



O GeoGebra como ferramenta de apoio à aprendizagem significativa das Transformações Geométricas Isométricas

Astrigilda Silveira

Universidade de Cabo Verde
astrigilda.silveira@docente.unicv.edu.cv

Isabel Cabrita

Universidade de Aveiro
icabrita@ua.pt

Resumo

A problemática do insucesso escolar a matemática e as mais-valias que se tem vindo a reconhecer às tecnologias informáticas no contexto educativo levaram a que o Governo de Cabo Verde implementasse o Programa “Mundu Novu”. Procurando tirar partido de tal programa e, ao mesmo tempo, avançar com uma nova abordagem às transformações geométricas isométricas, desenvolveu-se uma investigação essencialmente qualitativa, cuja finalidade é avaliar a influência de uma ação de Formação Contínua, centrada na abordagem daquele tópico matemático com recurso a um ambiente dinâmico de geometria dinâmica, no desenvolvimento de competências Curriculares, Didáticas, Matemáticas e Tecnológicas de professores e/ou dos seus respetivos alunos. Inserido nessa investigação mais lata, este texto foca-se, em particular, na ressonância da utilização do GeoGebra por alunos do 8º ano de escolaridade, de uma instituição de Cabo Verde. E conclui-se pelo desenvolvimento de uma visão mais abrangente, correta e positiva das ferramentas informáticas na aprendizagem da matemática, bem como pelo impacto do seu uso ao nível da destreza tecnológica e de uma mais sólida e significativa aprendizagem dos conceitos geométricos em causa.

Palavras-chave: GeoGebra; Transformações Geométricas Isométricas; Competências matemáticas; Competências tecnológicas.

Abstract

The problem of failure at school in mathematics and any gains that has been recognize to the computer technology in the educational context led the Cape



Verdean Government to implement the programme "Mundu Novu". Seeking to take advantage of such a programme and, at the same time, come up with a new approach to Geometric Isometric Transformations, an essentially qualitative research was developed, whose purpose is to evaluate the influence of a Continuous training, focusing on the approach of that mathematical topic using a dynamic environment of dynamic geometry, in developing Curriculum, Teaching, Mathematics and Technology skills of teachers and/or their respective students. Inserted in this broader research, this text focuses, in particular, on resonance of the use of GeoGebra by the 8th grade students, of an institution in Cape Verde. And it concludes by developing a more comprehensive, accurate and positive view of the computing tools in learning mathematics, as well as by the impact of their use to the level of technological prowess and a more solid and meaningful learning of geometrical concepts in discussion.

Keywords: GeoGebra, Isometric Geometric Transformations, Mathematical skills, Technological skills

Résumé

La problématique de l'échec scolaire en mathématiques et les plus-values que l'on accorde aux nouvelles technologies informatiques dans le contexte éducatif, ont amené le Gouvernement du Cap-Vert à mettre en place le programme «Mundu Novu» [Nouveau Monde]. Cherchant à la fois à tirer profit d'un tel programme et en même temps avancer avec une nouvelle approche aux transformations géométriques isométriques, une recherche essentiellement qualitative a été développée. Sa finalité est d'évaluer l'influence d'une action de Formation Continue, centrée sur l'approche de ce point de mathématique, ayant recours à en environnement dynamique de Géométrie dynamique, sur le développement de compétences Curriculaires, Didactiques, Mathématiques et Technologiques des enseignants et/ou de leurs élèves respectifs. Inséré dans cette recherche plus vaste, ce texte met particulièrement l'accent sur la résonance de l'utilisation de GeoGebra par les élèves de la 8ème année de scolarité d'une institution du Cap-Vert et finit par le développement d'une vision plus large, correcte et positive des outils informatiques dans l'apprentissage des mathématiques, ainsi que l'impact de leur utilisation au niveau de leur habilités technologiques et d'un apprentissage plus solide et significatif des concepts géométriques en étude.

Mots-clés: GeoGebra, Transformations Géométriques Isométriques, Compétences mathématiques, Compétences technologiques.



Introdução

O uso das tecnologias informáticas constitui um facto inegável em muitas das sociedades atuais, alterando significativamente a forma de vida a nível pessoal, profissional e familiar (Sousa, 2003). Hoje, é inconcebível trabalharem computadores em qualquer área pois, como conclui Cabrita (2003):

“O computador [...], uma das mais recentes e completas evidências da prosperidade da sociedade, cada vez mais sofisticado e perfeito, graças à integração constante do conhecimento, cada vez mais aprofundado, que se vai adquirindo nos domínios que contribuem mais directamente para a sua evolução, é assim, não só, consequência do conhecimento – uma pedra angular da prosperidade da nossa sociedade – como uma das mais recentes causas, revolucionando e abalando as, até então, mais sólidas e consistentes teorias” (p. 204).

A escola não pode abstrair-se desta realidade por muito mais tempo, devendo assumi-la como um desafio (Silva e Cabrita, 2005).

No caso específico da Matemática, ela deve proporcionar aos alunos experiências

“num ambiente intelectualmente estimulante de modo a que experimentar e fazer Matemática sejam actividades naturais e desejadas” (APM, 2009, p. 39). Assim, é fundamental que em tal disciplina, os alunos assumam “um papel mais ativo na construção do seu próprio conhecimento, harmonizando os objetivos do domínio cognitivo, social e humano, e estabelecendo relações com a realidade envolvente [...]” (Melo, 2012, p. 11).

