

Limieten van functies

www.karelappeltans.be

March 16, 2021

1 Theorie

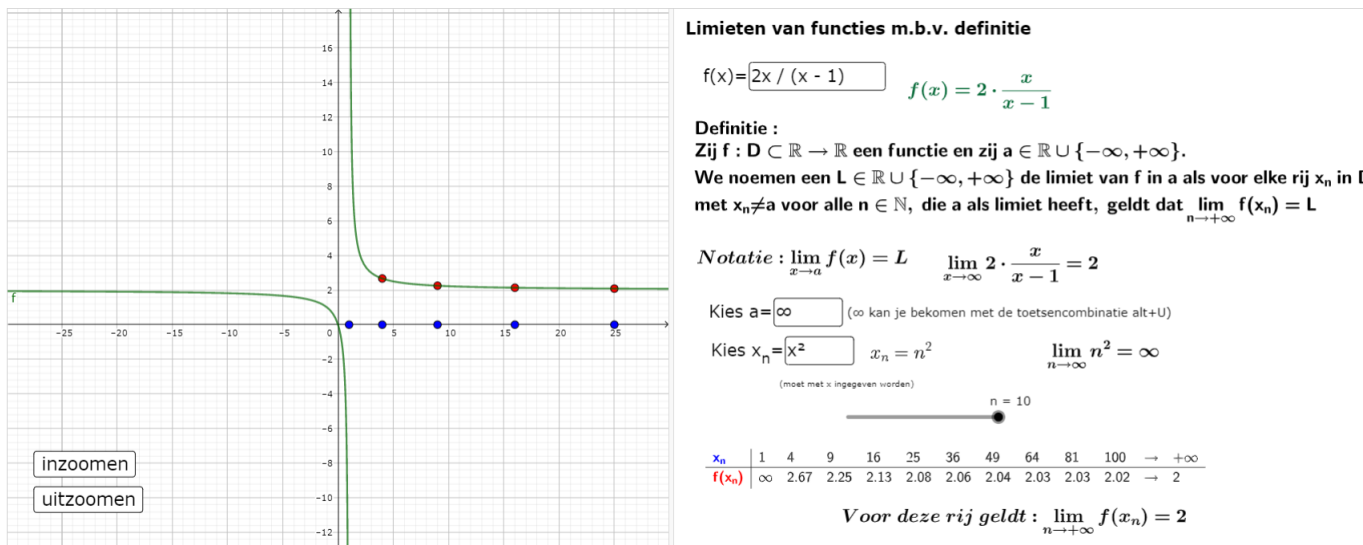


Figure 1: <https://www.geogebra.org/m/gysvpvdp>

2 Voorbeeld van geen limiet hebben

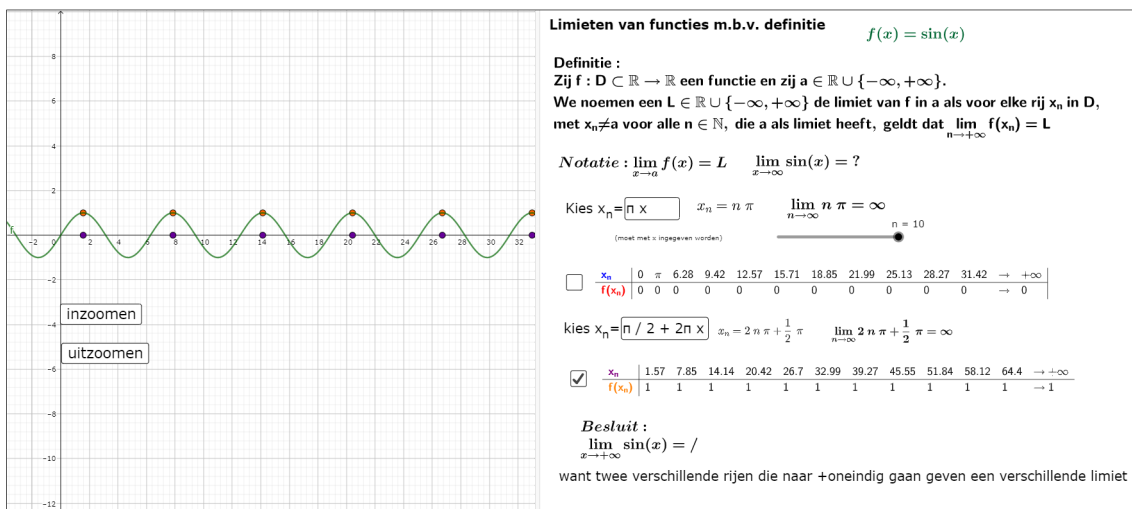


Figure 2: <https://www.geogebra.org/m/gysvpvdp>

3 Rekenregels

Alle geziene rekenregels van bij rijen blijven geldig

4 onbepaaldheden

Volgende symbolische uitdrukkingen noemen we een onbepaaldheid:

$$\frac{0}{0} \quad \frac{\infty}{\infty} \quad 0 \cdot \infty \quad \infty - \infty$$

5 limiet naar oneindig

Basisregel: Hoogstegraadstermen afzonderen

6 limiet naar getal

Basisregel: getal invullen

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$$

6.1 onbepaaldheid $\frac{0}{0}$

6.1.1 oplossen m.b.v. ontbinden in factoren

0/0 oplossen m.b.v. ontbinding in factoren

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^3 - 2x^2 - x - 6} = \left(\frac{0}{0} \right)$$

T en N ontbinden in factoren m.b.v. Horner

$$\begin{array}{r|rrr} & 1 & -4 & 3 \\ 3 & & 3 & -3 \\ \hline & 1 & -1 & ||0 \end{array} \quad \begin{array}{r|rrrr} & 1 & -2 & -1 & -6 \\ 3 & & 3 & 3 & 6 \\ \hline & 1 & 1 & 2 & ||0 \end{array}$$
$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x-1)}{(x-3)(x^2+x+2)}$$
$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-1}{x^2+x+2}$$
$$= \frac{2}{14} = \frac{1}{7}$$

Figure 3: <https://www.geogebra.org/m/gysvpvdp>

6.1.2 oplossen m.b.v. toegevoegde

