

CAPITULO 6. PROPIEDADES TERMICAS DE LA MATERIA

La materia cualquiera sea la forma en que se manifieste es un conjunto de átomos en movimiento permanente. Asociado a este movimiento hay un conjunto de cantidades a nivel atómico y otras cantidades a nivel macroscópico, ambas pueden conocerse a través de un conjunto de modelos o con mediciones. En este capítulo estudiaremos estas cantidades y la relación entre ellas.

6.1 TEMPERATURA

Es una cantidad física escalar que cuantifica la energía interna de las sustancias.

Los termómetros son dispositivos que permiten medir la temperatura de los cuerpos a través de algún fenómeno físico, por ejemplo: dilatación, propiedades eléctricas, etc.

ESCALAS DE TEMPERATURA

- Escala Celsius o Centígrada ($^{\circ}\text{C}$). Es la escala de medición que se define basándose en las propiedades del agua. A la presión atmosférica a nivel del mar, se tiene:

$T=0^{\circ}\text{C}$, es la temperatura de fusión del hielo.

$T=100^{\circ}\text{C}$, es la temperatura de ebullición del agua.

- Escala Absoluta o Escala Kelvin (K)

En esta escala la temperatura es proporcional a la energía interna de la sustancia. La temperatura teórica más baja es el Cero Absoluto o $T = 0$ K. Experimentalmente se obtiene:

$$T(K) = T(^{\circ}\text{C}) + 273,15 \quad \text{-----} \quad 6.1$$

- Escala Fahrenheit ($^{\circ}\text{F}$)

Es la escala en el sistema inglés.

$$T(^{\circ}\text{F}) = \frac{9}{5}T(^{\circ}\text{C}) + 32,0 \quad \text{-----} \quad 6.2$$

Cambios de Temperatura.

$$\Delta T(^{\circ}\text{C}) = \Delta T(K) \quad \text{-----} \quad 6.3a$$

$$\Delta T(^{\circ}\text{C}) = \frac{5}{9}\Delta T(^{\circ}\text{F}) \quad \text{-----} \quad 6.3b$$

Conversión de Temperaturas

En vista de la proporcionalidad en la dilatación del mercurio con las temperaturas en un un termómetro, las escalas de temperatura se pueden relacionar de la siguiente forma:

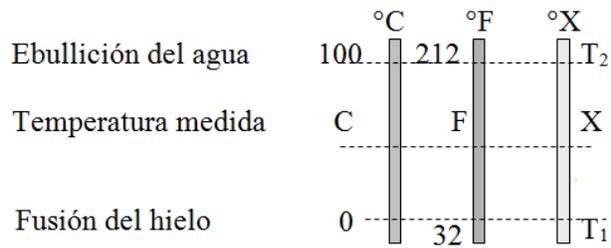


Fig.6.1 Relación entre las escalas de temperatura tomando como base las propiedades del agua

$$\frac{^{\circ}\text{C}-0}{100-0} = \frac{^{\circ}\text{F}-32,0}{212-32,0} = \frac{X-T_1}{T_2-T_1} \quad \text{-----} \quad 6.4$$

EJEMPLO 6.1

Cierta sustancia se enfría en un proceso desde 350°C hasta -80,0°C. Halle el cambio de temperatura en K y °F.

6.2 DILATACIÓN TÈRMICA

Todas las sustancias están conformadas por un conjunto de átomos con movimiento vibracional alrededor de sus posiciones de equilibrio.

Cuando se incrementa la temperatura este movimiento de los átomos también se incrementa en magnitud, dando como resultado final macroscópico el incremento en las dimensiones de las sustancias, a la cual se le llama “Dilatación Térmica”

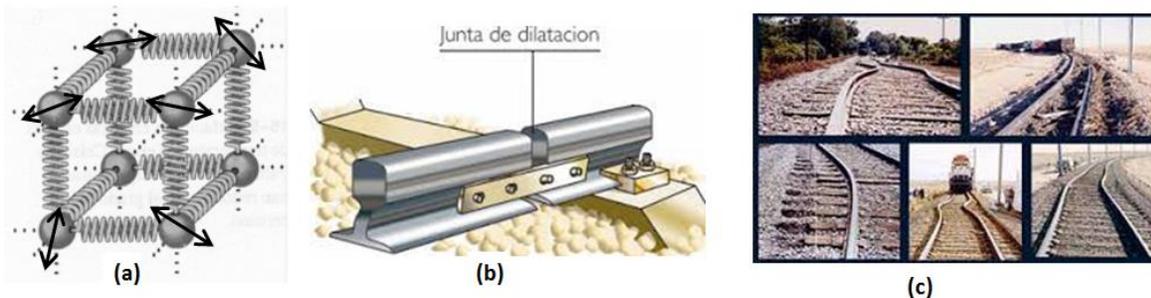


Fig.6.2. Expansión de las sustancias debido al incremento de temperaturas. (a) movimiento vibracional expandible; (b) espacio preventivo a la dilatación; (c) deformación por dilatación

Toda sustancia tiene sus dimensiones tridimensionales por consiguiente toda dilatación es volumétrica, sin embargo, en debido a ciertas características de su forma, pueden ser más apreciables los incremento en longitud, incremento en el área o en el volumen.

6.2.1 Dilatación Lineal

Es la expansión o compresión que ocurre en las dimensiones de los cuerpos longitudinales, (aquellos que se caracterizan por tener como dimensión principal la longitud y un área de sección transversal pequeña, peej. varillas, aros, etc.), al cambiar la temperatura. La dilatación en las otras dimensiones no es significativa.

