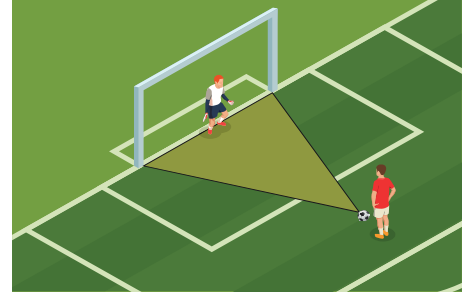




6. Oluşturduğunuz önerme yardımı ile aşağıda verilen problemi çözünüz.

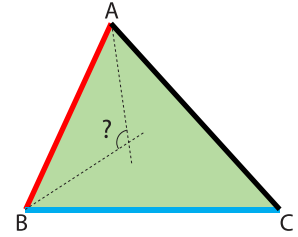
Yanda bir futbol maçında yapılacak olan penaltı atışının görseli verilmiştir. Kalecinin penaltı atışında kaleye gelen topu kurtarabilme ihtimalini artırması için kalecinin topa ve kale direklerine göre konumunun nasıl olması gerektiğini belirleyiniz.



6. Örnek

Doruk ve Burcu; kırmızı, mavi ve siyah boyalı yolların arasında bulunan ve yanda görseli verilen üçgen biçimindeki bir parkta yürüyeceklerdir. Parkın A köşesinde bulunan Doruk, kırmızı ve siyah yollara uzaklığı daima eşit olacak biçimde belirli bir yönde yürürken parkın B köşesinde bulunan Burcu, kırmızı ve mavi yollara uzaklığı daima eşit olacak biçimde belirli bir yönde yürümektedir.

Doruk ve Burcu'nun yürüyüş yönleri arasında oluşan geniş açının ölçüsü ile siyah ve mavi boyalı yolların oluşturduğu açının ölçüsü arasındaki ilişkiyi bulunuz.



Çözüm

Bir açının iç bölgesinde alınan bir nokta açının kollarına eşit uzaklıkta ise bu nokta o açının açıortayı üzerinde bulunur.

Buna göre Doruk ve Burcu'nun yürüdüğü yollar yandaki şekilde verilen ABC üçgeninde sırasıyla $\widehat{BAC}$ ile $\widehat{ABC}$ nin açıortaylarıdır.

Açıortayların kesim noktası K olarak isimlendirildiğinde

$$ABK \text{ üçgeninde } m(\widehat{AKB}) + \frac{m(\widehat{A})}{2} + \frac{m(\widehat{B})}{2} = 180^\circ \text{ dir.}$$

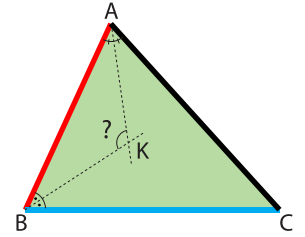
$$\text{Buradan } 2 \cdot m(\widehat{AKB}) + m(\widehat{A}) + m(\widehat{B}) = 360^\circ \text{ olur.}$$

$$ABC \text{ üçgeninde } m(\widehat{A}) + m(\widehat{B}) + m(\widehat{C}) = 180^\circ \text{ dir.}$$

$$\text{Buradan } m(\widehat{A}) + m(\widehat{B}) = 180^\circ - m(\widehat{C}) \text{ olur.}$$

$$\text{Bu iki eşitlikten } 2 \cdot m(\widehat{AKB}) + 180^\circ - m(\widehat{C}) = 360^\circ \text{ olur.}$$

$$\text{Buradan } m(\widehat{AKB}) = 90^\circ + \frac{m(\widehat{C})}{2} \text{ bulunur.}$$



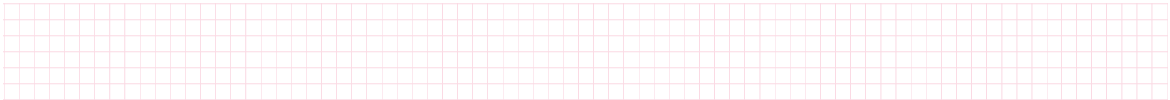
9. Uygulama



Üçgenin İç Açıortaylarının Kesim Noktası

Öğretmeninizin rehberliğinde 4 kişilik gruplara ayrılınız ve 8. uygulamada ulaştığınız sonuçlardan yararlanarak aşağıdaki işlem basamaklarını gerçekleştiriniz.

