Limieten van functies

www.karelappeltans.be

April 14, 2023

1 Grafisch

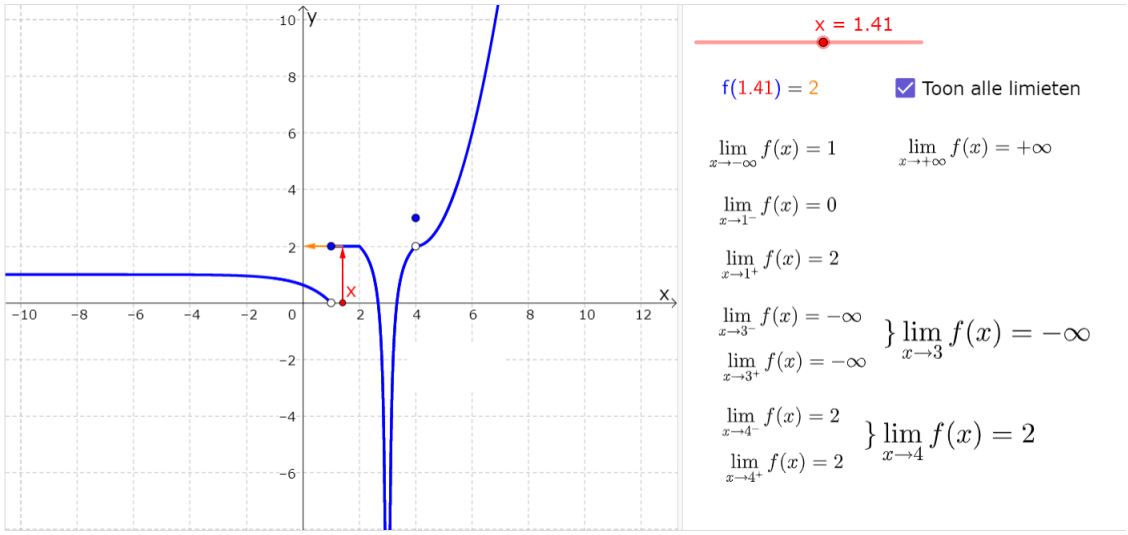

Figure 1: https://www.geogebra.org/m/nutjugnx

2 Theoretisch

2.1 Voorbeelden

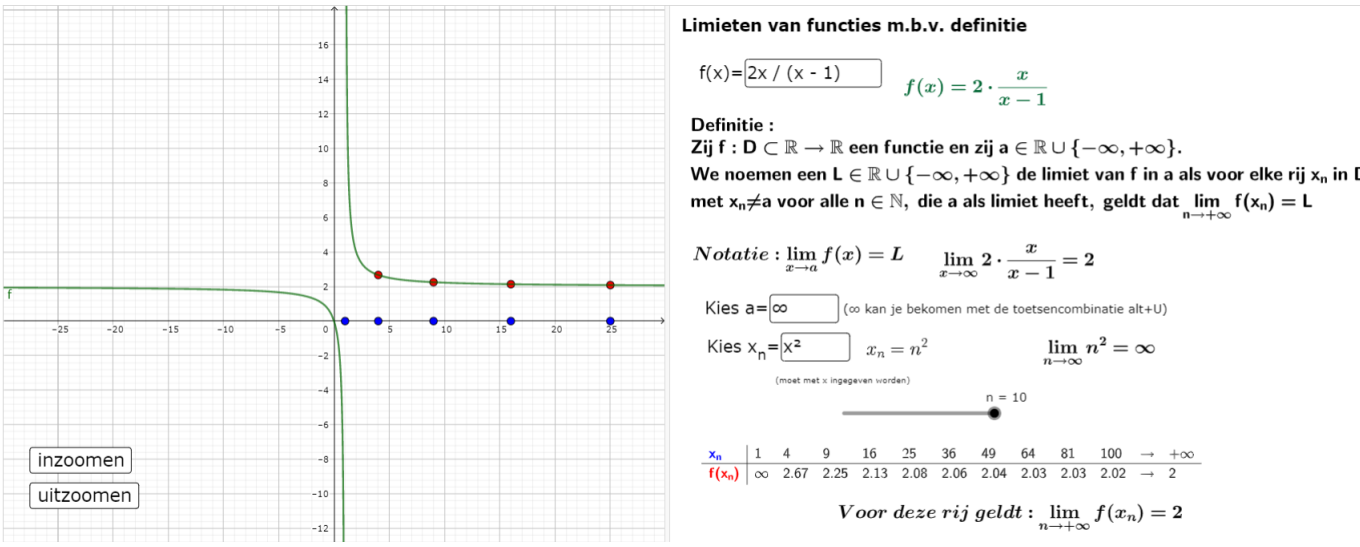

Figure 2: https://www.geogebra.org/m/gysvpvdp

2.2 Voorbeeld van geen limiet hebben

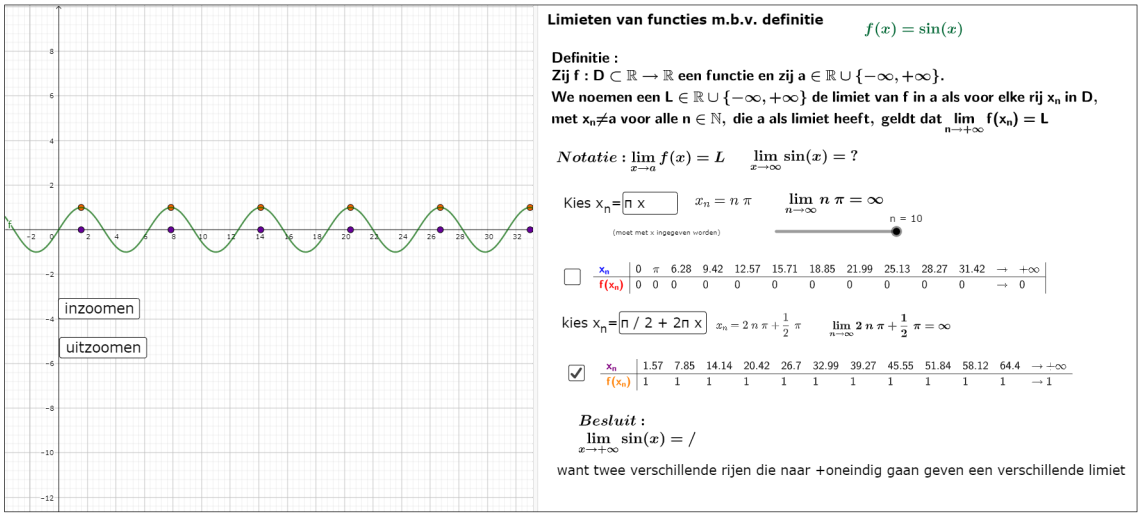

Figure 3: https://www.geogebra.org/m/gysvpvdp

3 Rekenregels

Alle geziene rekenregels van bij rijen blijven geldig

3.1 onbepaaldheden

Volgende symbolische uitdrukkingen noemen we een onbepaaldheid:

$$\frac{0}{0} \quad \frac{\pm\infty}{\pm\infty} \quad 0 \cdot \pm\infty \quad \pm\infty \mp \infty$$