Si una varilla a temperatura inicial T_0 , tiene longitud L_0 , al cambiar su temperatura (ΔT), se aprecia un cambio en su longitud (ΔL) el cual depende de su dimensión inicial, el cambio de temperatura y del material, según el siguiente comportamiento:

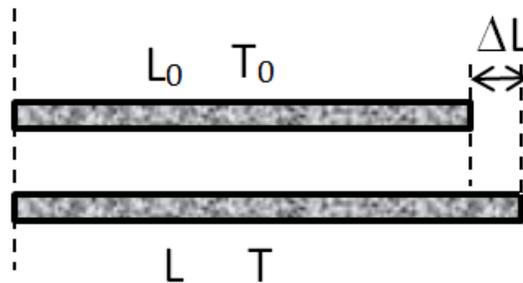


Fig.6.3. Dilatación lineal de una varilla al incrementarse su temperatura

En la Fig.6.3 se aprecian las siguientes cantidades:

L_0 = Longitud inicial

T_0 : Temperatura inicial

$\Delta L = L - L_0$: Cambio en la longitud (deformación)

$\Delta L / L_0$: Deformación unitaria

$\Delta T = T - T_0$: Cambio en la temperatura

Al incrementarse la temperatura sucesivamente, se apreciara un incremento continuo en la longitud de la varilla. (Fig. 6.4)

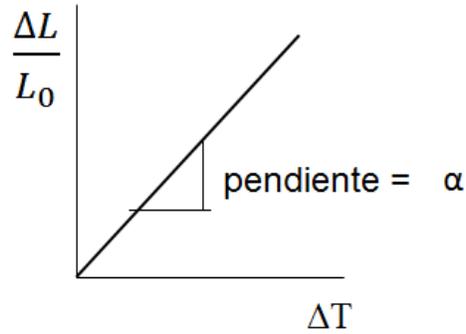


Fig.6.4. Grafica de la deformación unitaria ($\Delta L/L_0$) vs el cambio de temperatura (ΔT)
 Por consiguiente, la ecuación de la gráfica corresponde a una recta:

$$\frac{\Delta L}{L_0} = \alpha \Delta T \text{ ó } \Delta L = L_0 \alpha \Delta T \text{ ----- 6.5}$$

Siendo: Coeficiente de Dilatación Lineal: $\alpha = \frac{\Delta L}{L_0 \Delta T}$; la pendiente de la recta

Unidades: $[\alpha] = \frac{1}{^\circ\text{C}} = \frac{1}{\text{K}}$

Donde $[\alpha]$ es una cantidad escalar que representa a la propiedad de los materiales en el fenómeno de dilatación térmica.

Tabla 6.1 Coeficientes de dilatación lineal para algunas sustancias

Material	$\alpha(1/^\circ\text{C})$
Cobre	17×10^{-6}
Acero	12×10^{-6}
Aluminio	24×10^{-6}
Vidrio	9×10^{-6}
Hierro	12×10^{-6}

A partir de la ec. (6,5), se obtienen otras ecuaciones y graficas equivalentes.

$$L = L_0 + L_0 \alpha \Delta T \text{ ----- 6.6}$$

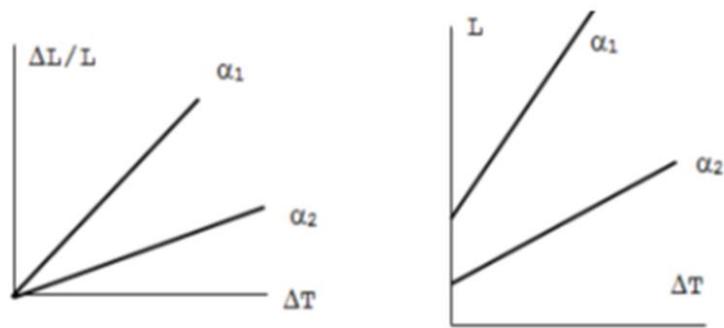
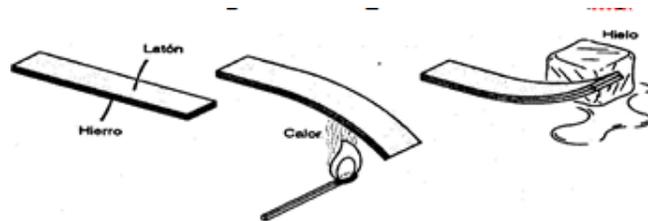


Fig. 6.5. Graficas de dilatación para diferentes materiales ($\alpha_1 > \alpha_2$)

Cinta Bimetálica

La cinta bimetalica es un dispositivo que consiste de dos materiales diferentes (α_1 y α_2), al calentarse o enfriarse, un material crece más que el otro y se arquea. Es utilizada en los termostatos para controlar la temperatura.

Fig.6.6. Cinta bimetalica utilizada en termostatos



6.2.2 Dilatación Superficial

Es la expansión o contracción que ocurre con los cuerpos superficiales al cambiar su temperatura. La dilatación superficial se considera en aquellos cuerpos que se caracterizan por una superficie y un grosor pequeño (p.ej. hojas, láminas, cascarones, etc.),

$$\Delta S = S_0 \beta \Delta T, \text{ o también: } S = S_0(1 + \beta \Delta T) \quad \text{----- } 6.7$$

Coefficiente de Dilatación Superficial: $\beta = \frac{\Delta S}{S_0 \Delta T} = 2\alpha$



Fig. 6.7. Al calentarse la espátula el agujero se agranda.

