HOJA DE TRABAJO 3 (3.1 - 3.2 - 3.3)

Carolina Bieler
María Alejandra Duque
Daniel Zapata
Juan José Restrepo
John Alejandro Ortiz

SECCION 3.1

27 Sea y_p una solución particular de la ecuación no homogénea $y'' + py' + qy = f(x)$, y sea y_c una solución de su ecuación homogénea asociada. Muestre que $y = y_c + y_p$ es una solución de la ecuación no homogénea dada.

Por hipótesis sabemos que y_p satisface $y_p'' + p y_p' + q y_p = f(x)$
y por segunda hipótesis y_c satisface $y_c'' + p y_c' + q y_c = 0$
entonces la tesis establece que $y(x) = y_c + y_p$ satisface
$y'' + p y' + q y = f(x)$; tenemos que $y' = y_c' + y_p' \rightarrow y'' = y_c'' + y_p''$
reemplazando en la ecuación:

$$(y_c'' + y_p'') + p(y_c' + y_p') + q(y_c + y_p) = f(x)$$

$$y_c'' + y_p'' + p y_c'' + p y_p' + q y_c + q y_p =$$

$$(y_c'' + p y_c' + q y_c) + (y_p'' + p y_p' + q y_p) =$$

usando hipótesis $\quad 0 + f(x) =$

$$f(x) =$$

32 Sean y_1 y y_2 dos soluciones de $A(x)y'' + B(x)y' + C(x)y = 0$ en un intervalo abierto I, donde A, B y C son continuas y $A(x)$ nunca es cero. **(a)** Sea $W = W(y_1, y_2)$. Demuestre que

$$A(x)\frac{dW}{dx} = (y_1)(Ay_2'') - (y_2)(Ay_1'').$$

Posteriormente sustituya Ay_2'' y Ay_1'' en la ecuación diferencial original para mostrar que

$$A(x)\frac{dW}{dx} = -B(x)W(x).$$

(b) Resuelva esta ecuación de primer orden para deducir la **fórmula de Abel**

$$W(x) = K\exp\left(-\int \frac{B(x)}{A(x)}\,dx\right),$$

donde K es una constante. **(c)** ¿Por qué la fórmula de Abel implica que el wronskiano $W(y_1, y_2)$ es cero o diferente de cero en todo el intervalo (como se estableció en el teorema 3)?

a. El wronskiano de las dos soluciones

$$W(y_1,y_2) = \begin{vmatrix} y_1 & y_2 \\ y_1' & y_2' \end{vmatrix}$$

$$W = y_1 y_2' - y_1' y_2$$

$$\to \frac{dW}{dx} = y_1' y_2' + y_1 y_2'' - (y_1'' y_2 + y_1' y_2')$$

$$\frac{dW}{dx} = y_1 y_2'' - y_1'' y_2$$

$$\to A(x)\frac{dW}{dx} = A(y_1 y_2'' - y_1'' y_2) = Ay_1 y_2'' - Ay_1'' y_2 = y_1 A y_1'' y_2 = y_1 A y_2 - A y_1'' y_2 \quad (1)$$

ahora bien como y_1 y y_2 satisfacen la ecuacion diferencial

$$A(x)y'' + B(x)y' + P(x)y = 0$$

$\to A(x)y'' = -B(x)y' - P(x)y$, con lo cual $A(x)y_1'' = -B(x)y_1' - P(x)y_1$

$$A(x)y_2'' = -B(x)y_2' - P(x)y_2$$

reemplazo en (1) $A(x)\frac{dw}{dx} = y_1(-B(x)y_2' - P(x)y_2) - (-B(x)y_1' - P(x)y_1)y_2$

$$A(x)\frac{dw}{dx} = -B(x)y_1y_2' - P(x)\cancel{y_1}y_2 + B(x)y_1'y_2 + \cancel{P(x)y_1}y_2$$

$$A(x)\frac{dw}{dx} = B(x)(-y_1y_2' + y_1'y_2) \to A(x)\frac{dw}{dx} = -B(x)(y_1y_2' - y_1'y_2)$$

