

Problemas sobre errores matemáticos heredados de Secundaria

CURSO

TEMA

WWW.DANIPARTAL.NET

1ºBach
CCSS

Repaso 4ºESO

Colegio Marista "La Inmaculada" de Granada

PROBLEMA 1

Simplifica $\frac{x^4 - y^4}{3x^3y - 3xy^3}$.

Desarrollamos el numerador como el binomio suma por diferencia, mientras que en el denominador obtenemos factor común de $3x \cdot y$.

Ojo al sacar factor común. Debemos escribir $3x \cdot y$ fuera del paréntesis y dividir cada término original por este factor $3x \cdot y$.

$$\frac{(x^2 - y^2)(x^2 + y^2)}{3xy\left(\frac{3x^3y}{3xy} - \frac{3xy^3}{3xy}\right)}$$
$$\frac{(x^2 - y^2)(x^2 + y^2)}{3xy(x^2 - y^2)}$$

Simplificamos el factor $(x^2 - y^2)$. Podemos simplificar porque el paréntesis $(x^2 - y^2)$ multiplica a todo el numerador y a todo el denominador.

$$\frac{x^2 + y^2}{3xy}$$

PROBLEMA 2

Simplifica $(a + b)\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) + (a - b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$.

Calculamos el m.c.m. de los denominadores y operamos.

$$(a + b)\left(\frac{b}{ab} - \frac{a}{ab}\right) + (a - b)\left(\frac{b}{ab} + \frac{a}{ab}\right)$$
$$\frac{ab + b^2}{ab} - \frac{a^2 + ab}{ab} + \frac{ab - b^2}{ab} + \frac{a^2 - ab}{ab}$$

Dejamos todo en una única fracción.

$$\frac{ab + b^2 - a^2 - ab + ab - b^2 + a^2 - ab}{ab}$$

Todos los términos del numerador cancelan:

$$\frac{0}{ab}$$

Siendo el resultado final 0.

PROBLEMA 3

Simplifica $\frac{x+2}{x^2-2x} - \frac{1}{x+2} - \frac{6x+4}{x^3-4x}$.

Se descomponen los denominadores en factores, para calcular el mínimo común múltiplo.

$$\begin{aligned} x^2 - 2x &= x(x - 2) \\ x^3 - 4x &= x(x^2 - 4) = x[(x + 2)(x - 2)] \\ \text{m. c. m. } (x^2 - 2x, x + 2, x^3 - 4x) &= x^3 - 4x \end{aligned}$$

Dividimos el común denominador entre los denominadores de las fracciones dadas y el resultado lo multiplicamos por el numerador correspondiente.

$$\begin{aligned} \frac{(x + 2)^2 - 1(x^2 - 2x) - 6x - 4}{x[(x + 2)(x - 2)]} \\ \frac{x^2 + 4 + 4x - x^2 + 2x - 6x - 4}{x[(x + 2)(x - 2)]} \end{aligned}$$

Todos los términos del numerador cancelan.

$$\frac{0}{x[(x + 2)(x - 2)]}$$

Por lo que el resultado final queda igual a 0.

PROBLEMA 4

Simplifica $\frac{3+a}{a+1} - \frac{1+a}{a-1} + \frac{2+a+a^2}{a^2-1}$.

Factorizamos el denominador de la tercera fracción, recordando el binomio de Newton suma por diferencia igual a diferencia de cuadrados.

$$\begin{aligned} a^2 - 1 &= (a + 1)(a - 1) \\ \frac{3 + a}{a + 1} - \frac{1 + a}{a - 1} + \frac{2 + a + a^2}{(a + 1)(a - 1)} \end{aligned}$$

Usamos binomio de Newton (suma por diferencia igual a diferencia de cuadrados).

El m.c.m. de los tres denominadores es $(a + 1)(a - 1)$.

$$\begin{aligned} \frac{(3 + a)(a - 1)}{(a + 1)(a - 1)} - \frac{(1 + a)(a + 1)}{(a + 1)(a - 1)} + \frac{2 + a + a^2}{(a + 1)(a - 1)} \\ \frac{3a - 3 + a^2 - a - (a + 1 + a^2 + a) + 2 + a + a^2}{(a + 1)(a - 1)} \end{aligned}$$

Operamos en el numerador.

$$\frac{a^2 + a - 2}{(a + 1)(a - 1)}$$

El numerador se puede factorizar a partir de sus raíces: $a^2 + a - 2 = (a - 1)(a + 2)$.