6.2.3 Dilatación Volumétrica

Es la dilatación que ocurre con los cuerpos al cambiar su temperatura. Se considera dilatación volumétrica para los cuerpos que se caracterizan por tener sus tres dimensiones apreciables, (P.ej. esferas, cilindros, etc.),

Siendo: Coeficiente de Dilatación Volumétrica: $\gamma = \frac{\Delta V}{V_0 \Delta T} = 3\alpha$

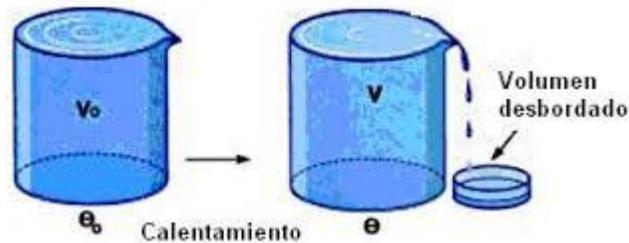


Fig. 6.8. Un recipiente cilíndrico conteniendo cierto líquido. Al calentarse se incrementa la capacidad del recipiente así como también el volumen del líquido. Hay derrame si el volumen del líquido aumenta más que la capacidad del recipiente.

EJEMPLO 6.2

Se desea colocar un tapón de aluminio en un anillo de cobre. A temperatura de 20,0°C el diámetro del tapón es 8,756cm y el diámetro interno del anillo es 8,746cm. ¿A qué temperatura pueden quedar ajustados?

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

EJERCICIO 6.1

Un sistema de dos barras de igual longitud $L = 1,20$ m, una de acero ($\alpha = 12 \times 10^{-6} / \text{C}^\circ$) y la otra de aluminio ($\alpha = 24 \times 10^{-6} / \text{C}^\circ$), fijas en uno de sus extremos se encuentran a una temperatura de 20,0°C con una separación $\Delta = 0,950$ cm.

- Si la temperatura del sistema cambia y el acero incrementa su longitud en 0,250%, determine la temperatura final y la nueva separación Δ .
- ¿Cuál será su separación a 210°C?

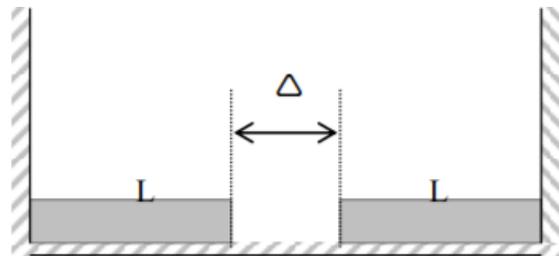


Fig. 6.9 Barras solidas separadas cierta distancia que varía con la temperatura. Ejercicio 6.1

Solución

- a) Acero: $\Delta L = L_0 \alpha \Delta T$; $(0,250/100) \times 1,20 = 1,20 \times 12 \times 10^{-6} (T-20,0)$;
 Temperatura final: $T = 228^\circ\text{C}$
 $\Delta L_{\text{Acero}} = 0,250 \times 1,20/100 = 3,00 \times 10^{-3}$ m; $\Delta L_{\text{Al}} = 1,20 \times 24 \times 10^{-6} \times (228-20) = 6,00 \times 10^{-3}$
 m Nueva separación: $\Delta = 0,00950 - 0,003 - 0,006 = 0,00050$ m
- b) $\Delta L_{\text{Acero}} = 1,20 \times 12 \times 10^{-6} \times (210 - 20,0) = 2,74 \times 10^{-3}$ m; $\Delta L_{\text{Al}} = 1,20 \times 24 \times 10^{-6} \times (210-20,0) = 5,47 \times 10^{-3}$ m. Separación: $\Delta = 0,00950 - 2,74 \times 10^{-3} - 5,47 \times 10^{-3} = 1,29 \times 10^{-3}$ m

EJERCICIO 6.2

Dos vigas metálicas, de coeficientes de dilatación lineal $\alpha_1 = 2 \times 10^{-5} / ^\circ\text{C}$ y $\alpha_2 = 3 \times 10^{-5} / ^\circ\text{C}$, se encuentran en contacto a la temperatura de 120°C .

- a) A que temperatura las vigas se separan 4,60 mm en sus extremos que se tocan.
 b) A la temperatura final de separación, ¿qué deformación experimenta cada viga y cuál es la longitud final de cada una de ellas?