1. Bir üçgenin iç açıortaylarının tek noktada kesişip kesişmediğini, kesişiyorsa bu noktanın özelliğini grup arkadaşlarınızla birbirinizin düşüncelerini ve bakış açılarını anlamaya çalışarak tartışınız. Uzlaştığınız fikirlerden yola çıkarak varsayımlarda bulununuz.



2. Bir üçgenin iç açıortaylarının tek noktada kesişip kesişmediğini ve kesişiyorsa bu noktanın özelliğine ulaşmak için yaptığınız varsayımları grup arkadaşlarınızla tartışarak genellemelerinizi oluşturunuz.

- 3. Matematik yazılımlarını kullanarak aşağıda verilen adımları gerçekleştiriniz ve soruları cevaplayınız.**

1. adım: Yazılımın **Çokgen** aracını kullanarak bir ABC üçgeni çizersiniz.

2. adım: Yazılımın **Açıortay** aracını kullanarak ABC üçgeninin iki iç açısına ait iç açıortayları çiziniz.

3. adım: Yazılımın **Kesiştir** aracını kullanarak 2. adımda çizdiğiniz açığortayların kesim noktasını belirleyiniz ve K olarak isimlendiriniz.

4. adım: Yazılımın **Dik doğru** aracını kullanarak K noktasından üçgenin kenarlarından herhangi birine dik olan bir doğru çiziniz.

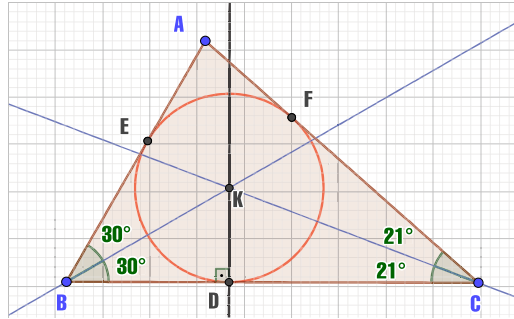
5. adım: Yazılımın **Kesıştır** aracını kullanarak 4. adıma çizdiğiniz dik doğrunun kenarı kestiği noktayı tespit ediniz ve bu noktayı D olarak isimlendiriniz.

6. adım: Yazılımın **Çember** aracını kullanarak merkezi K noktası ve yarıçapı $|KD|$ na eşit olan bir çember çiziniz.

7. adım: Yazılımın **Kesiştir** aracını kullanarak 6. adımda çizdiğiniz çemberin üçgenin diğer kenarları ile olan kesim noktalarını belirleyiniz ve bu noktaları E ve F olarak isimlendiriniz.

8. adım: Yazılımın **Uzaklık** veya **Uzunluk** aracını kullanarak $|KD|$, $|KE|$ ve $|KF|$ nu hesaplayınız.

Yukarıda verilen etkinliğin matematik yazılımında yapılan benzer bir örneğinin ekran görüntüsü aşağıda verilmiştir.



9. adım: Yazılımın **Taşı** aracıyla üçgeni herhangi bir köşesinden tutarak sürükleyiniz.

a) Her durumda çember ile üçgenin ilişkisini inceleyerek değerlendirmelerinizi yazınız.

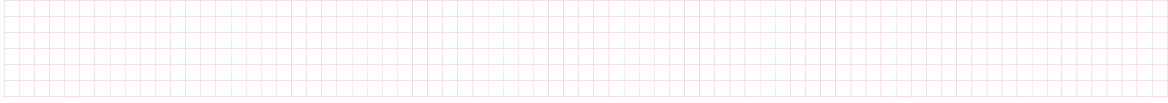
b) Her durumda $|KD|$, $|KE|$ ve $|KF|$ arasındaki ilişkiyi inceleyip değerlendirmenizi yazınız.

c) Bir üçgenin iç bölgesinde olup üçgenin tüm kenarlarına teğet olan çember, iç teğet çember olarak adlandırılır. Buna göre iç teğet çemberin merkezi olan noktanın özelliklerini yazarak belirtiniz.