Ora, os Ambientes Dinâmicos de Geometria Dinâmica (ADGD) podem proporcionar espaços de ensino e de aprendizagem efetivos, estimulantes e inovadores na medida em que possibilitam a construção e a manipulação dinâmica de objetos (Breda, Serrazina, Menezes, Sousa & Oliveira, 2011; Cabrita, Pinheiro, Pinheiro & Sousa, 2008; NCTM, 2008; Veloso & Candeias, 2003; Ribeiro, 2005; Serrazina, Canavarro, Guerreiro, Rocha, Portela, & Saramago, 2005; Ponte et al., 2007). Além disso, a análise de alterações e invariantes nas propriedades de uma figura potenciada por um ADGD, para além de contribuir para o desenvolvimento da visualização, proporciona desafios à imaginação e ao raciocínio (Bravo, 2010; Cabrita & Silva, 2004; Duarte, 2009; Gutiérrez, 2005; Neto, Breda & Godino, 2011; Ponte & Candeias, 2006). A este propósito, destaque-se que Silva (2005) concluiu que o Cabri-Géomètre, assente na teoria construtivista de aprendizagem, proporcionou, a alunos do 9º ano de escolaridade, elevados níveis de controlo, desafio e complexidade. Para além disso, “*permitiu [...] o desenvolvimento de interações efectivas entre professor e aluno(s)*” (p. 204), o que potenciou a aprendizagem dos tópicos explorados.



Domingos e Vieira (2012) realizaram um estudo com o Geometer's Sketchpad no tópico da Pavimentação, numa turma do 10º ano, tendo observado dois diferentes percursos de aprendizagem potenciada por este recurso:

“Em dois dos casos as aprendizagens foram mais significativas ao nível das propriedades geométricas relativas aos polígonos e às propriedades das pavimentações, nomeadamente aplicação de isometrias na construção das pavimentações, enquanto no outro caso foram relativas às capacidades de elaboração e validação de conjecturas, inserindo-se no âmbito do raciocínio e demonstração matemáticos” (p. 118).

A Geometria ativa e investigativa também encontra no GeoGebra, software matemático dinâmico abrangendo as três grandes áreas da Matemática – a Geometria, a Álgebra e o Cálculo –, um excelente recurso para o estudo da Geometria. Segundo Hohenwarter e Preiner (2007), a múltipla perceção dos objetos – por exemplo, cada expressão na zona algébrica possui uma representação na zona gráfica e vice-versa –, constitui a característica mais peculiar do GeoGebra, comparada com outros ambientes dinâmicos.

Mas a múltipla representação dos entes matemáticos pode tornar-se particularmente importante no tópico das transformações geométricas isométricas, possibilitando ao aluno visualizar, conjecturar, validar e compreender os conceitos e propriedades de uma forma interativa e atrativa (King & Schattschneider, 2003).

No entanto, ainda não há estudos sobre este tópico e envolvendo o GeoGebra no contexto cabo-verdiano. Neste âmbito, está em curso um projeto de investigação que persegue como principal finalidade avaliar a influência de um Programa de Formação Contínua, centrado nas Transformações Geométricas Isométricas com recurso ao GeoGebra, no desenvolvimento de competências Curriculares, Didáticas, Matemáticas e Tecnológicas de professores e/ou dos seus respetivos alunos.

Enquadramento teórico

Segundo o National Council of Teachers of Mathematics e de acordo com as tendências globais, no mundo em transformação, os que compreenderem e tiverem a capacidade de fazer Matemática terão mais oportunidade para construir o seu futuro (NCTM, 2008). E um uso adequado das tecnologias desempenha um papel fundamental nesse processo. Em particular, a exploração de ambientes dinâmicos de geometria dinâmica pode potenciar uma sólida aprendizagem de tópicos geométricos principalmente se se tirar partido das múltiplas representações



do mesmo ente que permite.

Ensino e aprendizagem significativa da matemática

Mais do que nunca, é exigido que a escola proporcione uma formação sólida a Matemática e a todos os alunos. Uma formação que os leve a entender e utilizar a Matemática, quer no decorrer do seu percurso escolar e a essa e a outras disciplinas, quer mesmo na vida profissional, vida pessoal e social. E essa formação deve fomentar tanto uma visão adequada da Matemática (nas suas múltiplas atividades e utilizações) como a valorização da sua contribuição para o desenvolvimento científico e tecnológico, que reconheça a importância do seu papel na cultura e sociedade e, por fim, uma formação que fomente uma atitude positiva perante a disciplina e segurança nas suas capacidades para atuar com a Matemática (Ponte et al, 2007).

Assim, o NCTM (2008) defende que deve ser dada a oportunidade e o apoio a todos os alunos para que tenham uma aprendizagem da Matemática com profundidade e compreensão. E realça a importância dos recursos computacionais para o ensino e aprendizagem da Matemática. Assim, defende que os professores tirem partido das potencialidades da tecnologia que permite que os alunos explorem, investiguem e resolvam problemas mais complexos que, até então, lhes eram inacessíveis. E de modo correto, eficiente e eficaz. Também Candeias e Ponte (2006) reforçam que os processos de ensino e aprendizagem da Matemática de cariz exploratório e investigativo podem ser potencializados pela utilização das tecnologias.

Por outro lado, as tecnologias permitem que os alunos passem “*a trabalhar em níveis mais elevados de generalização ou abstracção*” (NCTM, 2008, p. 29) e uma interação entre as suas próprias ideias e ideias matemáticas abstratas. E enquanto os alunos trabalham com os computadores em sala de aula, os professores têm a possibilidade de os observar e de se concentrar nos seus raciocínios (id). Além disso, propicia um excelente contexto para a comunicação matemática e em matemática, designadamente ao nível das discussões entre os alunos e entre estes e o professor, com uma linguagem gradativamente mais rigorosa.

Ao apoiar: i) a construção do conhecimento; ii) a exploração; iii) a aprendizagem pela prática; iv) a aprendizagem através da interação e v) a aprendizagem pela reflexão e desenvolvimento do pensamento cognitivo (Jonassen, 2000), o computador pode promover uma aprendizagem significativa. De facto, para que ocorra a aprendizagem significativa, esta deve ser:



- "Activa (manipulativa/observante) – os alunos interagem com um ambiente e manipulam objectos nesse ambiente, observam os efeitos das suas intervenções e constroem a suas próprias interpretações;
- Construtiva (articulatória/reflexiva) – os alunos integram novas experiências e interpretações no seu conhecimento prévio sobre o mundo e constroem os seus próprios modelos mentais simples para explicar o que observam;
- Intencional (reflexiva/reguladora) – os alunos articulam os seus objectivos de aprendizagem com o que estão a fazer, com as decisões que tomam, as estratégias que utilizam e as respostas que encontram;
- Autêntica (complexa/contextual) – os alunos realizam tarefas de aprendizagem que se enquadram numa situação do mundo real significativa ou simulada num ambiente de aprendizagem baseado em casos ou problemas;
- Cooperativa (colaborativa/conversacional) – os alunos trabalham em grupos, negoceiam socialmente uma expectativa comum, assim como a compreensão da tarefa e os métodos que irão utilizar para a realizarem" (id, p. 24)

O GeoGebra e a visualização, interatividade e interação

No caso concreto da Geometria, autores vários (Bravo, 2010; NCTM, 2008; Gutiérrez, 2005) recomendam que a sua aprendizagem seja feita através do uso, nomeadamente, de ambientes dinâmicos de geometria dinâmica (ADGD).