Solución

- a) $\Delta L_1 = 1,00 \times 2 \times 10^{-5} \times \Delta T$; $\Delta L_2 = 2,00 \times 3 \times 10^{-5} \times \Delta T$; $\Delta L = \Delta L_1 + \Delta L_2 = 8 \times 10^{-5} \Delta T = -4,60 \times 10^{-3}$; $\Delta T = -57,5^\circ\text{C}$; Temperatura: $T = 120 - 57,5 = 62,5^\circ\text{C}$
- b) Material (1): $\Delta L_1 = 2 \times 10^{-5} \times (-57,5) = -1,15 \times 10^{-3}$ m;
 Material (2): $\Delta L_2 = 6,00 \times 10^{-5} \times (-57,5) = -3,45 \times 10^{-3}$ m;
 $L_1 = 1,00(1 + 2 \times 10^{-5} \times (-57,5)) = 0,999$ m; $L_2 = 2,00(1 + 2 \times 10^{-5} \times (-57,5)) = 1,997$ m

EJERCICIO 6.3

Un cubo de hierro ($\alpha = 12 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$, $\rho = 7,80 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$) flota en una bandeja con cierto líquido ($\alpha = 180 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$) con 60,0% de su volumen sumergido a la temperatura de $10,0^\circ\text{C}$. Si la temperatura del sistema se incrementa hasta 240°C , Calcule los nuevos valores de:

- a) La densidad del líquido a la temperatura inicial de $10,0^\circ\text{C}$.
 b) A la temperatura final los materiales se han dilatado, encuentre las nuevas densidades
 c) La fracción de volumen del cubo sumergido, a la temperatura final

Solución

- a) $W = E$; $\rho_h V g = \rho_l V_s g$;
 Densidad del líquido: $\rho_l = \rho_h (V/V_s) = 7,80 \times 10^3 \times (1/0,60) = 13,0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$
- b) $\rho = m/V = m/V_0(1 + \gamma \Delta T) = \rho_0(1 + \gamma \Delta T)$;
 Densidad del hierro: $\rho_h = 7,8 \times 10^3 / (1 + 3 \times 12 \times 10^{-6} \times 230) = 7,74 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$;
 Densidad del líquido: $\rho_l = 13,0 \times 10^3 / (1 + 180 \times 10^{-6} \times 230) = 12,5 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$
- c) $W = E$; $\rho_h V g = \rho_l V_s g$; $\rho_l = \rho_h (V/V_s)$;
 Fracción de volumen del cubo sumergido: $f = V_s/V = \rho_h/\rho_l = 7,74/12,5 = 0,619$ o 61,9%

EJERCICIO 6.4

Un recipiente cilíndrico de aluminio de 35,0 cm de altura tiene una capacidad interna de 2,500 L a $10,0^\circ\text{C}$. Está lleno completamente con trementina, y luego se calienta hasta $90,0^\circ\text{C}$

°C. Coeficiente de expansión volumétrica de la trementina es $\gamma = 9,0 \times 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$; $\alpha_{Al} = 24 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$. Se pide:

- El incremento en los volúmenes del cilindro y de la trementina y la cantidad de trementina que se derrama
- Si ésta se enfría después hasta $10,0 \text{ } ^\circ\text{C}$. ¿a qué distancia debajo de la superficie del borde del cilindro estará la superficie de la trementina?

Solución

- Volúmenes iniciales a $10,0^\circ$; $V_0 = V_c = V_t = 2,500 \text{ L}$;
Incremento volumen del cilindro: $\Delta V_c = 2,500(3 \times 24 \times 10^{-6}) \times (90,0 - 10,0) = 14,4 \times 10^{-3} \text{ L}$;
Incremento de volumen de la trementina: $\Delta V_t = 2,500(9,00 \times 10^{-4}) \times (90,0 - 10,0) = 180 \times 10^{-3} \text{ L}$;
Volumen de trementina derramada: $V_d = 180 \times 10^{-3} - 14,4 \times 10^{-3} = 167 \times 10^{-3} \text{ L}$
- Volúmenes a los $90,0 \text{ } ^\circ\text{C}$: $V_1 = V_c = V_t = 2,500 \times (1 + 3 \times 24 \times 10^{-6} \times 80,0) = 2,514 \text{ L}$;
Nuevos Volúmenes a los $10,0^\circ\text{C}$: $V_{2,c} = 2,514 \times (1 + 3 \times 24 \times 10^{-6} \times (10,0 - 90,0)) = 2,500 \text{ L}$;
 $V_{2,t} = 2,514 \times (1 + 9,00 \times 10^{-4} \times (10,0 - 90,0)) = 2,332 \text{ L}$; Volumen vacío en el recipiente: $V_3 = 2,500 - 2,332 = 0,168 \text{ L} = 0,168 \times 10^{-3} \text{ m}^3$; Radio del cilindro a $10,0^\circ$: $R = 28,2 \times 10^{-3} \text{ m}$;
Distancia por debajo del borde del cilindro $= V_3 / \pi R^2 = 0,0672 \text{ m}$

EJERCICIO 6.5

Dos vigas metálicas, de coeficientes de dilatación lineal $\alpha_1 = 2 \times 10^{-5} / ^\circ\text{C}$ y $\alpha_2 = 3 \times 10^{-5} / ^\circ\text{C}$, se encuentran en contacto a la temperatura de $120 \text{ } ^\circ\text{C}$; si las paredes son indeformables.

- A que temperatura las vigas se separan $4,60 \text{ mm}$ en sus extremos que se tocan.
- A la temperatura final de separación, ¿cuál es la longitud de cada una de ellas y qué deformación experimenta cada viga?

