Računanje vektorskog proizvoda

Vektorski proizvod dva vektora data koordinatama računamo uz pomoć sljedeće, uslovno rečeno, determinante:

$$\begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$$

pri čemu je $\vec{a} = a_1\vec{\imath} + a_2\vec{\jmath} + a_3\vec{k}$ i $\vec{b} = b_1\vec{\imath} + b_2\vec{\jmath} + b_3\vec{k}$.

Determinantu možemo razviti po prvoj vrsti (koristeći Laplasov razvoj) i tada imamo:

$$\begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} = \vec{\imath}(a_2b_3 - b_2a_3) - \vec{\jmath}(a_1b_3 - b_1a_3) + \vec{k}(a_1b_2 - b_1a_2)$$

Ili možemo koristiti Sarusovo pravilo

$$\begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} \begin{matrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} \\ a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{matrix} = a_2b_3\vec{\imath} + a_3b_1\vec{\jmath} + a_1b_2\vec{k} - a_1b_3\vec{\jmath} - b_2a_3\vec{\imath} - b_1a_2\vec{k}$$

\- - - + + +

Primjer:

Izračunati vektorski proizvod vektora $\vec{a} = 3\vec{\imath} + 2\vec{\jmath} - \vec{k}$ i $\vec{b} = -\vec{\imath} + 2\vec{\jmath} - 4\vec{k}$.

Rješenje: Formiramo determinantu i riješimo je na jedan od dva gore navedena načina. Ovdje je korišteno Sarusovo pravilo.

$$\begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ 3 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & -4 \end{vmatrix} \begin{matrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} \\ 3 & 2 \\ -1 & 2 \end{matrix} = -8\vec{\imath} + \vec{\jmath} + 6\vec{k} - (-12)\vec{\jmath} - (-2)\vec{\imath} - (-2)\vec{k}$$

pa je $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c} = -6\vec{\imath} + 13\vec{\jmath} + 8\vec{k}$.