$$A(x)\frac{dw}{dx} = -B(x)W(x)$$

B si $A(x) \neq 0$ $\quad \frac{dw}{dx} = \frac{-B(x)}{A(x)}W(x)$

$$\int \frac{dw}{w} = \int -\frac{B(x)}{A(x)}dx$$

$$\ln w = -\int \frac{B(x)}{A(x)}dx + c$$

$$e^{\ln w} = e^{-\int \frac{B(x)}{A(x)}dx + C} = e^{-\int \frac{B(x)}{A(x)}dx} e^{C}$$

$$\boxed{W(x) = K e^{-\int \frac{B(x)}{A(x)}dx}}$$

51. La **ecuación de Euler** de segundo orden es de la forma

$$ax^2y'' + bxy' + cy = 0 \qquad (22)$$

donde a, b, c son constantes. **(a)** Verifique que si $x > 0$, entonces la sustitución $v = \ln x$ transforma la ecuación (22) en la ecuación lineal de coeficientes constantes

$$a\frac{d^2y}{dv^2} + (b-a)\frac{dy}{dv} + cy = 0 \qquad (23)$$

con variable independiente v. **(b)** Si las raíces r_1 y r_2 de la ecuación característica en (23) son reales y distintas, concluya que la solución general de la ecuación de Euler en (22) es $y(x) = c_1x^{r_1} + c_2x^{r_2}$.

a. sea $v = \ln x$ entonces por regla de la cadena

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dv}\frac{dv}{dx}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dv}\cdot\frac{1}{x}$$

$$x\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dv} \qquad (A)$$

Derivando la expresión (A) respecto a x $\rightarrow \frac{d}{dx}\left(x.\frac{dy}{dx}\right) = \frac{d}{dx}\left(\frac{dy}{dv}\right)$

$$1.\frac{dy}{dx} + x.\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dv}\left(\frac{dy}{dv}\right)\cdot\frac{dv}{dx} \rightarrow \frac{dy}{dx} + x\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d^2y}{dv^2}\cdot\frac{1}{x}$$

$$x\frac{dy}{dx} + x^2\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d^2y}{dv^2} \rightarrow x^2\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d^2y}{dv^2} - x\frac{dy}{dx}$$ pero por (A)

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d^2y}{dv^2} - \frac{dy}{dv} \qquad (B)$$

• Reemplazando las expresiones (A) ∧ (B) en la ecuación de euler $ax^2y'' + bxy' + cy = 0$ obtenemos la ecuación de coeficientes constantes

$$\rightarrow a\left(\frac{d^2y}{dv^2} - \frac{dy}{dv}\right) + b\left(\frac{dy}{dv}\right) + cy = 0$$

$$a\frac{d^2y}{dv^2} - a\frac{dy}{dv} + b\frac{dy}{dv} + cy = 0 \rightarrow a\frac{d^2y}{dv^2} + (b-a)\frac{dy}{dv} + cy = 0$$

B. Suponiendo que la ecuación auxiliar correspondiente $ar^2 + (b-a)r + c = 0$ tiene raíces reales distintas así la solución será

$$y(v) = C_1e^{-4v} + C_2e^{3v}$$

$$y(x) = C_1e^{-4\ln x} + C_2e^{3\ln x}$$

$$= C_1e^{\ln x^{-4}} + C_2e^{\ln x^3}$$

$$= C_1x^{-4} + C_2x^3$$

55. $x^2y'' + xy' = 0$

utilizando el resultado obtenido en el ejercicio 52 a traves de la sustitucion $v = \ln x$ obtendriamos que la ecuacion de euler,

$x^2y'' + xy' = 0$; $a = 1$, $b = 1$, $c = 0$

se transforma en $\frac{d^2y}{du^2} = 0$, cuya ecuacion $r^2 = 0$

tiene raices $r_1 = r_2 = 0$

$\rightarrow \quad y(u) = C_1 e^{0 \cdot u} + C_2 v e^{0 \cdot u}$

$y(u) = C_1 + C_2 u$

$y(x) = C_1 + C_2 \ln x$

SECCION 3.2

(19) $x^3y^{(3)} - 3x^2y'' + 6xy' - 6y = 0$; $y(1)=6$, $y'(1)=14$, $y''(1)=22$; $y_1 = x$, $y_2 = x^2$, $y_3 = x^3$

Teniendo esta ecuación donde sabemos que y_1, y_2, y_3 son soluciones L.I de la ecuación homogenea

$y(x) = Ax + Bx^2 + Cx^3$ — Solución general de la EDO euler homogenea de orden 3