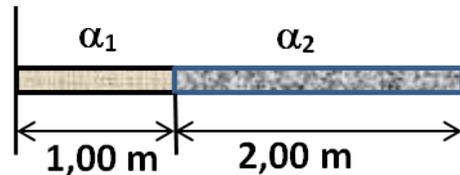


Fig. 6.10 Barras de diferente material en contacto sujetas a la dilatación lineal. Ejercicio 6.5

Solución

- $\Delta L = \Delta L_1 + \Delta L_2$; $-4,60 \times 10^{-3} = 1,00 \times 2 \times 10^{-5} \times (T - 120) + 2,00 \times 3 \times 10^{-5} \times (T - 120)$;
Temperatura de separación: $T = 62,5^\circ\text{C}$
- $L_1 = 1,00(1 + 2 \times 10^{-5} \times (62,5 - 120)) = 0,999 \text{ m}$; $\Delta L_1 = 1,15 \times 10^{-3} \text{ m}$;
 $L_2 = 2,00(1 + 3 \times 10^{-5} \times (62,5 - 120)) = 1,997 \text{ m}$; $\Delta L_2 = 3,45 \times 10^{-3} \text{ m}$

EJERCICIO 6.6

Se tiene un cilindro de aluminio de sección circular, con un radio interior de 12,0 cm y una altura de 28,0 cm. El cilindro está lleno de mercurio y la temperatura de ambos es de 95,0°C. Determine:

- Si la temperatura desciende a 3,50°C que ocurre con el mercurio: ¿se derrama o desciende el nivel de mercurio? Haga sus cálculos y sustente.
- En el primer caso ¿cuánto se derrama? En el segundo caso: ¿Cuál es desnivel del mercurio dentro del cilindro? ($\alpha_{\text{aluminio}} = 24 \times 10^{-6} / \text{C}$ $\gamma_{\text{mercurio}} = 1,84 \times 10^{-4} / \text{C}$)

Solución

- $V_0 = \pi R^2 h = \pi (0,12)^2 \times 0,28 = 1,27 \times 10^{-2} \text{m}^3$; $\Delta V_a = V_0 \gamma_a \Delta T = 1,27 \times 10^{-2} \times 3 \times 24 \times 10^{-6} \times (95 - 3,5) = 8,37 \times 10^{-5} \text{m}^3$; $\Delta V_m = V_0 \gamma_m \Delta T = 1,27 \times 10^{-2} \times 1,84 \times 10^{-4} \times (95 - 3,5) = 2,14 \times 10^{-4} \text{m}^3$.
Siendo: $\Delta V_m > \Delta V_a$, por tanto desciende el nivel del mercurio y no se derrama.
- $\Delta V = \Delta V_m - \Delta V_a = \pi R^2 x$;
Desnivel del mercurio: $x = 2,14 \times 10^{-4} - 8,37 \times 10^{-5} (0,120)^2 = 2,88 \text{ m}$

EJERCICIO 6.7

Las vías del tren se construyen con barras de acero, dejando una separación entre cada barra para evitar los efectos de la dilatación al cambiar la temperatura de la zona. Durante el año, las barras consiguen desde la temperatura mínima de 5,0°C hasta la temperatura máxima de 70,0°C. En el otoño cuando la temperatura es de 15,0°C, se colocan barras de 25,00 m de longitud. ($\alpha_{\text{acero}} = 2,00 \times 10^{-5} \text{C}^{-1}$), hallar :

- la mínima separación que se debe poner entre barras contiguas a fin de evitar deformaciones. Responda dibujando las barras.
- la máxima longitud que alcanza cada barra
- Cuál será la separación entre las barras en la época de invierno.

Solución

- Otoño a Verano: $\Delta L = 25,00 \times 2,00 \times 10^{-5} \times (70,0 - 15,0) = 0,0275 \text{ m}$
- Otoño a Verano: $L = 25,00 \times (1 + 2,00 \times 10^{-5} \times 55,0) = 25,0275 \text{ m}$
- Verano a invierno: $\Delta L = 25,0275 \times 2,00 \times 10^{-5} \times (70,0 - 5,0) = 0,03254 \text{ m}$

EJERCICIO 6.8

Un anillo de aluminio de radio inicial $R_1 = 10.00$ cm, no deja pasar una esfera maciza de hierro de radio inicial $R_2 = 10.05$ cm. ambas son medidas a $25,0$ °C. Todo el conjunto es colocado dentro de un horno con una temperatura regulable. $\alpha_{Al} = 23,8 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$, $\alpha_{Fe} = 12,1 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

- Escriba una expresión para los radios de cada cuerpo $R_1(T)$ y $R_2(T)$ en función de la temperatura (T)
- En un mismo sistema coordenado, grafique los radios de cada cuerpo (R_1 y R_2) vs. la temperatura.
- Obtenga el valor de la temperatura para la cual pasa la esfera por el anillo

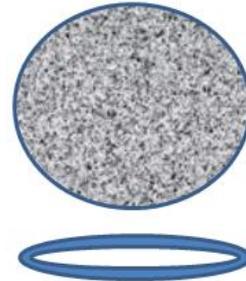


Fig. 6.11 Anillo y esfera. Ejercicio 6.8

SOLUCION

$$\begin{aligned} \text{a) } R_1(T) &= 10,00 (1 + 23,8 \times 10^{-6} (T - 25)) \\ R_2(T) &= 10,05 (1 + 12,1 \times 10^{-6} (T - 25)) \end{aligned}$$

b)