Gutiérrez (2005) e Lagrange (2009) referem que a criação dos ADGD conduziu a um novo e inovador paradigma de aprendizagem da Geometria, assente na visualização, na interatividade e na interação.

Associando visualização e interatividade, o paradigma coloca ênfase nas representações manipuláveis (id). Também Mariotti (1999) e Gutiérrez (2005) destacam como principal característica dos ADGD a sua propriedade dinâmica - as imagens podem ser arrastadas e alteradas sob o efeito desse arrastamento, possibilitando ao aluno obter uma infinidade de construções associadas à figura original. Na mesma linha, Bravo (2010) realça as capacidades destas ferramentas ao permitem um maior número de ações e o trabalho com objectos mais complexos do que as ferramentas de utilização tradicional.



Veloso e Candeias (2003, in Prefácio da edição americana) especificam algumas potencialidades dos referidos ambientes:

- possuem ferramentas para construções e medições rigorosas de configurações geométricas (de pontos, segmentos, semi-rectas, rectas, arcos, circunferências, cónicas);
- permitem que determinadas transformações afins (translações, reflexões, rotações e dilações) ajam sobre figuras ou partes delas;
- possibilitam gravar a sequência de passos que conduziram a uma construção e depois usar essa sequência como *macro* para reproduzir novas configurações;
- possuem componentes para a conexão da Geometria sintética com a Geometria analítica, criando sistemas de coordenadas e gráficos de funções;
- podem ser utilizados na aula de Matemática e, especialmente em Geometria como um processo de visualização;
- adaptam-se com perfeição à exploração, à descoberta e à investigação;
- provocam uma convicção forte que pode motivar o desejo de uma demonstração pela evidência experimental que fornece;
- permitem a simulação de variadas situações e produção de micromundos.

Por fomentar a interação entre os alunos e entre estes e o professor, Ribeiro (2005) regista que os ADGD, para além de permitem alargar o espetro das atividades a propor aos alunos e de os apoiarem no desenvolvimento das capacidades de resolução de problemas, constituem, também, uma oportunidade renovada em termos de desenvolvimento social dos alunos.

Estas e outras potencialidades encontram-se no GeoGebra nomeadamente na sua versão 4.2.47. Dos vários novos comandos e ferramentas apresentados por este recurso, destacam-se¹:

- as funções para processos estocásticos, análise de dados, análise real, teoria dos grafos;
- o manual Wiki onde os comandos estão organizados por temas;
- a segunda janela de gráficos para demonstração e comparação de um trabalho sob diversos pontos de vista;
- a melhoria na zona algébrica (exibição dos objetos utilizando LaTeX, vetores e matrizes representados de forma correta);

.1 www.geogebra.org



- o teclado virtual;
- a possibilidade de exportação de *applets* para Wiki, Moodle;
- o banco de dados, designado GeoGebra Tube, que possibilita o *upload* diretamente do GeoGebra e utiliza arquivos de outros membros, tornando-os mais úteis para os alunos;
 - possibilidade de criar textos dinâmicos;
 - a representação de desigualdades;
 - a determinação de extremos absolutos de funções num intervalo limitado;
 - as assíntotas verticais e limites laterais;
 - o processamento de scripts e a incorporação do Sistema de Computação Algébrica (CAS).

O GeoGebra, software de cariz predominantemente construtivista, constitui, assim, um excelente recurso para o estudo da Geometria, pois possibilita ao aluno visualizar, explorar, conjeturar, validar, compreender e comunicar os conceitos geométricos de uma forma interativa e atrativa.

A este propósito, Rocha, Segurado e Capela (2010) realizaram um estudo com uma turma do 6º ano para conhecer a forma como os alunos aprendem o conceito de perímetro do círculo, recorrendo ao GeoGebra. Dos resultados obtidos, concluíram que

“A visualização, pelos alunos, das relações geométricas entre os entes em estudo permitindo operar directamente sobre estes e ver de imediato as mudanças produzidas, contribuiu para uma melhor compreensão dos conceitos. A análise de mais exemplos do que seria possível realizar com o recurso a instrumentos de medição e desenho permitiu a formulação e exploração de conjecturas [...] em menos tempo e com maior precisão” (p. 136).

De acordo com as orientações dadas pelo NCTM (2008), realçando que os alunos poderão aprender as características principais das transformações geométricas isométricas com recurso aos ADGD, e por comparação com outros softwares como o Cabri-Geomètre, o Geometer's Sketchpad, o Cinderela, no desenvolvimento do presente projeto de investigação escolheu-se o GeoGebra que, para além de todas as valias já enunciadas, é um software gratuito - fator muito importante para a realidade cabo-verdiana e que permite múltiplas representações de um mesmo objeto.



Metodologia

Atendendo às questões às quais se pretende dar resposta, optou-se por uma investigação essencialmente qualitativa, centrada num *design* de um estudo de caso (Ponte, 2006), descritivo e interpretativo. Com ele, procura-se compreender, principalmente, a forma como a professora-caso se apropriou, geriu e utilizou a formação sobre a *abordagem das Transformações Geométricas Isométricas com recurso a um ADGD – o GeoGebra* – em benefício da aprendizagem dos alunos de uma turma do 8º ano de escolaridade numa das escolas piloto do Programa “*Mundu Novu*”, na Ilha de Santiago, em Cabo Verde. Tal Programa do Governo visa não só modernizar diferentes sectores da vida social e administrativa cabo-verdiana como também, e sobretudo, todo o sistema educativo com recurso às Tecnologias de Informação e Comunicação, tendo como base o paradigma de ensino e de aprendizagem interativo.

