

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía, la mala presentación y no explicar adecuadamente las operaciones pueden restar hasta un máximo de 1 punto de la nota final.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Determinar a y b para que la función sea continua en $x=1$ y su gráfica pase por el origen de coordenadas.

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - ax + b & \text{si } x < 1 \\ \frac{\ln(x) - 1}{2x + 1 - e^{2x}} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

Ejercicio 2.- a) [1,5 puntos] ¿Es cierto que la ecuación $x^5 - 3x = 1$ tiene al menos una solución en el intervalo $[1, 2]$? Razona tu respuesta.

b) [1 puntos] Obtener la función inversa de $f(x) = e^{x^2-1}$ y comprobar que $[f^{-1} \circ f](x) = x$ y que $[f \circ f^{-1}](x) = x$

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Sea $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$. Obtener todas sus asíntotas (ayuda: en las A.H. y en las A.O. debes estudiar comportamiento de x en $+\infty$ y en $-\infty$).

Ejercicio 4.- a) [1,5 puntos] Obtener a y b para que se cumpla $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax^2 + bx + 2 - 2\cos(x)}{3\sin(x^2)} = 4$

b) [1 punto] Calcula $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 + 3} - 2x)$

Opción B

Ejercicio 1.- Sea $f(x) = \frac{x^3 + 2x}{x^2 - 2x + 3}$

a) [1,5 puntos] Obtener todas sus asíntotas.

b) [1 punto] ¿Corta la función a su asíntota oblicua en algún punto? En caso afirmativo, obtener las coordenadas (x, y) del punto de corte.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Demostrar que la ecuación $x - e^x + 4 = 0$ tiene, al menos, una solución negativa y una solución positiva.

Ejercicio 3.- a) [1,5 puntos] Calcula $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\ln(\sin x)}{(\pi - 2x)^2}$

b) [1 punto] Calcula las dos asíntotas horizontales de la función $f(x) = \frac{|x|}{x+1}$

Ejercicio 4.- a) [1,5 puntos] Calcula $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos(2x))^{\frac{3}{x^2}}$

b) [1 punto] Determinar, de manera razonada, el dominio de $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 4} - \ln(x)$