Como tengo el PVI

$\rightarrow y(x) = Ax + Bx^2 + Cx^3 \rightarrow A+B+C = 6$

$y'(x) = A + 2Bx + 3Cx^2 \rightarrow A + 2B + 3C = 14$

$y''(x) = 2B + 6Cx \rightarrow 2B + 6C = 22$

$\Rightarrow$ usamos Symbolab : $A = 1$, $B = 2$, $C = 3$

La solución particular a la EDO de euler de grado tres homogenea es.

$$y(x) = x + 2x^2 + 3x^3$$

(23) $y'' - 2y' - 3y = 6$; $y(0) = 3$, $y'(0) = 11$; $y_c = C_1e^{-x} + C_2e^{3x}$, $y_p = -2$

La solución general de una EDO de orden superior NO homogenea $y'' - 2y' - 3y = 6$ es...

$\ldots\ y(x) = y_c(x) + y_p(x)$ → Una solución particular de la EDO de orden superior NO homogenea

$\downarrow$

Esta es la solución general de la EDO homogenea asociada $y'' - 2y' - 3y = 0$

$y(x) = C_1 e^{-x} + C_2 e^{3x} - 2$ → Necesitamos que esta solución general cumpla el PVI

$y(x) = C_1 e^{-x} + C_2 e^{3x} - 2 \to y(0) = 3 \to C_1 + C_2 - 2 = 3$

$y'(x) = -C_1 e^{-x} + 3C_2 e^{3x} \to y'(0) = 11 \to -C_1 + 3C_2 = 11$

$$\begin{array}{r} C_1 + C_2 = 5 \\ -C_1 + 3C_2 = 11 \\ \hline 4C_2 = 16 \end{array}$$

$C_2 = 4$ → Reemplazamos en la primera ecuación

$C_1 + 4 = 5$

$C_1 = 1.$

La solución al PVI de la ecuación no homogénea $y'' - 2y' - 3y = 6$ es $y(x) = e^{-x} + 4e^{3x} - 2$

31) a) La ecuación diferencial de 2do orden

$$y'' + py' + qy = 0 \quad (1)$$

aceptará una solución $y = y(x)$ en un intervalo I, si tenemos el PVI en el punto $x = a \subset I$; entonces (1) puede representarse como una ecuación que se cumple para $\forall x \in I$:

$$y''(x) + py'(x) + qy(x) = 0 \quad \forall x \in I$$

Si $x = a \in I$ $\quad y''(a) + py'(a) + qy(a) = 0 \quad (2)$

esto es una ecuación que relaciona las tres y's ~~[illegible]~~ $y(a), y'(a), y''(a)$; la ecuación (2) asegura que $y''(a)$ se expresa en términos de las ~~dos~~ otras dos.

$$y''(a) = py'(a) - qy(a).$$

b) $y'' - 2y' - 5y = 0$ Imaginemos que hay una sol $y(x)$ que cumple $y(0)=1$; $y'(0)=0$ y $y''(0)=c$

En $x=0$ $y(0)$ Debe cumplir lo requerido por la EDO.

$\rightarrow$ $y''(0) - 2y'(0) - 5y(0) = 0$

$y''(0) = 2y'(0) + 5y(0)$

$c = 2(0) + 5(1) = 5$

Entonces el PVI $y(0)=1$

$y'(0)=0$

$y''(0)=c$

Solo podrá cumplirse por la solución $y(x)$ si y solo si $c=5$.

2) 35

$$W = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 & y_3 \\ y_1' & y_2' & y_3' \\ y_1'' & y_2'' & y_3'' \end{bmatrix}$$

$$\frac{dw}{dx} = \underbrace{\begin{bmatrix} \boxed{y_1' \quad y_2' \quad y_3'} \\ \boxed{y_1' \quad y_2' \quad y_3'} \\ y_1'' \quad y_2'' \quad y_3'' \end{bmatrix}}_{0} + \underbrace{\begin{bmatrix} y_1 \quad y_2 \quad y_3 \\ \boxed{y_1'' \quad y_2'' \quad y_3''} \\ \boxed{y_1'' \quad y_2'' \quad y_3''} \end{bmatrix}}_{0} + \begin{bmatrix} y_1 & y_2 & y_3 \\ y_1' & y_2' & y_3' \\ y_1''' & y_2''' & y_3''' \end{bmatrix}$$

Ya que hay dos Filas iguales, el determinante es $\emptyset$.