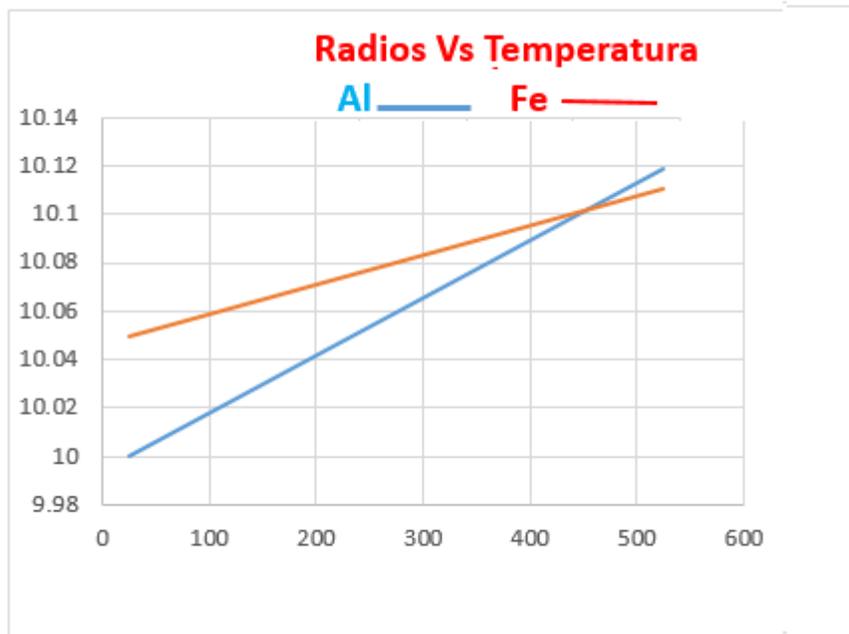


Fig. 6.12 Grafica Radios de anillo y esfera vs. Temperatura. Ejercicio 6.8

- De la gráfica se extrapola que la temperatura en que la esfera pasa por el anillo es aproximadamente 450 °C

EJERCICIO 6.9

Calcular la relación de longitudes que deben cumplir dos varillas cuyos coeficientes de dilatación son de $9,70 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ y $11,7 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$, para que a cualquier temperatura la relación de los incrementos de longitud sea de 1,50.

$$\Delta L_{v1} = \alpha_{v1} \cdot L_{v1} \cdot \Delta T_{v1}$$

$$\Delta L_{v2} = \alpha_{v2} \cdot L_{v2} \cdot \Delta T_{v2}$$

Siendo la diferencia de temperaturas de ambas varillas iguales:

$$\Delta T_{v1} = \Delta T_{v2}$$

Siendo la relación de los incrementos en las longitudes:

$$\Delta L_{v1} / \Delta L_{v2} = 1,5 \quad \text{-----} \quad (6.8)$$

Relación de longitudes, de ec (6.8)

$$r = \frac{L_{v1}}{L_{v2}} = \frac{\Delta L_{v1} \alpha_{v2}}{\Delta L_{v2} \alpha_{v1}} = 1,81$$

EJERCICIO 6.10

Una regla de acero de aproximadamente 1,00 m de longitud, mide exactamente 1,00 m a la temperatura de 0°C . Otra regla mide exactamente 1,00 m a 25°C . Cuál será la diferencia en la lectura de las reglas a la temperatura de 20°C . $\alpha_{ac} = 12 \times 10^{-6} /^{\circ}\text{C}$.

EJERCICIO 6.11

Un alambre de aluminio tiene un diámetro de 1,50 mm, y se mide la longitud con una regla de acero en un ambiente a $25,0^{\circ}\text{C}$ resultando ser de 75,20 cm. (aluminio: densidad = 2700 kg/m^3 ; Coeficiente de expansión lineal = $24 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$); Coeficiente de expansión lineal del acero = $11,0 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$. Se pide:

La lectura en la regla para la longitud de la varilla cuando la temperatura sea de $-12,0^{\circ}\text{C}$.

Solución

$$\Delta L = 75,20 \times (24 \times 10^{-6} - 11,0 \times 10^{-6}) \times (-12,0 - 25,0) = -0,0362 \text{ cm}$$

$$\text{Lectura nueva} = 75,20 - 0,0362 = \mathbf{75,16 \text{ cm}}$$

EJERCICIO 6.12

Dos vigas metálicas, de coeficientes de dilatación lineal $\alpha_1=2,0 \times 10^{-5}/^{\circ}\text{C}$ y $\alpha_2=3,0 \times 10^{-5}/^{\circ}\text{C}$, se encuentran en contacto a la temperatura de 120°C .

- A que temperatura las vigas se separan 4,60 mm en sus extremos que se tocan.
- A la temperatura final de separación, ¿qué deformación experimenta cada viga y cuál es la longitud final de cada una de ellas?

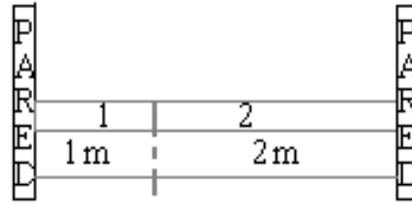


Fig. 6.13 Varillas empotradas. Ejercicio 6.12

Solución

- $\Delta L_1 = 1,00 \times 2 \times 10^{-5} \times \Delta T$; $\Delta L_2 = 2,00 \times 3 \times 10^{-5} \times \Delta T$;
 $\Delta L = \Delta L_1 + \Delta L_2 = 8 \times 10^{-5} \Delta T = -4,60 \times 10^{-3}$; $\Delta T = -57,5^{\circ}\text{C}$; $T = 120 - 57,5 = 62,5^{\circ}\text{C}$
- $\Delta L_1 = 2 \times 10^{-5} \times (-57,5) = -1,15 \times 10^{-3}$ m; $\Delta L_2 = 6,00 \times 10^{-5} \times (-57,5) = -3,45 \times 10^{-3}$ m
 $L_1 = 1,00(1 + 2 \times 10^{-5} \times (-57,5)) = 0,999$ m; $L_2 = 2,00(1 + 3 \times 10^{-5} \times (-57,5)) = 1,997$ m

