Carlos Alexandre Silva dos Santos
Cristiano Cardozo Dória

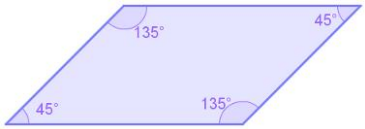
Paralelogramos

Paralelogramos são quadriláteros cujos lados opostos são paralelos. São classificados em retângulos, losangos e quadrados.

Em virtude de seus lados opostos paralelos, os **paralelogramos** também possuem algumas propriedades únicas. Veja a seguir:

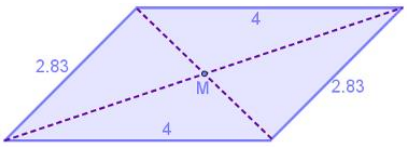
1 – Os ângulos opostos de um **paralelogramo** são congruentes. Observe, na figura a seguir, que os ângulos opostos são aqueles que não compartilham lados do paralelogramo;

2 – Dois ângulos adjacentes de um **paralelogramo** são suplementares, ou seja, a soma dos dois é igual a 180 graus;



3 – As diagonais de um **paralelogramo** cruzam-se em seus pontos médios;

4 – Os lados opostos de um **paralelogramo** são congruentes (possuem a mesma medida).



Um dos critérios usados para classificar um **quadrilátero** como **paralelogramo** baseia-se nos seus lados: se um quadrilátero possui lados opostos paralelos e congruentes, então, ele é um paralelogramo.

O conjunto de todos os **paralelogramos** também pode ser classificado em três classes: Retângulos, Losangos e Quadrados.

Relações entre os paralelogramos

Em resumo, as relações entre os paralelogramos são as seguintes:

a) Todo paralelogramo ou é quadrado, ou é losango ou é retângulo;
b) Todo quadrado, retângulo ou losango é também paralelogramo;
c) Nem todo paralelogramo é quadrado; nem todo paralelogramo é retângulo e nem todo paralelogramo é losango, mas, obrigatoriamente ,é um dos três;
d) Todo quadrado é também losango;
e) Todo quadrado é também retângulo.

Carlos Alexandre Silva dos Santos
Cristiano Cardozo Dória

Construção do Paralelogramo com o GeoGebra de forma que não o deforme quando movemos alguns de seus vértices

1.		Cria-se uma reta qualquer passando por 2 pontos A e B (reta r)
2.		Construa uma reta s paralela a reta r passando por C um ponto qualquer de s.
3.		Cria-se uma reta t passando por A e C.
4.		Construa uma reta v paralela a reta s passando por A.
5.		Marque o ponto de intersecção D entre a reta t e a reta v.
6.		Exibir objeto em todas as retas.
7.		Construa um polígono passando por A,B,C e D.

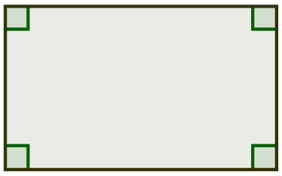
Carlos Alexandre Silva dos Santos
Cristiano Cardozo Dória

Retângulos

Retângulos são figuras geométricas planas que possuem quatro lados formados por segmentos de reta e quatro ângulos retos.

Retângulo é um quadrilátero cujos ângulos internos são todos retos. Dessa definição podemos extrair algumas informações: retângulos são polígonos (são quadriláteros) e, por isso, são formados por segmentos de reta que não se cruzam, além de não possuírem qualquer abertura. Além disso, o retângulo é uma figura geométrica plana, ou seja, sempre existe um plano que contém todos os pontos de um retângulo.

Exemplo de quadrilátero que possui todos os ângulos retos



Elementos de um retângulo: por serem polígonos, os retângulos possuem os seguintes elementos:

Lados: são os segmentos de reta que formam o contorno de um retângulo;
Vértices: são os pontos de encontro de dois lados;
Diagonais: são os segmentos de reta cujas extremidades são dois vértices não consecutivos do retângulo;
Ângulos internos: São os ângulos de 90°, formados no encontro de dois lados.