$$\frac{dw}{dx} = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 & y_3 \\ y_1' & y_2' & y_3' \\ y_1''' & y_2''' & y_3''' \end{bmatrix}$$

(3.6) Sea $y_1(x)$ una solución conocida de la ecuación diferencial $y'' + P(x)y' + Q(x)y = 0$; lo cual significa que $\boxed{y_1'' + P(x)y_1' + Q(x)y_1 = 0}$ (A)

Supongamos entonces que la segunda solución a la ecuación diferencial, tiene la forma $y_2 = v(x)y_1$ donde $v(x) \neq$ constante pues y_1 y y_2 se asumen L.I reemplazando: $y_2 = v(x)y_1$

$$\rightarrow y_2' = v'(x)y_1 + v(x)y_1'$$

$$\rightarrow \underline{y_2''} = v''y_1 + v'y_1' + v'y_1' + vy_1''$$

$$\Rightarrow \underline{v''y_1 + 2v'y_1' + vy_1''}$$

en la ecuación $y'' + P(x)y' + Q(x)y = 0$, obtenemos

$$\rightarrow (v''y_1 + 2v'y_1' + vy_1'') + P(x)(v'y_1 + vy_1') + Q(x)vy_1 = 0$$

$$\rightarrow v''y_1 + 2v'y_1' + vy_1'' + P(x)v'y_1 + P(x)vy_1' + Q(x)vy_1 = 0$$

$$v'' y_1 + 2v' y_1' + P(x) v' y_1 + v y_1'' + P(x) v y_1' + Q(x) v y_1 = 0$$

$$v'' y_1 + 2v' y_1' + P(x) v' y_1 + v y_1'' + P(x) v y_1' + Q(x) v y_1 = 0$$

$$v'' y_1 + 2v' y_1' + P(x) v' y_1 + v\underbrace{\left(y_1'' + P(x) y_1' + Q(x) y_1\right)}_{\text{es cero debido por } A} = 0$$

entonces $v'' y_1 + 2v' y_1' + P(x) v' y_1 = 0$

ahora bien, puesto que $y_1(x) \neq 0$ (sol no trivial)

dividiendo cada termino por y_1:

$$v'' + 2\frac{y_1'}{y_1} v' + P(x) v' = 0$$

$$v'' + \left(2\frac{y_1'}{y_1} + P(x)\right) v' = 0 \quad B$$

es una ecuación diferencial que permitirá encontrar $v(x)$ puesto que las funciones y_1 y $P(x)$ son conocidas haciendo el cambio de Variable $v'(x) = U(x)$ tenemos que $v'' = U'(x)$

así que B queda:

$$v'(x) + \left(2 \frac{y_1'}{y_1} + P(x) \right) v(x) = 0$$

la cual es una ecuación de variables separables para la variable $V(x)$:

$$\frac{dv}{dx} = -\left(2 \frac{y_1'}{y_1} + P(x) \right) v$$

$$\int \frac{dv}{v} = \int -\left(2 \frac{y_1'}{y_1} + P(x) \right) dx$$

$$\ln v = -2\ln y_1 - \int p(x)\,dx$$

$$v = e^{-2\ln y_1 - \int p(x)\,dx} = e^{\ln y_1^{-2}} e^{-\int p(x)\,dx}$$

$$v(x) = y_1^{-2} e^{-\int p(x)\,dx}$$

$$v'(x) = \frac{1}{y_1^2} e^{-\int p(x)\,dx}$$; con lo cual concluimos que

$$v(x) = \int \frac{1}{y_1^2} e^{-\int p(x)\,dx}$$ ©

así que concluimos que si conocemos una solución y_1 de la ecuación diferencial de segundo orden

$$y'' + P(x)\, y' + Q(x)\, y = 0$$

entonces la segunda solución será:

$$y_2(x) = y_1(x)\, v(x)$$ donde $V(x)$ viene dada por ©

$$y_2(x) = y_1(x) \int \frac{1}{y_1^2}\, e^{-\int p(x)dx}$$

42 $(1-x^2)y'' + 2xy' - 2y = 0 \;\; (-1 < x < 1); \;\; y_1(x) = x$

$(1-x^2)y'' + 2xy' - 2y = 0$ Sabiendo que $y_1(x) = x$ es solución en $(-1,1)$

$$y'' + \frac{2x}{1-x^2}y' - \frac{2}{1-x^2}y = 0$$

Suponemos que $y_2(x) = v(x)\cdot y_1(x) = v(x)\cdot x$ será la segunda solución

L.I $(v(x) \neq c)$:

$$y_2'(x) = v'(x)\cdot x + v(x)\cdot 1$$

$$y_2''(x) = v''(x).x + v'(x).1 + v'(x) = v''(x)x + 2v'(x)$$

$$\Rightarrow \quad y_2''(x) + \frac{2x}{1-x^2}y_2'(x) - \frac{2}{1-x^2}y_2(x) = 0$$

$$(v''(x)\cdot x + 2v'(x)) + \frac{2x}{1-x^2}(v'(x)\cdot x + v(x)) - \frac{2}{1-x^2}v(x)\cdot x = 0$$

$$(v''(x)\cdot x + 2v'(x)) + \frac{2x}{1-x^2}(v'(x)\cdot x + v(x)) - \frac{2}{1-x^2}v(x)\cdot x = 0$$

$$x v''(x) + 2v'(x) + \frac{2x^2}{1-x^2}v'(x) + \cancel{\frac{2x\,v(x)}{1-x^2}} - \cancel{\frac{2x\,v(x)}{1-x^2}} = 0$$

$$x v''(x) + \left(2 + \frac{2x^2}{1-x^2}\right)v'(x) = 0$$

$$v''(x) + \left(\frac{2}{x} + \frac{2x}{1-x^2}\right)v'(x) = 0$$

hacemos cambio de variable $U(x) = v'(x) \Rightarrow U'(x) = v''(x)$
reemplazando esto en la ecuacion anterior :

$$\frac{dU}{dx} + \left(\frac{2}{x} + \frac{2x}{1-x^2}\right)U = 0$$

$$\frac{dU}{dx} = -\left(\frac{2}{x} + \frac{2x}{1-x^2}\right)U$$

$$\frac{dU}{U} = -\left(\frac{2}{x} + \frac{2x}{1-x^2}\right)dx$$

$$\int \frac{du}{u} = \int -\left(\frac{2}{x} + \frac{2x}{1-x^2} \right) dx$$

$$\ln u = -2\ln|x| + \ln|1-x^2|$$

$$\ln u = \ln|x|^{-2} + \ln|1-x^2| = \ln\left| x^{-2}(1-x^2) \right| \quad \text{y como } -1 < x < 1$$

$$\ln u = \ln(x^{-2}(1-x^2))$$

$$e^{\ln u} = e^{\ln(x^{-2}(1-x^2))} \Rightarrow u(x) = x^{-2}(1-x^2) = x^{-2} - 1$$

pero $v'(x) = x^{-2} - 1$

$$v(x) = \int x^{-2} - 1 \, dx$$

$$v(x) = -x^{-1} - x$$

$$\Rightarrow \quad y_2(x) = v(x) \cdot x = (-x^{-1} - x) \cdot x = -1 - x^2$$

$$y_2(x) = -(1+x^2)$$

Entonces la solucion general :

$$y(x) = C_1 y_1(x) + C_2 y_2(x)$$

$$y(x) = C_1 x + C_2(-(1+x^2))$$

$$y(x) = C_1 x + b_2(1+x^2)$$

SECCION 3.3

(19) Resolver la E.D.O $y^{(3)} + y'' - y' - y = 0$

Como la ecuacion diferencial es lineal de orden superior de coeficientes constantes y homogenea

$\Rightarrow$ la ecuacion auxiliar es $r^3 + r^2 - r - 1 = 0$

$$\Rightarrow r^2(r+1) - (r+1) = 0$$
$$(r+1)(r^2-1) = 0$$
$$(r+1)(r-1)(r+1) = 0$$
$$(r+1)^2 \cdot (r-1) = 0$$

Las raices de la ecuacion auxiliar son $r_1 = 1$

$r_2 = r_3 = -1$ multiplicidad $k=2$

La solucion general $y(x) = c_1 e^{1 \cdot x} + c_2 e^{-1 \cdot x} + c_3 x e^{-1 \cdot x}$

