Actividad n°3

Consigna.

Resuelve el siguiente problema y realiza una construcción en GeoGebra que permita visualizar la resolución.
a) Dado un cono cuya base es un círculo de radio 3 m. y su altura es 5 m., ¿cuál será la altura del cilindro de mayor volumen inscripto en dicho cono?

b) ¿Y su radio?

Formula de volumen de cilindro:

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot$$

Para relacionar el cilindro y el cono se va a utilizar:

$$\frac{a}{b} = \frac{a-h}{r}$$

Despejo r en la segunda fórmula, para reemplazarla en la fórmula de volumen del cilindro, quedando:

$$V = \pi.(\frac{a-h}{a} \cdot b)^2 \cdot h$$

$$V = \frac{\pi \cdot b}{a^2} \cdot (a-h)^2 \cdot h$$

$$V = \frac{\pi \cdot b}{a^2} \cdot (a^2 - 2ah + h^2) \cdot h$$

$$V = \frac{\pi \cdot b}{a^2} \cdot (a^2 h - 2ah^2 + h^3)$$

$$a = 5, b = 3$$

$$V = \frac{\pi \cdot 3}{5^2} \cdot (5h - 2 \cdot 5h^2 + h^3)$$

$$V = \frac{9}{25}\pi \cdot (25h - 10h^2 + h^3)$$

$$V' = \frac{9}{25}\pi \cdot (25 - 20 + 3h^2)$$

$$\frac{9}{25}\pi \cdot (25 - 20h + 3h^3) = 0$$

Se deriva y se iguala a 0 para encontrar los puntos critico de la función.

$$25 - 20h + 3h^2 = 0$$

$$h_1 = 5 \wedge h_2 = \frac{5}{3}$$

Como h no puede ser 5, la altura máxima del cilindro va a ser $\frac{5}{3}$

Reemplazo este resultado en la ecuación de V para obtener el volumen del cilindro.

$$V = \frac{9}{25}\pi \cdot (25h - 10h^2 + h^3)$$

$$V = \frac{9}{25}\pi \cdot (25 \cdot \frac{5}{3} - 10(\frac{5}{3})^2 + (\frac{5}{3})^3)$$

$$V \cong 20{,}94$$

Reemplazo el valor de V y h en la ecuación y despejo r

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$20.{,}94 = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{5}{3}$$

$$20{,}94 = \frac{5}{3}\pi \cdot r^2$$

$$4 = r^2$$

$$2 = r$$