A investigação desenvolveu-se em duas fases principais: i) a planificação da formação; ii) a implementação do plano de formação e, paralelamente, o acompanhamento da professora-caso na abordagem das transformações geométricas isométricas no plano euclidiano suportada pelo GeoGebra. Genericamente, em 43 sessões de 50 minutos, a professora apresentou uma série de tarefas (aglutinadas em fichas de trabalho) que os alunos deveriam resolver, 9 fichas individualmente, 5 em pares e 1 em grupos de três, por recurso ao GeoGebra envolvendo – Exploração do GeoGebra, Translação, Vetores e propriedades dos vetores, Composição de duas translações, Rotação, Reflexão, Reflexão deslizante, Simetrias em polígonos, Frisos, Rosáceas, Pavimentações. Seguiu-se a apresentação e discussão das várias resoluções e a síntese dos principais aspetos envolvidos.

Como principais técnicas de recolha de dados privilegiaram-se a inquirição, a observação participante e a análise documental (Lüdke & André, 1986; Goetz & LeCompte, 1988; Bogdan & Biklen, 1994; Lessard-Hébert et al, 1996; Yin, 2005), suportadas pelos seguintes instrumentos – diário do investigador, registos fotográficos e de áudio e/ou vídeo, produções dos professores e dos alunos, entrevistas e questionários (Bogdan & Biklen, 1994; Lessard-Hébert et al, 1996; Yin, 2005; Quivy & Campenhoutdt, 2005; Pardal & Lopes, 2011).

Para o tratamento dos dados de natureza qualitativa, realizou-se uma análise de conteúdo, orientada por categorias definidas recursivamente, enquanto os dados quantitativos foram alvo de uma estatística descritiva com recurso aos softwares SPSS e Excel.



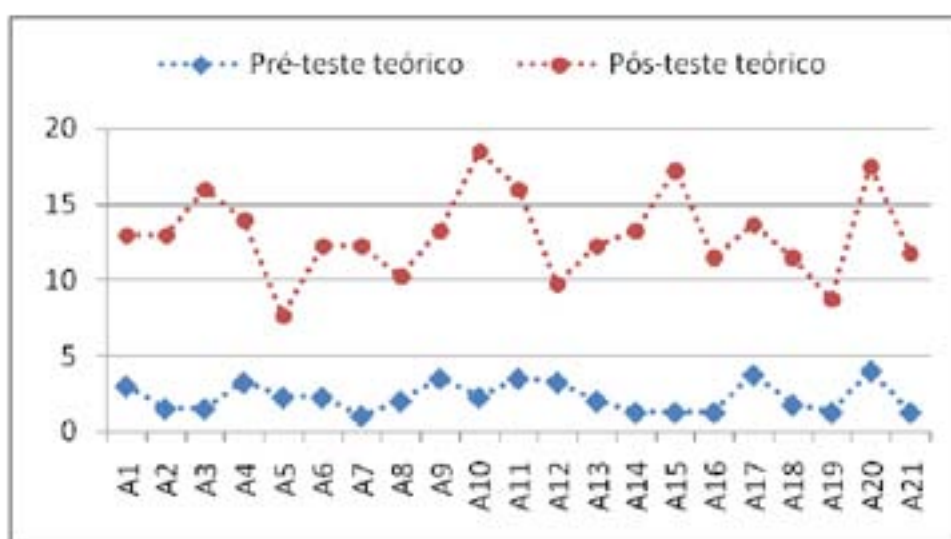
No âmbito desta comunicação, são apresentadas os resultados: i) dos testes, teóricos e práticos (envolvendo a utilização do GeoGebra) e aplicados nas modalidades pré e pós, o que permitiu avaliar a construção e aplicação de conhecimentos e ii) do questionário final aplicados aos alunos.

Com este instrumento pretendia-se conhecer a opinião dos alunos acerca do facto da utilização do GeoGebra influenciar ou não o seu comportamento e contribuir para o desenvolvimento de uma visão mais abrangente, correta e positiva das ferramentas informáticas na aprendizagem, para a destreza tecnológica e para a melhoria da aprendizagem dos conceitos geométricos.

Apresentação e discussão de Resultados

Os resultados do pré-teste teórico situaram-se muito abaixo do nível satisfatório, com uma média de 2,24 valores em 20 atribuídos. Em quinze das 32 questões do teste, todos os alunos tiveram a cotação de zero valores.

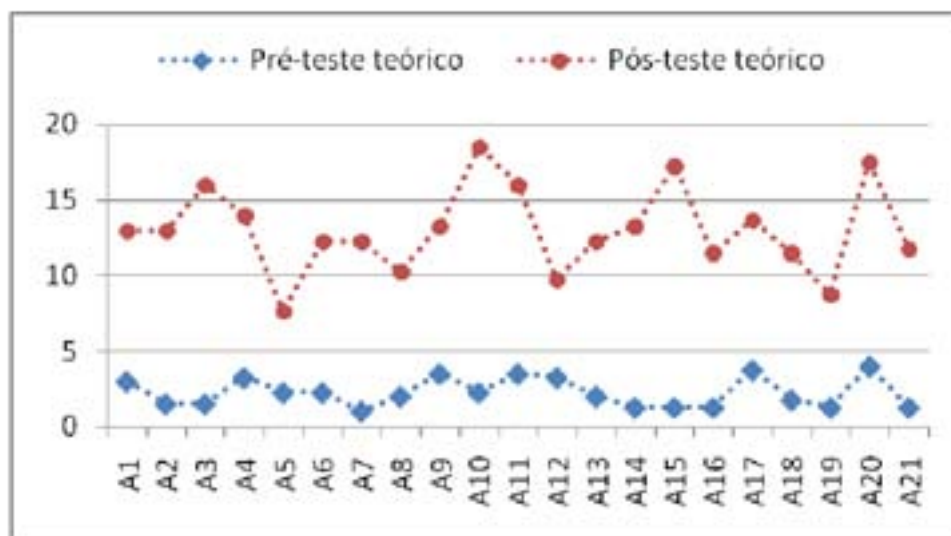
Verificou-se que todos os alunos melhoraram o seu desempenho no pós-teste teórico, com destaque para os resultados obtidos pelos alunos A10 (de 2,25 para 18,5 valores), A20 (de 4 para 17,5 valores) e A15 (de 1,25 para 17,25 valores). A média obtida foi de 13,01 valores em 20 atribuídos. Apenas três alunos não alcançaram uma nota positiva, situando-se a maioria entre os 11,5 e 14 valores.