3.2 limiet naar oneindig

Basisregel: Hoogstegraadstermen afzonderen

3.2.1 onbepaaldheid $\frac{\pm\infty}{\pm\infty}$

Oplossen: breuk van hoogstegraadstermen

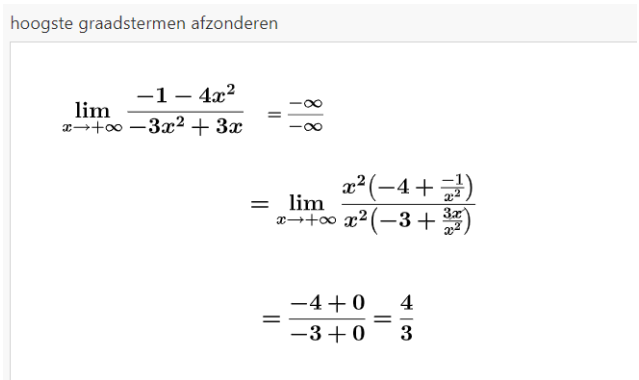

Figure 4: https://www.geogebra.org/m/rnmp7qws

3.2.2 onbepaaldheid $\pm\infty - \mp\infty$

Oplossen: vermenigvuldigen met het toegevoegde

3.3 limiet naar getal

Basisregel: getal invullen

$$\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$$

3.3.1 onbepaaldheid $\frac{0}{0}$

oplossen m.b.v. ontbinden in factoren

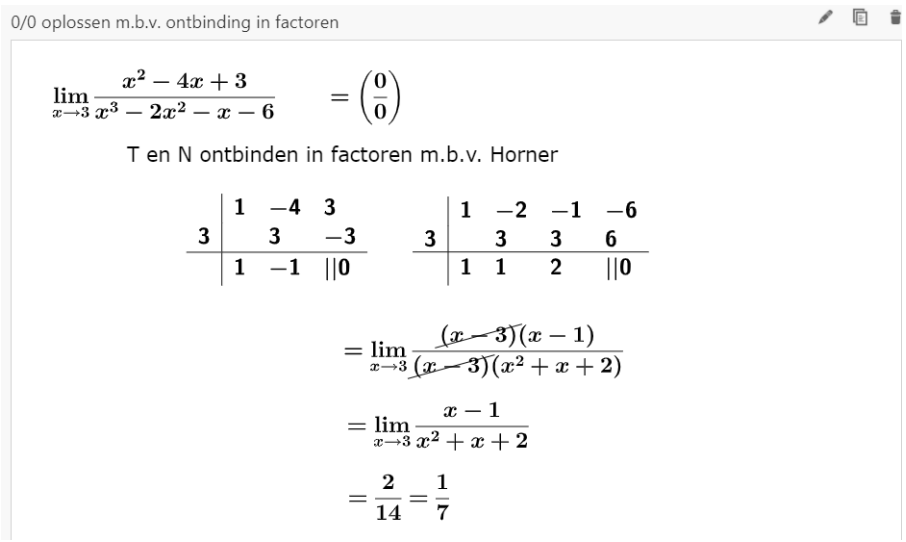

Figure 5: https://www.geogebra.org/m/rnmp7qws

oplossen m.b.v. toegevoegde

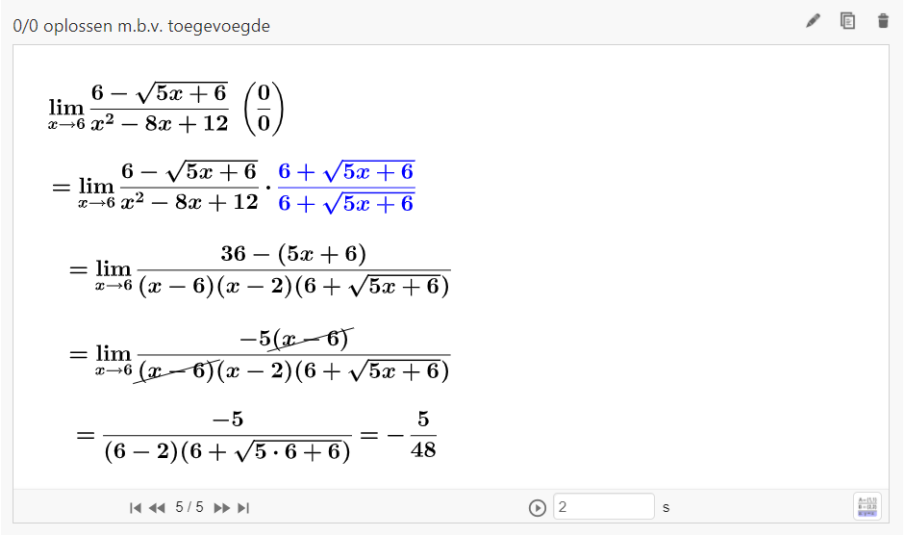

Figure 6: https://www.geogebra.org/m/rnmp7qws

4 Oefeningen

4.1 theorie

1. Bereken m.b.v. rijen volgende limieten

   (a) $\lim_{x \to +\infty} \frac{3x}{x^2+1}$

(b) $\lim_{x\to 2} \frac{x^2-4}{x+2}$

(c) $\lim_{x\to 1} \frac{1}{x-1}$

2. Toon aan m.b.v. goed gekozen rijen dat volgende limieten niet bestaan:

(a) $\lim_{x\to+\infty} \cos x$

(b) $\lim_{x\to+\infty} \tan x$

4.2 praktijk

1. $\lim_{x\to 5} \frac{\sqrt{x+11}-4}{x-5}$
2. $\lim_{x\to-\infty} \frac{2x^3-2x+5}{13x^3-3x^2+x-7}$
3. $\lim_{x\to 1} \frac{x^2-1}{x^2+x-2}$
4. $\lim_{x\to-\infty} -x^3+3x^2+5x+6$