EJERCICIO 6.13

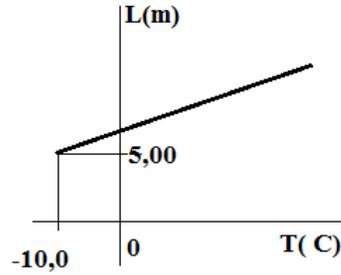
Una pieza de acero de $1,5 \text{ cm}^2$ de sección transversal, ha sido empotrada en invierno, a una temperatura de -10°C , entre dos muros de mampostería, separados 5,0 m. La temperatura cambia desde -10°C hasta 50°C . ($Y_{\text{acero}} = 20 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$. $\alpha_{\text{acero}} = 12 \times 10^{-6} /^{\circ}\text{C}$). Se pide:

- Si la pieza de acero estuviese libre, calcule la dilatación máxima que sufriría.
- Encuentre el esfuerzo máximo al que está sometido la pieza de acero al calentarse, debido a su empotramiento.
- Encuentre una expresión del esfuerzo en la pieza de acero en función de la temperatura y haga una gráfica en un sistema coordenado del esfuerzo vs. la temperatura.

Solución

- $\Delta L = 5,00 \times 12 \times 10^{-6} \times 60 = 3,6 \times 10^{-3}$ m
- $\Delta L = SL/Y$; $S = 3,6 \times 10^{-3} \times 20 \times 10^{10} / 5,00 = 1,44 \times 10^8 \text{ N/m}^2$
- $\Delta L = 5,00 \times 12 \times 10^{-6} \times (T + 10,0) = L - 5,00$; $L(T) = 5,00 + 60,0 \times 10^{-6} (T + 10,0)$

Fig. 6.14 Varillas empotradas. Ejercicio 6.13



EJERCICIO 6.14

El coeficiente de dilatación lineal del acero es $\alpha = 12 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

. ¿Qué holgura habrá que dejar en una estructura de acero para permitir la dilatación lineal de una viga de 20 m de longitud? Considera que la longitud de la viga se ha medido a 20°C y que la estructura puede llegar a soportar 70°C . (R: 1,2 cm)

PROBLEMAS PROPUESTOS

PROBLEMA 6.1

Dos rieles de acero de 10 metros de largo cada uno, se colocan tocándose uno a otro, a la temperatura de 40°C . A que separación se encontrarán los extremos de la dos rieles cuando la temperatura baja a -10°C . $\alpha_{ac} = 13 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$.

PROBLEMA 6.2

La sección transversal de una barra de acero es de 30 mm^2 . Cuál será la fuerza mínima necesaria para evitar su contracción cuando se enfría desde 520°C hasta la temperatura de 20°C . $E_{ac} = 2,1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$.

PROBLEMA 6.3

A la temperatura de 20°C el volumen de cierto matraz de vidrio es exactamente de 100 cm^3 hasta la señal de referencia que lleva su cuello. El matraz está lleno hasta dicha señal con un líquido cuyo $\alpha = 120 \times 10^{-5} / ^\circ\text{C}$. La sección transversal del cuello es de 1 cm^2 y puede considerarse constante. Qué volumen ascenderá o descenderá de líquido en el cuello cuando la temperatura se eleve a 40°C . $\alpha_V = 8 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$.

PROBLEMA 6.4

Un frasco de vidrio de un volumen de 1000 cm^3 a 20°C está lleno de mercurio que se derramará cuando la temperatura se eleva a 50°C , siendo el coeficiente de dilatación lineal del vidrio $\alpha_v = 9 \times 10^{-6} /^\circ\text{C}$ y el coeficiente de dilatación cúbica del mercurio $\alpha_{\text{Hg}} = 1,82 \times 10^{-4} /^\circ\text{C}$, calcular el volumen de mercurio derramado.

PROBLEMA 6.5

Una regla de acero tiene una longitud de $1,20 \text{ m}$ a 0°C con igual que otra regla del mismo material a $60,0^\circ\text{C}$. Cuál es la diferencia de sus longitudes a $35,0^\circ\text{C}$

PROBLEMA 6.6

Cuando la temperatura de una moneda metálica se eleva en 100°C , su diámetro aumenta en $0,150\%$, determine:

- El coeficiente de dilatación lineal.
- El porcentaje de aumento en el área de una cara.
- Si su volumen inicial es de $9,00 \text{ cm}^2$, halle el incremento en el volumen

PROBLEMA 6.7

La longitud de la columna de mercurio en cierto termómetro es $1,30 \text{ cm}$ cuando está en agua con hielo y $12,0 \text{ cm}$ cuando está en agua hirviendo. En la mesa del laboratorio, la longitud de la columna es $4,3 \text{ cm}$. Halle:

- La temperatura del laboratorio
- La longitud de la columna de mercurio cuando la temperatura sea 40°C
- Una expresión para la temperatura (T) marcada por el termómetro en función de la longitud de la columna (x) y grafique T vs x