Gráf. 1 Resultados obtidos nos pré e pós teste teórico

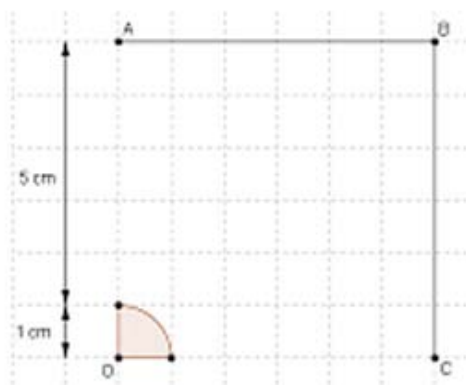
Os resultados obtidos no pré-teste prático foram muito inferiores aos alcançados na componente teórica, registando-se uma média de 1,67 valores em 20 atribuídos, tendo as classificações variado entre o 0 e os 3 valores. Três alunos obtiveram uma classificação de zero valores. O número de questões nas quais nenhum aluno conseguiu obter pontuação aumentou em relação ao pré-teste teórico, de 15 para 18 (em 24).

No pós-teste prático, todos os alunos melhoraram os seus resultados, que foram superiores aos dos conseguidos no pós-teste teórico. A média obtida foi de 13,46 valores. Nenhum aluno obteve nota inferior a 9,5 valores e apenas 4 não conseguiram ultrapassar os 10 valores.



Gráf. 2 Resultados obtidos no pré teste e pós-teste prático

Explica-se, de seguida, os resultados quantitativos de três questões do teste prático e ilustram-se alguns processos de resolução utilizados. Numa questão², pretendia-se a construção de uma figura, partindo da construção de um quadrado dado [OABC] e de um setor circular no interior deste quadrado com centro no vértice 'O', respeitando as medidas de comprimento dadas e utilizando apenas as isometrias.



² Adaptada de APM (2007). *Matemática para professores. Transformações Geométricas e Simetrias*. Escola Superior de Educação de Lisboa.

No pré-teste, nenhum aluno acertou esta questão, tendo a maioria (15) respondido de forma muito incompleta (não utilizando as isometrias para a construção da figura) e 6 não responderam. Através do protocolo de construção, verificou-se que foram utilizadas as ferramentas 'Segmento de reta, Setor circular dados o centro e dois pontos' e 'Arco circuncircular dados três pontos'.

No pós-teste, 3 alunos responderam corretamente, 6 de forma incompleta, 11 muito incompleta e 1 não respondeu. Os alunos que tiveram a cotação toda na questão construíram o setor circular com a ferramenta 'Setor circular dado dois pontos e um centro' e utilizaram as isometrias para a construção de todos os outros setores circulares. Da análise dos protocolos de construção, constatou-se que dois alunos utilizaram as isometrias translação e reflexão enquanto um aluno recorreu ainda ao uso da rotação. O aluno com melhores resultados realizou 4 reflexões e 11 translações do setor circular para a construção da figura, como a seguir:

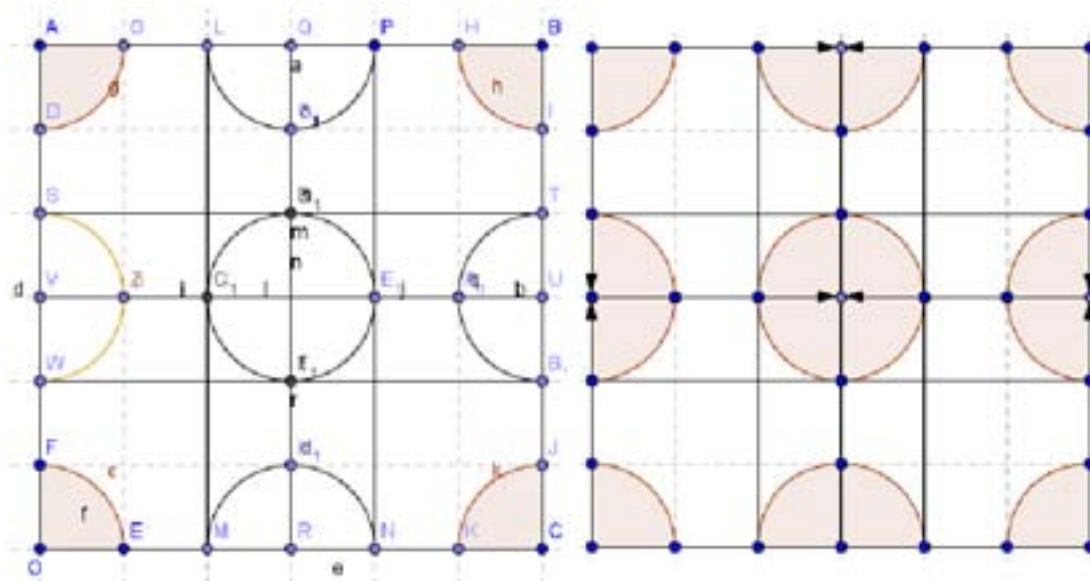


Fig. 1 Resposta do aluno A10 à questão 2 do pré e pós teste prático.