Sustituimos en el numerador.

$$\frac{(a - 1)(a + 2)}{(a + 1)(a - 1)}$$

Simplificamos:

$$\frac{a + 2}{a + 1}$$

PROBLEMA 5

Simplifica $\frac{100 \cdot 2^{-4} \cdot 5^{-4} \cdot 3^{-2}}{(-1)^3 \cdot 15^{-1} \cdot 6^{-2}}$.

Descomponemos en factores primos las bases de las distintas potencias. Fíjate que (-1) elevado a un exponente impar queda como (-1).

$$\frac{(2 \times 5)^2 \cdot 2^{-4} \cdot 5^{-4} \cdot 3^{-2}}{-(3 \times 5)^{-1} (3 \times 2)^{-2}}$$

Agrupamos las potencias de la misma base que están multiplicando en el numerador por un lado y en el denominador por otro lado.

$$\frac{2^2 \cdot 5^2 \cdot 2^{-4} \cdot 5^{-4} \cdot 3^{-2}}{-3^{-1} \cdot 5^{-1} \cdot 3^{-2} \cdot 2^{-2}}$$

$$\frac{2^{-2} \cdot 5^{-2} \cdot 3^{-2}}{-3^{-3} \cdot 5^{-1} \cdot 2^{-2}}$$

Al dividir potencias de la misma base, restamos los exponentes.

$$-2^{-2-(-2)} \cdot 5^{-2-(-1)} \cdot 3^{-2-(-3)}$$

$$-2^0 \cdot 5^{-1} \cdot 3$$

Un número elevado a 0 es igual a 1.

$$-1 \cdot 5^{-1} \cdot 3$$

$$-5^{-1} \cdot 3$$

El exponente negativo se puede expresar como positivo pasando la potencia al denominador.

$$\frac{-3}{5}$$

PROBLEMA 6

Racionaliza:

a) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

b) $\frac{x}{\sqrt{x+1}+1}$

a) Multiplicamos y dividimos por el conjugado del denominador.

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$$

En los dos denominadores aparece el producto de suma por diferencia, que es igual a diferencia de cuadrados.

$$\frac{\sqrt{2} \times \sqrt{3} + \sqrt{2} \times \sqrt{2}}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2}$$

$$\frac{\sqrt{6} + 2}{3 - 2} \rightarrow \frac{\sqrt{6} + 2}{1} \rightarrow \sqrt{6} + 2$$

b) Nuevamente aplicamos el conjugado del denominador.

$$\frac{x}{\sqrt{x+1}+1} \cdot \frac{\sqrt{x+1}-1}{\sqrt{x+1}-1} \rightarrow \frac{x \cdot \sqrt{x+1} - x}{(\sqrt{x+1})^2 - 1^2}$$

$$\frac{x \cdot \sqrt{x+1} - x}{x+1-1} \rightarrow \frac{x \cdot \sqrt{x+1} - x}{x}$$

Sacamos factor común en el numerador.

$$\frac{x \cdot (\sqrt{x+1} - 1)}{x} \rightarrow \text{simplicamos} \rightarrow \sqrt{x+1} - 1$$

PROBLEMA 7

Simplifica $\frac{(2^3 a^5)(16a^{-3})(2^4 a^4)}{(4a^3)^3}$.

La división que aparece en el numerador, la pasamos al denominador. Además, escribimos los coeficientes como potencias de base 2.

$$\frac{(2^3 a^5)(2^4 a^{-3})}{(2^2 a^3)^3 \cdot (2^4 a^4)}$$

$$\frac{2^3 a^5 2^4 a^{-3}}{2^6 a^9 2^4 a^4}$$

Operamos con las potencias de la misma base.

$$\frac{2^7 a^2}{2^{10} a^{13}}$$

$$\frac{1}{2^3 a^{11}} \rightarrow \frac{1}{8a^{11}}$$