PROBLEMA 6.8

Una esfera de diámetro $20,0 \text{ cm}$, flota entre dos líquidos de densidades $0,800 \text{ g/cm}^3$ y $1,10 \text{ g/cm}^3$, sabiendo que la línea de separación de los dos líquidos pasa por el centro de la esfera, determine:

- La fuerza de empuje sobre la esfera
- la densidad de la esfera
- el peso de la esfera

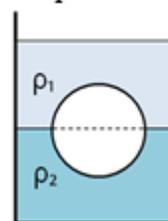


Fig. 6.15 Varillas empotradas. Problema 6.8

PROBLEMA 6.9

La plataforma (P) de la figura es horizontal, se encuentra a $2,00^\circ\text{C}$ y está apoyada en 2 columnas; una de Aluminio ($\alpha_{\text{aluminio}} = 24 \times 10^{-6} /^\circ\text{C}$) y otra de Hierro ($\alpha_{\text{hierro}} = 12 \times 10^{-6} /^\circ\text{C}$). Al calentarse las columnas, estas sufren un proceso de dilatación.

- Determine las longitudes iniciales de ambas columnas a $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ para que la plataforma (P) ascienda horizontalmente a cualquier temperatura, sabiendo que el nivel del puntos A se mantiene constante a 50 cm
- Considerando la parte (a), calcule la altura que asciende la plataforma (P) si la temperatura se incrementa hasta $10\text{ }^{\circ}\text{C}$

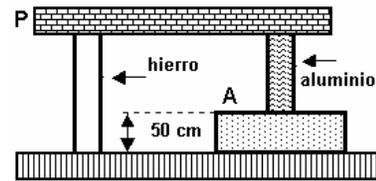


Fig. 6.16 Varillas empotradas. Problema 6.9

PROBLEMA 6.10

Una ampolla de vidrio se llena completamente con 170,5 mL de mercurio a la temperatura de $10,0\text{ }^{\circ}\text{C}$. En la boca de la ampolla está soldado un tubo de vidrio de 2,4 mm de diámetro interno como se muestra en la figura. Si la temperatura del sistema inicia a $0,0\text{ }^{\circ}\text{C}$ y se eleva hasta $60,0\text{ }^{\circ}\text{C}$, se pide determinar: (El cambio en el área del tubo puede despreciarse.)

- El volumen final del mercurio en el tubo de vidrio.
- Encuentre una expresión para la altura h del mercurio en el tubo de vidrio en función de la temperatura T y grafique h vs T .
- La altura del mercurio en el tubo.

Los coeficientes de dilatación volumétrica del vidrio y del mercurio son respectivamente: $2,2 \times 10^{-5}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ y $18 \times 10^{-5}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$

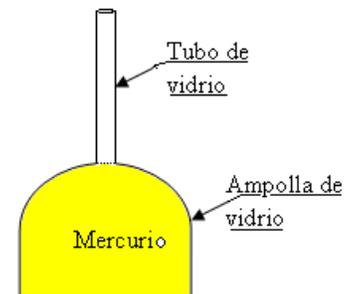


Fig. 6.17 Varillas empotradas. Problema 6.10

PROBLEMA 6.11

En un laboratorio un científico estudia el fenómeno de dilatación, en su experimento desea encajar perfectamente un anillo de cobre en un cilindro. El anillo tiene un radio de 2,00 cm a $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ y un coeficiente de dilatación lineal de $17 \times 10^{-6}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$; determine a que temperatura el anillo debe ser calentado para que sea introducido en un cilindro cuya área de base es igual a 15 cm^2 .

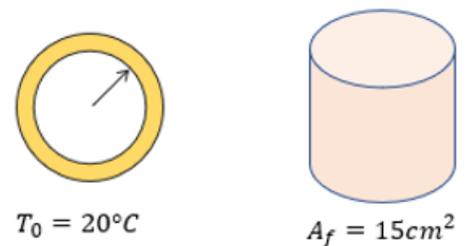


Fig. 6.18 Varillas empotradas. Problema 6.11

PROBLEMA 6.12

Se tiene una cinta métrica de acero calibrada a $25,0^{\circ}\text{C}$ y con esta se mide una varilla de aluminio, resultando $5,00\text{ m}$ de longitud. Si se realiza otra medición cuando ambas están a 0°C , halle la medida que se obtiene. $\alpha_{\text{Acero}} = 11 \times 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$, $\alpha_{\text{aluminio}} = 24 \times 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$.

Rpta. $4,99\text{ m}$

PROBLEMA 6.13

Un cubo de aluminio ($\alpha = 2,4 \times 10^{-5}/^{\circ}\text{C}$) de $0,150\text{ m}$ por lado se calienta desde $20,0^{\circ}\text{C}$ a $80,0^{\circ}\text{C}$. Calcule:

- la variación (cambio) de su volumen
- la variación porcentual de su densidad.

Rpta. $1,46 \times 10^{-5} \text{ m}^3$; b) $-0,432\%$

PROBLEMA 6.14

Un aro de acero sólido de radio $0,450\text{ m}$ gira alrededor de su eje en rodamientos sin fricción con una velocidad angular $\omega = 32,8 \text{ rad/s}$. Si luego se eleva su temperatura de $20,0^{\circ}\text{C}$ a $80,0^{\circ}\text{C}$, ($E_c = I\omega^2/2$, $I = MR^2/2$, $\alpha = 1,2 \times 10^{-5}/^{\circ}\text{C}$); ¿cuál es el cambio fraccional en ω ?

Rpta. $1,44 \times 10^{-3}$