

3 Cercle de Mohr

3.5 Inèrcies. Plantilla

3.5.1 Inèrcies. Exemple

3.5.2 Inèrcies. Exemple

3.5 Inèrcies. Plantilla

Aquesta aplicació és un resum o compilació de les aplicacions 2.4, 3.1, 3.2 i 3.4. L'usuari disposa de quatre quadrilàters per configurar la figura de la qual es precisa obtenir els moments d'inèrcia. A canvi la facilitat de l'entrada de dades i l'obtenció dels moments d'inèrcia s'efectua d'una manera més àgil i amb menys possibilitat de que es donin inestabilitats (fig. 3.6).

Es crea la figura (bé dibuixant, com en els exemples que es donen a continuació, o bé col·locant una fotografia de fons) a partir dels quatre quadrilàters i disposada de tal manera que els eixos X_t i Y_t siguin els que els seus paral·lels passin per el baricentre de la figura creada X_g i Y_g . Aquests últims seran les referències fonamentals dels moments d'inèrcia buscats. L'aplicació calcula geomètricament els moments d'inèrcia $I_{x,t}$, $I_{y,t}$ i $I_{xy,t}$ referits als eixos X_t i Y_t . El sistema utilitzat és el de Mohr i es donen les seves superfícies de càlcul geomètric. Els moments d'inèrcia respecte a uns eixos paral·lels a aquest que passin per el baricentre de la figura X_g i Y_g es calculen per Steiner i són $I_{x,g}$, $I_{y,g}$ i $I_{xy,g}$. És més fàcil aplicar Steiner en el full de càlcul de Geogebra que tornar a presentar l'esquema geomètric per els tres moments d'inèrcia indicats.

A continuació es calcula el cercle d'inèrcia que permet, a partir del moment d'inèrcia polar, calcular els eixos principals d'inèrcia X_{prin} i Y_{prin} i els moments màxim I_{max} i mínim I_{min} .

Igualment, es calcula l'el·lipse d'inèrcia que facilita el càlcul del moment d'inèrcia I_β respecte a un eix X_β girat un angle β respecte l'eix que passa per el baricentre de la figura.

Les característiques més importants i la nomenclatura utilitzada es dona a continuació a les figures 3.7 i 3.8. En aquesta aplicació s'utilitza un sistema de representació que segueix una estratègia diferent a la utilitzada habitualment. Consisteix en que, per mediació d'uns vectors, es traslladen, tant el cercle d'inèrcia com l'el·lipse d'inèrcia, facilitant d'aquesta manera la lectura, ja que la majoria del treball geomètric queda a la vista.