4. Oluşan her üçgen için 3. maddedeki etkinlikten ulaştığınız sonuçlardan hareketle genellemelerinizi varsayımlarınızla karşılaştırınız.

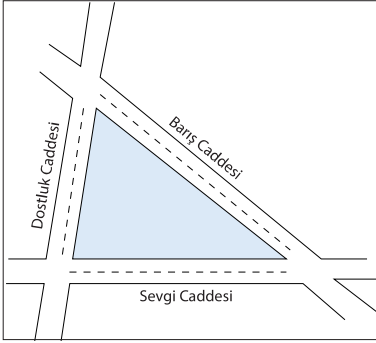


5. Elde ettiğiniz genellemelerden hareketle bir üçgenin iç açıortaylarının tek noktada kesişip kesişmediğini, kesişiyorsa bu noktanın özelliğine dair önermenizi ifade ediniz.



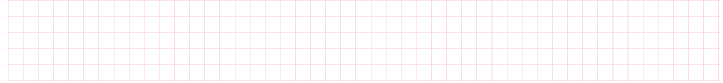
6. Oluşturduğunuz önerme yardımı ile aşağıda verilen problemi çözünüz.

Aşağıdaki haritada gösterilen caddenin her birinden eşit uzaklıkta olacak şekilde okul inşa edilmek isteniyor.



Buna göre

- a) Haritada üç caddenin her birine eşit uzaklıkta olan noktanın özelliklerini belirtiniz.



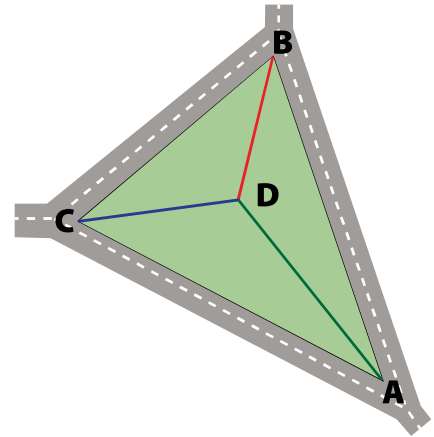
- b) Haritayı iki farklı doğru parçasına göre katlayarak üç caddeye de eşit uzaklıkta olan noktayı bulma adımlarınızı sırasıyla yazınız.



7. Örnek

Yanda haritada etrafı düz yollarla çevrili, ABC üçgeni biçimindeki bir parkın içinde üç yola da eşit uzaklıktaki D noktasında şehrin işgalden kurtuluşunu simgeleyen bir anıt bulunmaktadır. Bu anıtı ziyaret eden Ada, Burcu ve Cenk isimli üç arkadaş parkın köşelerine doğrusal bir şekilde yürüyerek sırasıyla A, B ve C noktalarına gelmişlerdir.

Parkın köşelerinde bulunan arkadaşlardan her biri diğerinin bulunduğu noktaya gitmek için saat yönünde dönerek yönünü değiştirmeden ilerlemiştir. Burcu, Ada'nın bulunduğu noktaya gitmek için 140° dönerken Ada, Cenk'in bulunduğu noktaya gitmek için 165° dönmüştür.



Buna göre Cenk'in Burcu'nun bulunduğu noktaya gitmesi için en az kaç derece dönmesi gerektiğini bulunuz.

Çözüm

D noktası, üçgenin kenarlarına eşit uzaklık olduğundan ABC üçgeninin iç teğet çemberinin merkezi yani iç açıortaylarının kesim noktasıdır. Buna göre [AD], [BD] ve [CD] açıortaydır. Yandaki şekilde gösterildiği gibi Burcu'nun dönüş açısının ölçüsü 140° olduğundan $m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{CBD}) = 40^\circ$ ve Ada'nın dönüş açısının ölçüsü 165° olduğundan $m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{CAD}) = 15^\circ$ dir.

ABC üçgeninin iç açıların ölçüleri toplamından $30^\circ + 80^\circ + m(\widehat{ACB}) = 180^\circ \Rightarrow m(\widehat{ACB}) = 70^\circ$ olur.

Buradan $m(\widehat{ACD}) = m(\widehat{BCD}) = 35^\circ$ olup Cenk, Burcu'nun bulunduğu B noktasına gitmek için en az $180^\circ - 35^\circ = 145^\circ$ dönmelidir.