Classificação de um retângulo

- *Os retângulos fazem parte do grupo dos quadriláteros conhecidos como paralelogramos*
- *Os paralelogramos são quadriláteros que possuem lados opostos paralelos. Portanto, dois lados não consecutivos de um retângulo sempre serão paralelos. Isso acontece porque os ângulos de um retângulo são iguais. Sempre que duas retas cortadas por uma transversal descrevem com esta o mesmo ângulo, as duas retas são paralelas.*
- *Além disso, os retângulos também são polígonos convexos. Isso significa que os prolongamentos dos segmentos de reta que o compõem não cortam outro lado do polígono.*

Propriedades do retângulo

Todo retângulo é paralelogramo, por isso, herda as características e propriedades dos paralelogramos, a saber:

- Lados opostos são congruentes;
- Ângulos opostos são congruentes;
- As diagonais cortam-se ao meio;
- Ângulos adjacentes são suplementares;
- A soma dos ângulos internos de um retângulo é igual a 360°.
- As diagonais de um retângulo são congruentes. (propriedade específica dos retângulos)

Carlos Alexandre Silva dos Santos
Cristiano Cardozo Dória

Como os retângulos são polígonos, o cálculo de seu perímetro pode ser reduzido à soma das medidas de seus lados.

A área dos retângulos é dada pelo produto da medida de sua largura pela medida de seu comprimento, isto é, base (b) vezes a altura (h):

A = b.h

Construção do Retângulo com o GeoGebra de forma que não o deforme quando movemos alguns de seus vértices

8.		Cria-se uma reta qualquer passando por 2 pontos A e B (reta r)
9.		Construa uma reta s perpendicular passando pelo ponto A.
10.		Construa uma reta t perpendicular passando pelo ponto B.
11.		Construa uma reta v paralela a reta r passando por C um ponto qualquer de s.
12.		Marque o ponto de intersecção D entre a reta t e a reta v.
13.		Exibir objeto em todas as retas.
14.		Construa um polígono passando por A,B,C e D.

Carlos Alexandre Silva dos Santos
Cristiano Cardozo Dória

Losango

São figuras geométricas de quatro lados formadas por segmentos de reta que se encontram apenas em seus extremos. A característica que diferencia os losangos dos outros quadriláteros – polígonos que possuem quatro lados – é que todos os seus lados possuem a mesma medida. A imagem abaixo mostra um exemplo de losango. Para aqueles que não o conhecem, ele é a figura amarela usada na bandeira do Brasil.

→ Os losangos são polígonos

Figuras formadas apenas por segmentos de reta e fechadas são polígonos. Sendo assim, os losangos possuem os mesmos elementos que qualquer polígono possui:

Lados: Cada lado de um polígono é um dos segmentos de reta que determinam seu contorno. Os losangos possuem quatro lados com a mesma medida;

Vértices: São os pontos de encontro dos lados de um polígono e só ocorrem nas extremidades dos lados. Uma figura que apresenta lados que se encontram em outros pontos não é um polígono. O losango possui quatro vértices;

Ângulos internos: São os ângulos formados pelos pontos interiores de um polígono entre dois lados consecutivos. Os losangos possuem quatro ângulos internos e, por serem quadriláteros, a soma desses ângulos sempre é igual a 360°;

Diagonais: São segmentos de reta que ligam dois vértices de um polígono e que, ao mesmo tempo, não são lados dele. O losango apresenta apenas duas diagonais.

→ Os losangos são paralelogramos

Paralelogramos são figuras geométricas planas que possuem quatro lados com a seguinte característica: os lados opostos são paralelos. A maioria dos autores já define os losangos como paralelogramos que possuem os quatro lados congruentes, entretanto, é possível mostrar que qualquer quadrilátero que possui todos os lados com a mesma medida é um paralelogramo

Sendo assim, os losangos possuem todas as propriedades dos paralelogramos, a saber:

Lados opostos são congruentes;
Ângulos opostos são congruentes;
Ângulos adjacentes são suplementares (ângulos cuja soma resulta em 180°);
As diagonais encontram-se em seus pontos médios.

→ Propriedade exclusiva do losango

Carlos Alexandre Silva dos Santos
Cristiano Cardozo Dória

"As diagonais de um losango são perpendiculares entre si."
Essa propriedade também pode ser usada para caracterizar uma figura como losango. Se a figura é um quadrilátero cujas diagonais são perpendiculares (o ângulo entre elas é 90°), então, essa figura é um losango.

→ Área e perímetro

O perímetro de um polígono pode ser determinado pela soma das medidas de todos os seus lados. Como o losango possui lados iguais, basta multiplicar a medida de um lado por 4 para encontrar seu perímetro. Assim, o perímetro (P) de um losango é dado pela fórmula:

$$P = 4 \cdot l$$

*l é a medida do lado do losango.