5. $\lim_{x\to 1} \frac{5x+1}{x^2+3x-4}$
6. $\lim_{x\to 5} \frac{3}{x-5}$
7. $\lim_{x\to+\infty} \frac{3x^2+5x+1}{\sqrt{16x^4+x^3-9x^2+7x+2}}$
8. $\lim_{x\to+\infty} \frac{(5x+4)^{70}(5x-3)^{30}}{(5x+7)^{100}}$
9. $\lim_{x\to 2} \frac{x^3-8}{x-2}$
10. $\lim_{x\to-\infty} \frac{5^x-3^x}{5^x+3^x}$
11. $\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{ax+b}-2}{x} = 1$. Bepaal a en b
12. $\lim_{x\to 3} \frac{\sqrt{x+a}-b}{x-3} = \frac{1}{4}$. Bepaal a en b.
13. $\lim_{x\to 2} \frac{\sqrt{1+3x}-4}{x^2-25}$
14. Noem $L = \lim_{x\to} \frac{ax^3+bx^2}{x^7+x^2}$ met parameters $a \in \mathbb{R}_0^+$ en $b \in \mathbb{R}_0^-$. Welk van de volgende uitspraken over L is waar:

(a) $L = 0$

(b) $L \in \mathbb{R}_0^+$

(c) $L \in \mathbb{R}_0^-$

(d) $L = +\infty$

15. Bepaal de waarde van k zodat de volgende functies continu zijn

(a) $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{2x}}{x^2-x} & x \neq 1 \\ k & x = 1 \end{cases}$

(b) $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{4+x^2}-2}{x^2} & x \neq 0 \\ k & x = 0 \end{cases}$

16. Bepaal de waarde van a en b zodat onderstaande functie overal continu is

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+4x-a}{x^2+2x-3} & x < 1 \\ x-b & x \geq 1 \end{cases}$$

5 Taken

1. Limiet van functies