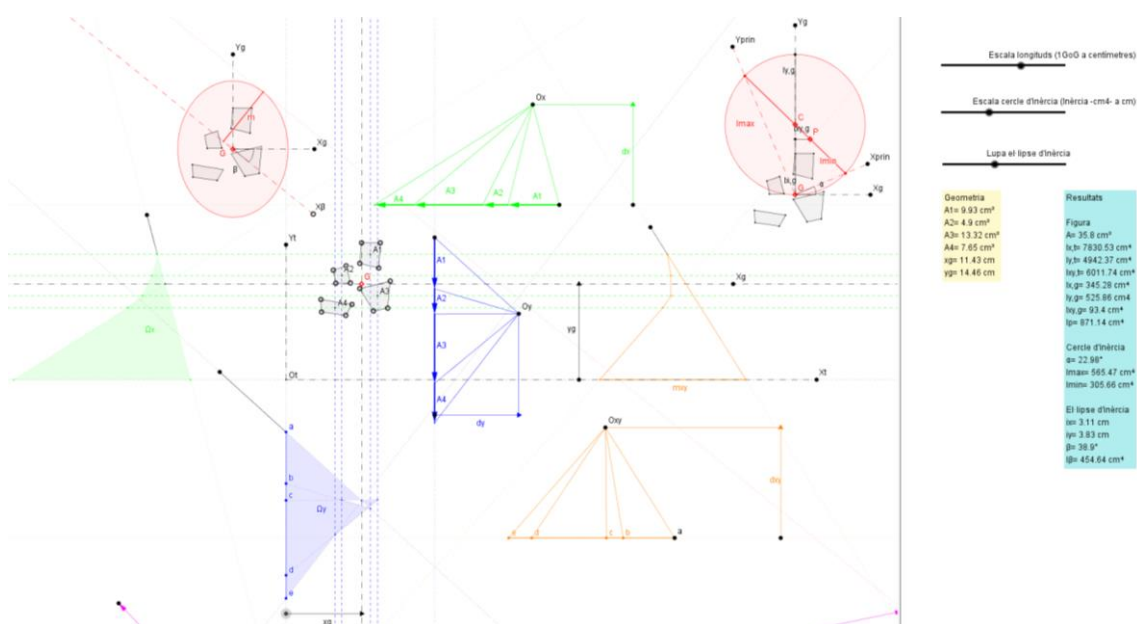


Fig. 3.6

Característiques

Figura composta per 4 quadrilàters A1...A4

$A = \sum A_i$. Àrea de la figura

A_i . Baricentres

G. Baricentre de la figura. $A_1 + \dots + A_4$

X_g, Y_g . Eixos que passen per G. Ortogonals a la figura

X_t, Y_t . Eixos paral·lels a X_g i Y_g

x_g . Distància entre els eixos Y_g i Y_t

y_g . Distància entre els eixos X_g i X_t

$I_{x,t}$. Moment d'inèrcia referit a l'eix X_t

Ω_x . Àrea de Mohr

d_x . Distància polar

O_x . Pol

$I_{x,t} = 2 \cdot \Omega_x \cdot d_x$

$I_{y,t}$. Moment d'inèrcia referit a l'eix Y_t

Ω_y . Àrea de Mohr

d_y . Distància polar

O_y . Pol

$I_{y,t} = 2 \cdot \Omega_y \cdot d_y$

Fig. 3.7

$I_{xy,t}$. Producte d'inèrcia referit als eixos X_t i Y_t

m_{xy} . Magnitud al eix X_t

d_y . Distància polar

d_{xy} . Distància polar

O_{xy} . Pol

$I_{xy,t} = m_{xy} \cdot d_y \cdot d_{xy}$

$I_{x,g}$. Moment d'inèrcia referit a l'eix X_g

$I_{x,g} = I_{x,t} - A \cdot y_g^2$

$I_{y,g}$. Moment d'inèrcia referit a l'eix Y_g

$I_{y,g} = I_{y,t} - A \cdot x_g^2$

$I_{xy,g}$. Producte d'inèrcia referit als eixos X_g i Y_g

$I_{xy,g} = I_{xy,t} - A \cdot x_g \cdot y_g$

I_p . Moment d'inèrcia polar referit als eixos X_g i Y_g

$I_p = I_{x,g} + I_{y,g}$

Cercle d'inèrcia

C. Centre del cercle d'inèrcia. $C = I_p/2$

X_{prin}, Y_{prin} . Eixos principals d'inèrcia

α . Inclinatoria dels eixos principals d'inèrcia

P. Punt principal d'inèrcia

I_{max}, I_{min} . Moments d'inèrcia màxim i mínim

El·lipse d'inèrcia

G. Centre de l'el·lipse d'inèrcia referit als eixos X_g i Y_g

i_x i i_y . Radis de gir referits als eixos X_g i Y_g

β . Inclinatoria de l'eix X_β

m. Distància entre l'eix X_β i la tangent a l'el·lipse paral·lela a X_β

I_β . Moment d'inèrcia referit a l'eix X_β

Fig. 3.8

3.5.1 Inèrcies. Exemple

En aquest exemple es calcula gràficament les diverses inèrcies que es donen en un perfil LPN de costats diferents. Es tracta d'un perfil de 120·80·10 (fig. 3.9) en que s'intenta que els quatre quadrilàters l'abracin de la millor manera possible. Com es comprova, s'ha dibuixat el perfil en l'origen de Geogebra respectant la graduació del eixos, de tal manera, que s'ha adoptat la escala unitat (per exemple 12 unitats de Geogebra corresponen a 12 centímetres). Els càlculs geomètrics es troben a la figura 3.10 i la comparació dels valors obtinguts amb els que es troben en els promptuaris, a la figura 3.11. Els resultats semblen totalment acceptables. S'ha de tenir present que els moment d'inèrcia màxim i mínim poden intercanviar els seus valors.