39) $y(x) = (A + Bx + Cx^2) e^{2x}$

$y(x) = Ae^{2x} + Bxe^{2x} + Cx^2e^{2x}$ por el teorema 2

las raices de la ecuaciones auxiliar son $r = 2$; $k = 3$

→ Ecuacion auxiliar $(r-2)(r-2)(r-2) = 0$

$$(r-2)^3 = 0$$

$$r^3 - 3r^2 \cdot 2 + 3 \cdot r \cdot 2^2 - 2^3 = 0$$

$$r^3 - 6r^2 + 12r - 8 = 0$$

Entonces la EDO orden superior lineal homogenea de coef constantes sera:

$$y^{(3)} - 6y'' + 12y' - 8y = 0$$

42) $y(x) = (A + Bx + Cx^2) \cos 2x + (D + Ex + Fx^2) \operatorname{sen} 2x$

$y(x) = A\cos 2x + Bx\cos 2x + Cx^2\cos 2x + D\operatorname{sen} 2x + Ex\operatorname{sen} 2x + Fx^2\operatorname{sen} 2x$

$y(x) = [A\cos 2x + D\operatorname{sen} 2x] + x[B\cos 2x + E\operatorname{sen} 2x] + x^2[C\cos 2x + F\operatorname{sen} 2x]$

$y(x) = e^{0x}[A\cos 2x + D\operatorname{sen} 2x] + e^{0x}[B\cos 2x + E\operatorname{sen} 2x]$

Teorema: las raices de la ecuacion auxiliar son $r = 0 \pm 2i$, $k = 3$ → ecuacion aux:

$$[(r-(0+2i))(r-(0-2i))]^3 = 0$$

$$[((r-0)-2i)((r-0)+2i)]^3 = 0$$

$$[(r-0)^2 - (2i)^2]^3 = 0 \qquad i = \sqrt{-1}$$

$$[r^2 + 4]^3 = 0$$

$(r^2)^3 + 3(r^2)^2 \cdot 4 + 3(r^2)\,4^2 + 4^3 = 0$

$r^6 + 12r^4 + 48r^2 + 64 = 0$

sería

$y^{(6)} + 12y^{(4)} + 48y'' + 64y = 0$

58) $x^3y''' + 6x^2y'' + 7xy' + y = 0$

$a = 1$
$b = 6$
$c = 7$
$d = 1$

$v = \ln x$ → convierte ecuac. en de tres en la sigte. EDO orden 3

de coeficientes constantes (homog)

$$\frac{d^3y}{dv^3} + \frac{3d^2y}{dv^2} + \frac{3dy}{dv} + y = 0$$

cuya ecuación aux es

$r^3 + 3r^2 + 3r + 1 = 0$

$(r+1)(r+1)(r+1) = 0$

$(r+1)^3 = 0 \rightarrow r_1 = r_2 = r_3 = -1 \quad (k=3)$

cuya sln general

$y(v) = Ae^{-1v} + Bve^{-1v} + Cv^2e^{-1v}$

$v = \ln x \quad y(x) = Ae^{-\ln x} + B\ln x\, e^{-\ln x} + C(\ln x)^2 e^{-\ln x}$

$y(x) = Ae^{\ln x^{-1}} + B\ln x\, e^{\ln x^{-1}} + C(\ln x)^2 e$

$y(x) = \frac{A}{x} + B\frac{\ln x}{x} + C\frac{(\ln x)^2}{x} \quad$ si $x >$

55) $x^3 y''' + x^2 y'' + x y' = 0$

$a = 1$
$b = 1$
$c = 1$
$d = 0$

$v = \ln x \Rightarrow$ convierte la ecuación de euler de orden 3 en la sigte EDO de orden 3.

de coeficientes const (homog)

$$\frac{d^3y}{dv^3} - 4\frac{d^2y}{dv^2} + 4\frac{dy}{dv} = 0$$

cuya ecuación aux es:

$$r^3 - 4r^2 + 4r = 0$$

$$r(r^2 - 4r + 4) = 0 \rightarrow r_1 = 0$$

$r_2 = r_3 = 2$

$r = 2$

sln general es:

$y(v) = A e^{0 \cdot v} + B e^{2v} + C v e^{2v}$

$y(v) = A + B e^{2v} + C v e^{2v}$ pero $v = \ln x$

$y(x) = A + B e^{2\ln x} + C \ln x \, e^{2\ln x}$

$y(x) = A + B e^{\ln x^2} + C \ln x \cdot e^{\ln x^2}$

$y(x) = A + B x^2 + C x^2 \ln x$