

$$1084.6) 133 \mid \underbrace{11^{n+2} + 12^{2n+1}}_{a_n} \text{ za } n \geq 0$$

$$1) n=0$$

$$a_n = 11^2 + 12 = 133 \rightarrow 133 \mid a_0 = 133$$

$$2) 133 \mid a_n = 11^{n+2} + 12^{2n+1} \rightarrow 133 \mid a_{n+1} = 11^{n+3} + 12^{2n+3}$$

индукцијска хипотеза

$$3) a_{n+1} = 11^{n+2} \cdot 11 + 12^{2n+1} \cdot 12^2 = 11 \cdot 11^{n+2} + 144 \cdot 12^{2n+1}$$

$$= 11 \cdot 11^{n+2} + 11 \cdot 12^{2n+1} + 133 \cdot 12^{2n+1} = 11 \underbrace{(11^{n+2} + 12^{2n+1})}_{\text{по индукцијској хипотези}} + 133 \cdot 12^{2n+1}$$

$$\Rightarrow 133 \mid a_{n+1}$$

$$д) 17 \mid \underbrace{6^{2n} + 19^n - 2^{n+1}}_{a_n} \text{ za } n \geq 0$$

$$1) n=0$$

$$a_0 = 1 + 1 - 2 = 0 \rightarrow 17 \mid a_0 = 0$$

$$2) 17 \mid a_n = 6^{2n} + 19^n - 2^{n+1} \rightarrow 17 \mid a_{n+1} = 6^{2n+2} + 19^{n+1} - 2^{n+2}$$

индукцијска хипотеза

$$3) a_{n+1} = 36 \cdot 6^{2n} + 19 \cdot 19^n - 2 \cdot 2^{n+1}$$

$$a_{n+1} = 2 \cdot 6^{2n} + 34 \cdot 6^{2n} + 2 \cdot 19^n + 17 \cdot 19^n - 2 \cdot 2^{n+1} \\ = 2 \underbrace{(6^{2n} + 19^n - 2^{n+1})}_{\text{по индукцијској хипотези}} + 17(2 \cdot 6^{2n} + 19^n)$$

$$\Rightarrow 17 \mid a_{n+1}$$

$$ђ) 11 \mid \underbrace{30^n + 4^n(3^n - 2^n) - 1}_{a_n} \rightarrow a_n = 30^n + 12^n - 8^n - 1$$

$$1) n=0$$

$$a_0 = 1 + 1 - 1 - 1 = 0 \rightarrow 11 \mid a_0 = 0$$

$$2) 11 \mid a_n = 30^n + 12^n - 8^n - 1 \rightarrow 11 \mid a_{n+1} = 30^{n+1} + 12^{n+1} - 8^{n+1} - 1$$

индукцијска хипотеза

$$3) a_{n+1} = 30 \cdot 30^n + 12 \cdot 12^n - 8 \cdot 8^n - 1 = 30^n + 29 \cdot 30^n + 12^n + 11 \cdot 12^n - 8^n - 7 \cdot 8^n \\ 8^n = \underbrace{(30^n + 12^n - 8^n - 1)}_{\text{по индукцијској хипотези}} + \underbrace{29 \cdot 30^n + 11 \cdot 12^n - 7 \cdot 8^n}_{\text{дељиво}}$$

$$\Rightarrow 11 \mid a_{n+1}$$

$$\Rightarrow \text{доказати да је } 11 \mid \underbrace{29 \cdot 30^n - 7 \cdot 8^n}_{a'_n} \rightarrow a'_n = 29 \cdot 30^n - 7 \cdot 8^n$$

$$1) n=0$$

$$a'_0 = 29 - 7 = 22 \rightarrow 11 \mid a'_0 = 22$$

$$2) 11 \mid a'_n = 29 \cdot 30^n - 7 \cdot 8^n \rightarrow 11 \mid a'_{n+1} = 29 \cdot 30^{n+1} - 7 \cdot 8^{n+1}$$

индукцијска хипотеза

$$3) a'_{n+1} = 29 \cdot 30 \cdot 30^n - 7 \cdot 8 \cdot 8^n = 29 \cdot 8 \cdot 30^n + 29 \cdot 22 \cdot 30^n - 7 \cdot 8 \cdot 8^n \\ = 8 \underbrace{(29 \cdot 30^n - 7 \cdot 8^n)}_{\text{по индукцијској хипотези}} + \underbrace{29 \cdot 22 \cdot 30^n}_{\text{дељиво}}$$