Noutra questão³, pretendia-se que os alunos desenhasssem, no GeoGebra, uma figura, à sua escolha, com 0 eixos de simetria; uma com apenas 1 eixo de simetria; uma com 1 eixo de simetria e com mais de três lados; uma com 2 eixos de simetria

³ Fonte: DGIDC (2009). *Proposta de cadeia de tarefas para o 8º ano – 3º Ciclo. Isometrias*. Novo Programa de Matemática do Ensino Básico.

e que não fosse um retângulo; uma com 3 eixos de simetria; uma com 5 eixos de simetria. No pré-teste, nenhum aluno respondeu a esta questão. No pós-teste, os resultados foram muito variados, tanto nos acertos como nas figuras apresentadas, para cada um dos seis itens. A título de exemplo, apresentam-se as ilustrações abaixo de duas figuras com um eixo de simetria. Para a confirmação das suas respostas, foram determinadas as medidas de comprimento dos lados das figuras desenhadas.

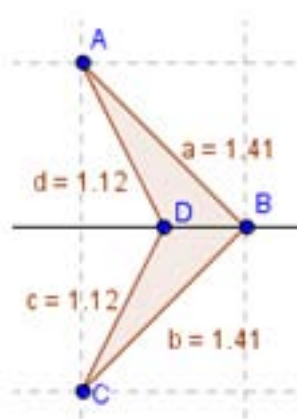


Fig. 2 Resposta do aluno A3 ao item 3.2 da questão 3 do pós-teste prático



Fig. 3 Resposta do aluno A10 ao item 3.3 da questão 3 do pós-teste prático

Na quarta questão⁴, pretendia-se, a partir de um pentágono sombreado, que os alunos utilizassem as isometrias que achassem adequadas para a construção de uma rosácea. No pré-teste, o resultado foi surpreendente pois, com apenas duas sessões de 50 minutos de exploração do GeoGebra, 3 alunos conseguiram responder de forma correta à questão. No total, a maioria não respondeu e 2 responderam de forma incompleta. Os alunos que responderam corretamente a esta questão desenharam um pentágono regular, determinaram o centro de rotação através da construção do triângulo equilátero de medida de comprimento de lado igual à distância entre dois vértices não consecutivos do pentágono. Depois, construíram 5 rotações sucessivas com medida de amplitude 60° e seus múltiplos até 300° inclusive.

⁴ Adaptada de: APM (1999, p. 11). *Geometria com Cabri-géomètre*. T³ Europe. Cabri Geometry II Plus.

Já no pós-teste prático, a esmagadora maioria (20) respondeu corretamente e 1 aluno não respondeu. Registou-se duas estratégias de resolução desta questão, sendo que a esmagadora maioria (19) utilizou o mesmo processo de resolução conseguido no pré-teste. Um aluno desenhou um pentágono regular, determinou o centro de rotação através da construção do triângulo equilátero de medida de comprimento de lado igual a distância de dois vértices não consecutivos do pentágono, escondeu o triângulo equilátero, determinou 2 rotações sucessivas com medida de amplitude 60° e obteve a metade da rosácea. Depois, aplicou uma reflexão, associada ao eixo g , à metade da rosácea obtida, e obteve a figura completa.

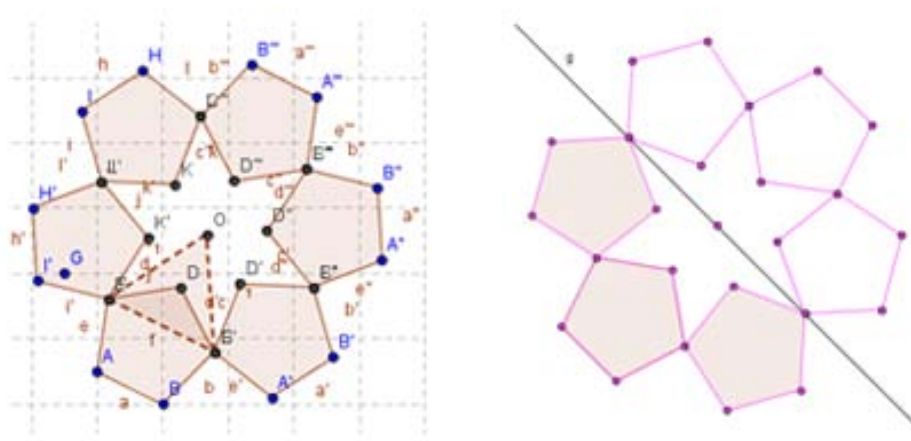


Fig. 4 Resposta do aluno A11 à questão 4 do pré e do pós-teste prático

No final da abordagem didática, procurou-se saber a opinião dos alunos acerca do trabalho com o GeoGebra. Apenas um referiu que não foi fácil trabalhar com este recurso e apresentou a seguinte justificação: “*tinha muitas dificuldades e levei muito tempo para aprender*”. As respostas positivas foram agrupadas nas seguintes categorias: facilidade das aprendizagens, permite maior compreensão, recurso atrativo para aprendizagem e permite inovação.

Todos os inquiridos também consideraram que a utilização do software GeoGebra facilitou muito (14) ou bastante (7) a aprendizagem dos conteúdos geométricos abordados. As justificações apresentadas foram agrupadas nas seguintes categorias:



recurso para promoção de aprendizagem, facilita e motiva a aprendizagem, contribuiu para a concentração, eficácia de aprendizagem e recurso atrativo para aprendizagem.

Para avaliar o contributo da experiência no que tange ao aumento da confiança dos inquiridos na exploração das potencialidades do GeoGebra, os resultados apontam que 100% respondeu positivamente a esta questão, o que evidencia o desenvolvimento da destreza tecnológica.

Relativamente à importância da utilização do GeoGebra no ensino e na aprendizagem da geometria a grande maioria dos inquiridos revelou uma opinião muito (16) ou bastante (4) favorável. As justificações dadas enquadram-se nas seguintes categorias: eficácia na aprendizagem, facilidade de utilização, aumenta a aprendizagem, motiva e estimula a aprendizagem e permite inovar. Só um inquirido assinalou pouco justificando: *"Porque entendi pouco na utilização"*.