$$\lim_{x \rightarrow 6} \frac{6 - \sqrt{5x+6}}{x^2 - 8x + 12} \left(\frac{0}{0} \right)$$
$$= \lim_{x \rightarrow 6} \frac{6 - \sqrt{5x+6}}{x^2 - 8x + 12} \cdot \frac{6 + \sqrt{5x+6}}{6 + \sqrt{5x+6}}$$
$$= \lim_{x \rightarrow 6} \frac{36 - (5x+6)}{(x-6)(x-2)(6 + \sqrt{5x+6})}$$
$$= \lim_{x \rightarrow 6} \frac{-5(x-6)}{(x-6)(x-2)(6 + \sqrt{5x+6})}$$
$$= \frac{-5}{(6-2)(5 + \sqrt{5 \cdot 6 + 6})} = \frac{-5}{44}$$

Figure 4: <https://www.geogebra.org/m/gysvpvdp>

7 Oefeningen

1. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x+11}-4}{x-5}$
2. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3-2x+5}{13x^3-3x^2+x-7}$
3. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x^2+x-2}$
4. $\lim_{x \rightarrow -\infty} -x^3 + 3x^2 + 5x + 6$
5. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x+1}{x^2+3x-4}$
6. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{3}{x-5}$
7. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2+5x+1}{\sqrt{16x^4+x^3-9x^2+7x+2}}$
8. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(5x+4)^{70}(5x-3)^{30}}{(5x+7)^{100}}$
9. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3-8}{x-2}$
10. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5^x-3^x}{5^x+3^x}$
11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{ax+b}-2}{x} = 1$. Bepaal a en b
12. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{1+3x}-4}{x^2-25}$

8 Taken

1. Limiet van functies