A área, entretanto, não pode ser determinada pela medida da base multiplicada pela medida da altura, como acontece no retângulo, pois o losango não possui bases. A área do losango é dada pelas suas diagonais: D = diagonal maior e d = diagonal menor.

$$A = \frac{D \cdot d}{2}$$

Construção do Losango com o GeoGebra de forma que não o deforme quando movemos alguns de seus vértices

1.		Cria-se uma reta qualquer passando por 2 pontos A e B (reta r)
2.		Traça-se o ponto médio M de A e B
3.		Construa uma reta perpendicular passando pelo ponto médio. (reta s)
4.		Marque um ponto C qualquer sobre a reta s
5.		Construa uma reta t passando por A e C.
6.		Construa uma reta u passando por B e C.
7.		Construa uma reta v paralela a reta t passando por B.
8.		Construa uma reta w paralela a reta u passando por A.
9.		Marque o ponto de intersecção entre as retas v e w (ponto D).
10.		Exibir objeto em todas as retas e o ponto M.
11.		Construa um polígono passando por A,B,C e D.

Carlos Alexandre Silva dos Santos
Cristiano Cardozo Dória

Quadrados

Quadrado é uma figura geométrica plana formada por quatro lados congruentes e por quatro ângulos retos.

→ Quadrados são polígonos

Por possuírem quatro lados, os **quadrados** são **figuras geométricas** classificadas como polígonos e, além disso, são quadriláteros. Sendo assim, os quadrados possuem as seguintes características:

- São formados por segmentos de reta;
- Todos os segmentos de reta são ligados apenas pelas extremidades;
- São figuras fechadas.

Por serem polígonos, os **quadrados** ainda possuem os elementos:

- **Lados**: segmentos de reta que caracterizam o quadrado;
- **Vértices**: Pontos de encontro entre dois lados;
- **Ângulos internos**: os ângulos retos;
- **Diagonais**: Segmentos de reta cujas extremidades são dois vértices de um polígono, mas que não são lados.

→ Quadrados são losangos e retângulos

Os quadriláteros que possuem todos os lados congruentes recebem o nome de losango. Sendo assim, todo quadrado é também um losango, mas nem todo losango é um quadrado. Isso acontece porque todo quadrado possui lados congruentes, mas nem todo losango possui ângulos retos.

Todo quadrilátero que possui todos os lados ou ângulos congruentes é um paralelogramo. Por essa razão, o quadrado é também um paralelogramo e, por isso, apresenta as seguintes propriedades:

- *Lados opostos são congruentes;*
- *Ângulos opostos são congruentes;*
- *As diagonais cruzam-se em seus pontos médios;*
- *Ângulos adjacentes são suplementares, isto é, a sua soma é sempre igual a 180°.*

Além disso, os quadrados possuem as propriedades dos losangos e dos retângulos, que são as seguintes:

- *Em um losango, as diagonais são perpendiculares;*
- *Em um retângulo, as diagonais são congruentes.*
- *As diagonais do quadrado são congruentes e perpendiculares*

- *As diagonais do quadrado são congruentes e perpendiculares*

O perímetro do quadrado pode ser medido pela soma de todos os lados, ou seja, se um lado de um quadrado mede l, o seu perímetro será:

P = l + l + l + l = 4l

Como o quadrado é um paralelogramo, sua área é dada pelo produto da base pela altura. Como elas são iguais, pois são lados do quadrado, a fórmula para o cálculo da área é a seguinte:

$\mathbf{A = b \cdot h = l \cdot l = l^2}$

Construção do Quadrado com o GeoGebra de forma que não o deforme quando movemos alguns de seus vértices

1.		Cria-se uma reta qualquer passando por 2 pontos A e B (reta r)
2.		Traça-se o ponto médio M de A e B
3.		Construa uma reta perpendicular passando pelo ponto médio. (reta s)
4.		Construa uma circunferência C_1 de centro M passando por A.
5.		Marque os pontos de intersecção entre a retas s e a circunferência C_1 (C,D)
6.		Exibir objeto nas retas r e s, na circunferência C_1 e no ponto M
7.		Construa um polígono passando por A,B,C e D.

Referências:

https://mundoeducacao.bol.uol.com.br/matematica/paralelogramos.htm

https://mundoeducacao.bol.uol.com.br/matematica/retangulos.htm

https://mundoeducacao.bol.uol.com.br/matematica/losangos.htm

https://mundoeducacao.bol.uol.com.br/matematica/quadrados.htm