A análise do quadro constante do anexo 1, sobre as potencialidades do GeoGebra, permite concluir que a experiência foi bem sucedida. Os parâmetros que mereceram mais destaque são: *"Ajudar a reconhecer as propriedades das Isometrias (20)"; Contribuir para que as aulas sejam mais interessantes e motivadoras (19); Permitir uma aprendizagem mais activa e dinâmica da geometria (18)*.

Solicitados a indicar os três aspectos considerados mais positivos relativamente ao estudo da unidade Isometrias com o suporte do GeoGebra, as várias e diferentes respostas obtidas dos alunos indiciam uma opinião generalizada no que concerne às potencialidades desse software na promoção da motivação e da aprendizagem efetiva da Matemática: *"Motivação em assistir as aulas. Vontade em fazer experiências. Prazer em assistir as aulas"*.

Relativamente aos aspetos menos positivos, não se apresentam dados relevantes.

No quadro seguinte sintetiza-se a apreciação global da experiência feita pelos inquiridos.



Parâmetros	Frequência	%
Insuficiente	0	0
Suficiente	0	0
Bom	5	23,8
Muito Bom	16	76,2
Total	21	10

Quadro 1. Avaliação global da experiência

Constata-se que fizeram uma avaliação muito positiva o que atesta da receptividade e total disponibilidade dos inquiridos para aderir a iniciativas que visem inovações pedagógicas com recurso ao computador.

Conclusão

Os resultados para que aponta o estudo em curso mostram um impacto positivo quanto ao uso do GeoGebra como ferramenta de apoio à aprendizagem das Transformações Geométricas Isométricas, sendo que as condições que favorecem o desenvolvimento de competências tecnológicas e geométricas, transversais e específicas, estiveram ao alcance do público em estudo. Os objetivos almejados para a unidade isometrias foram razoavelmente alcançados, apesar da dificuldade de alguns alunos da professora-caso acompanharem o ritmo um pouco acelerado da experiência. O elevado grau de satisfação dos inquiridos no que tange à exploração dos conteúdos geométricos com o GeoGebra e o sucesso da experiência, para além de serem verificados *in loco*, ficaram evidenciados pela comparação entre o questionário inicial e final.

Efetivamente, o GeoGebra revelou ser um ambiente estimulante para a aprendizagem significativa dos conteúdos geométricos, o que vem corroborar resultados anteriormente anunciados (Silva, 2005; Domingos & Vieira, 2012). Os alunos, de uma forma dinâmica, conseguiram construir, visualizar, manipular e estabelecer as relações entre as propriedades dos objetos geométricos (Rocha, Segurado e Capela, 2010; Domingos & Vieira, 2012). Pode-se concluir que houve uma aprendizagem por compreensão destes conteúdos (Silva, 2005; Rocha, Segurado & Capela, 2010), pois o recurso utilizado possibilitou-lhes a identificação de propriedades das isometrias através da análise de alterações e invariantes dos



objetos geométricos, o que revela um impacto positivo da implementação de inovações tecnológicas, nomeadamente o GeoGebra, das novas estratégias e metodologias e motiva a necessidade de adotar o seu uso de forma generalizada.

Referências bibliográficas

- APM (2009). *Renovação do Currículo de Matemática*. Seminário de Vila Nova de Milfontes 1988. Edição comemorativa. Lisboa: APM. ISBN: 978-972-8768-41-6.
- Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação*. Porto: Porto Editora. ISBN: 972-0-34112-2.
- Bravo, F. (2010). Incursão pelo Geometer's Sketchpad com alunos do 1º ciclo do E. B. *Educação e Matemática*, 108, 37-41.
- Breda, A., Serrazina, L., Menezes, L., Sousa, L., & Oliveira, P. (2011). *Geometria e Medida no Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação, Direcção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular.
- Cabrita, I., Pinheiro, L., Pinheiro, J., & Sousa, O. (2008). *Novas Trajectórias em Matemática*. Aveiro: Universidade de Aveiro. ISBN: 978-972-789-273-0.
- Cabrita, I., & Silva, R. (2004). Análise de um ambiente dinâmico de geometria dinâmica – Cabri-Géomètre II. *Cadernos SACAUSEF*, (1), 53-68. (ISSN: 1646-2637).
- Cabrita, I. (2003). As (novas) Tecnologias da Informação e da Comunicação e a Formação de Professores. *Anais do III Congresso Internacional sobre Formação de Professores nos Países de Língua e Expressão Portuguesas*. Teorias e Práticas Educativas na Formação de Professores. Desafios para o século XXI (pp. 202-205). Praia: ISE.
- Candeias, N., & Ponte, J. P. (2006). Uma proposta curricular para o ensino da geometria do 8.º ano, Actas do XV Encontro de Investigação em Educação Matemática (CD-ROM). Encontro de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação, 7-9 Maio 2006, Monte Gordo.
- Domingos, A., & Vieira, M. J. (2012). A utilização do Geometer's Sketchpad na aula de matemática: O papel desempenhado pelas tarefas. *Educação e Matemática*, 118, 31-34.
- Duarte, J. (2009). As TIC e o Novo Programa de Matemática do Ensino Básico. *Educação e Matemática*, 105, 80-82.
- Goetz, J. & LeCompte, M. (1988). *Etnografia y diseño cualitativo en investigación educativa*. Madrid: Morata.



