias Digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento*. 1. ed. Belo Horizonte-MG: Autêntica, 2014. 152 p. ISBN 978-8582174999.
- 2 GEOGEBRA Book: um recurso para desenvolver atividades.
- 3 BALDINI, L. A. F.; CYRINO, M. C. C. T. O *software* geogebra na formação de professores de matemática: uma visão a partir de dissertações e teses. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, v. 1, p. 42–61, 12 2012.