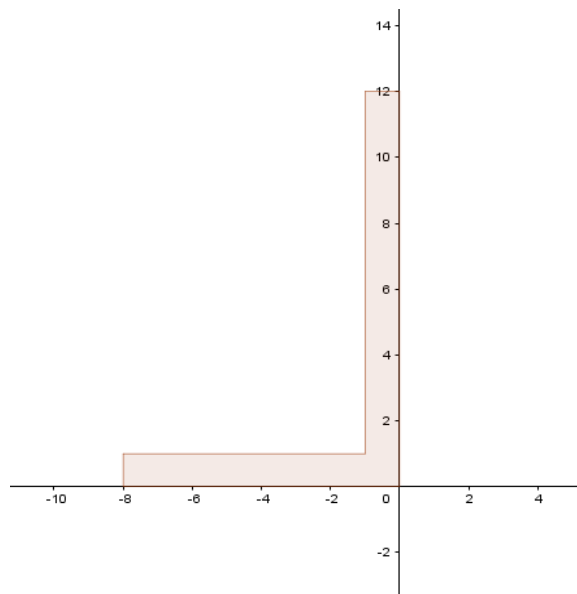


Fig. 3.9

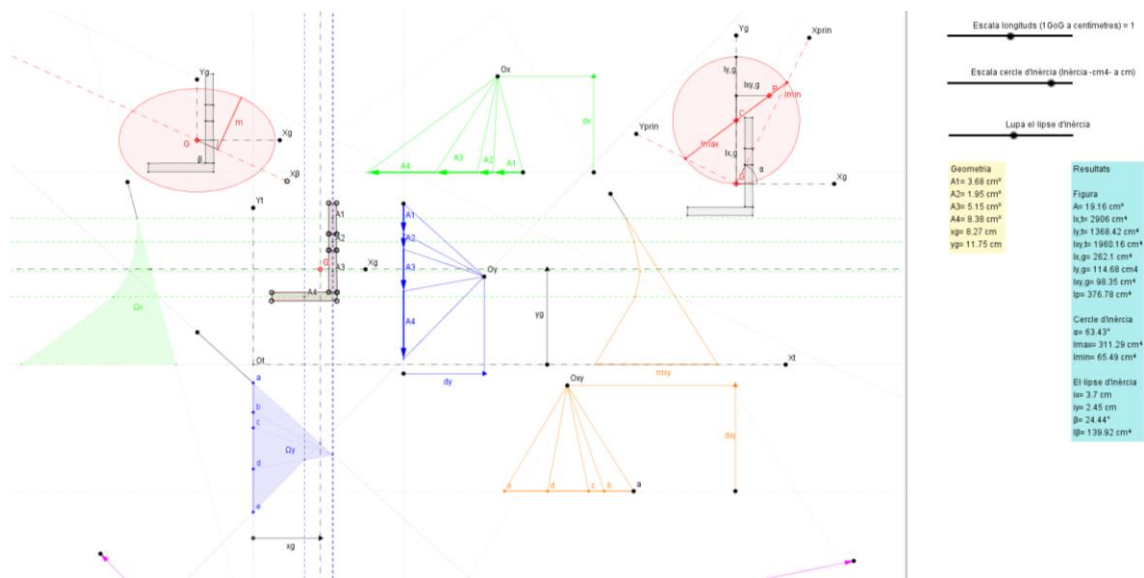


Fig. 3.10

Comparació	Aplicació 3.5	Prontuari (LPN 120-80-10)
$A(\text{cm}^2)$	19.16	19.10
$I_{x,g}(\text{cm}^4)$	262.10	276.00
$I_{y,g}(\text{cm}^4)$	114.68	98.10
$i_x(\text{cm})$	3.70	3.80
$i_y(\text{cm})$	2.45	2.26
$I_{\max}(\text{cm}^4)$	311.29	317.00
$I_{\min}(\text{cm}^4)$	65.49	56.10

Fig. 3.11

3.5.2 Inèrcies. Exemple

En aquest exemple es proposa una figura asimètrica que es detalla en els quadrilàters de la figura 3.12

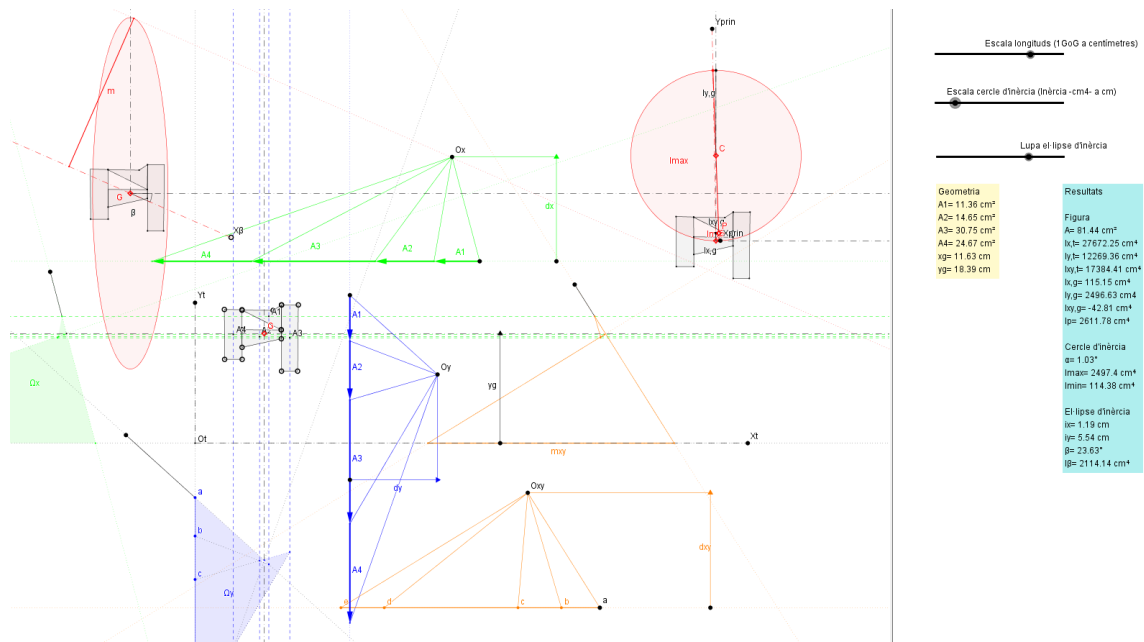


Fig. 3.12