- Gutiérrez, A. (2005). *Aspectos metodológicos de la investigación sobre aprendizaje de la demostración mediante exploraciones con software de Geometría dinámica*. Maz, A., Alfonso, B., & Rodriguez, M. (Eds). Actas del Simpósio de la Sociedad Española de Investigación em Educación Matemática (SEIEM), 27-44.
- Hohenwarter, M., & Preiner, J. (2007). *Dynamic Mathematics With GeoGebra*. Disponível em: <http://www.maa.org/joma/Volume7/Hohenwarter/index.html> (acedido em 17 de Abril de 2012).
- Jonassen, D. H. (2000). *Computadores, Ferramentas Cognitivas. Desenvolver o pensamento crítico nas escolas*. Porto: Porto Editora. ISBN: 978-972-0-34173-0.
- King, J., & Schattschneider, D. (2003). *Geometria dinâmica*. Selecção de textos do livro *Geometry Turned On!* Lisboa: APM. ISBN: 972-8768-06-0.
- Lagrange, J.B. (2009). *Innovations technologiques dans l'enseignement des mathématiques: paradigmes et changement de la professionnalité de l'enseignant*. *Quadrante*, 18 (1 e 2), p. 29-52.
- Lessard-Hébert, M., Goyette, G., & Boutin, G. (1996). *Investigação qualitativa: fundamentos e práticas*. Lisboa. Piaget.
- Lüdke, M. & André, M. (1986). *Pesquisa em educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: EPU. Editora Pedagógica e Universitária Ltda.
- Mariotti, M. A. (1999). *Geometry: dynamic intuition and theory*. Dipartimento di Matematica Università di Pisa. Itália. Disponível em: <http://www.math.uoa.gr/me/conf2/papers/mariotti.pdf> (acedido em 9 de Junho de 2012).
- Melo, H. (2012). *A Matemática num contexto de Projeto Educativo: evolução, estruturação, criatividade, ensino e objetividades*. *Educação e Matemática*, 116, 8-11.
- NCTM (2008). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Texto original publicado em inglês em 2000. Lisboa: APM. ISBN: 978-972-8768-24-9.
- Neto, T., Breda, A., & Godino, J. (2011). *Desenvolvimento do raciocínio dedutivo ao nível do ensino secundário: recurso a geometrias planas*. *Quadrante*, 20 (1), p. 83-98.
- Pardal, A. & Lopes, E. (2011). *Métodos e técnicas de investigação social*. Porto: Areal. ISBN: 978-989-647-254-2.
- Ponte et al. (2007). *Programa de Matemática do Ensino do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação, Direcção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular.



- Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: APM.
- Ponte, J. P. (2006). *Estudos de caso em educação matemática*. *Bolema*, 25, 105-132.
- Quivy, R. & Campenhoudt, L. (2005). *Manual de Investigação em Ciências Sociais*. Lisboa: Gradiva.
- Ribeiro, A. (2005). *O Cabri-Géomètre e a construção de uma nova cultura matemática*. Tese de Doutoramento. Aveiro: Universidade de Aveiro, Departamento de Didática e Tecnologia Educativa.
- Rocha, G., Segurado, I., & Capela, M. (2010). O perímetro com recurso ao GeoGebra. In Grupo de Trabalho de Investigação (Ed.). *O Professor e o Programa de Matemática do Ensino Básico* (pp. 121-138). Lisboa: APM.
- Serrazina, L., Canavarro, A. P., Guerreiro, A., Rocha, I., Portela, J. & Saramago, M. J. (2005). *Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores do 1.º ciclo*.
- Silva, R., & Cabrita, I. (2005). O Cabri-Geomètre ao serviço da avaliação para as aprendizagens. *Atas do SIEM XVI*. Seminário de Investigação em Educação Matemática [pp. 415-433].
- Silva, R. (2005). *Análise e avaliação do Cabri-Géomètre – um estudo no 9º ano de escolaridade no âmbito da Geometria*. Dissertação de Mestrado. Aveiro: Universidade de Aveiro, Departamento de Didática e Tecnologia Educativa.
- Sousa, S. (2003). *Tecnologias de Informação. O que são? Para que servem?* Lisboa: FCA – Editora de Informática. ISBN: 972-722-385-0.
- Veloso, E., & Candeias, N. (2003). Prefácio. In *Geometria dinâmica. Selecção de textos do livro Geometry Turned On!* Lisboa: APM. ISBN: 972-8768-06-0.
- Yin, R. K. (2005). *Estudo de caso. Planeamento e Métodos*. 3ª Edição. São Paulo: BOOKMAN. ISBN: 0-7619-2553-8.



Anexo 1

Quadro1. Opinião dos alunos sobre as potencialidades do GeoGebra por variados parâmetros

Parâmetros	Concordo plenamente		Concordo parcialmente		Discordo parcialmente		Discordo completamente	
	Q.I.	Q.F.	Q.I.	Q.F.	Q.I.	Q.F.	Q.I.	Q.F.
O uso do software GeoGebra pode:								
Contribuir para o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas;	11	12	7	8	1	1	2	0
Contribuir para o desenvolvimento da comunicação matemática;	9	13	8	6	2	2	2	0
Contribuir para o desenvolvimento do raciocínio matemático;	10	11	6	9	2	1	3	0
Permitir o relacionamento dos conteúdos matemáticos com o dia-a-dia;	10	10	4	10	4	1	3	0
Permitir o relacionamento dos conteúdos matemáticos com o dia-a-dia;	14	19	2	1	3	1	2	0
Contribuir para uma visão mais positiva da Matemática;	9	15	9	5	1	1	2	0
Contribuir para que os alunos aprendam numa forma mais significativa;	12	17	4	3	3	1	2	0
Contribuir para se aperceber melhor a importância da Matemática;	11	16	6	5	1	0	3	0



Contribuir para uma apropriação do sentido geométrico;	8	8	5	10	4	2	4	1
Contribuir para uma aprendizagem mais autónoma e responsável;	10	13	8	5	1	2	2	1
Permitir uma aprendizagem mais activa e dinâmica da geometria;	10	18	6	3	3	0	2	0
Permitir uma construção mais eficaz de conceitos geométricos;	8	16	8	5	2	0	3	0
Potenciar o desenvolvimento da visualização espacial e do raciocínio geométrico;	10	16	3	5	6	0	2	0
Ajudar a reconhecer as propriedades das Isometrias;	10	20	6	1	2	0	3	0
Tornar a aprendizagem mais desafiante permitindo ao aluno um maior controlo sobre ela;	8	13	5	6	4	1	4	1
Estimular a imaginação e promover o desenvolvimento de novas ideias;	8	15	9	3	2	2	2	1
Diminuir o distanciamento entre os alunos;	7	17	7	4	4	0	3	0
Facilitar a comunicação entre o professor e o aluno;	10	16	5	4	3	1	3	0
Diminuir a distração dos alunos nas aulas.	8	12	6	5	5	2	2	2