

Problemas – Tema 2

CCSS Problemas resueltos - 1 - integral indefinida y constante de integración

1. Calcula las siguientes integrales indefinidas inmediatas.

a) $\int \frac{\ln^2 x}{x} dx$

Recordamos la derivada de la potencia $\rightarrow \frac{d}{dx}[f(x)^n] = n \cdot f(x)^{n-1} \cdot f'(x)$

$$\frac{1}{3} \int \frac{3 \cdot \ln^2 x}{x} dx = \frac{1}{3} \ln^3 x + C$$

b) $\int \sin(x) \cdot \cos(x) dx \rightarrow \frac{1}{2} \int 2 \cdot \sin(x) \cdot \cos(x) dx = \frac{1}{2} \sin^2(x) + C$

c) $\int \frac{x}{1+5x^4} dx$

Recordamos la derivada de la arcotangente $\rightarrow \frac{d}{dx}[\operatorname{arctg}(f(x))] = \frac{f'(x)}{1+f^2(x)}$

$$\int \frac{x}{1+(\sqrt{5} \cdot x^2)^2} dx = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{5}} \int \frac{2 \cdot \sqrt{5} \cdot x}{1+(\sqrt{5} \cdot x^2)^2} dx = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{5}} \operatorname{arctg}(\sqrt{5} \cdot x^2) + C$$

d) $\int \frac{1}{x \cdot \ln(x) \cdot \ln[\ln(x)]} dx = \ln[\ln(\ln(x))] + C$

e) $\int \frac{\sqrt{x}}{x} dx = \int \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2 \cdot \int \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x}} dx = 2 \cdot \sqrt{x} + C$

$$\text{f) } \int \frac{x-1}{\sqrt{x-1}} dx = \int (x-1)^{\frac{1}{2}} dx = \frac{2}{3} \int \frac{3}{2} (x-1)^{\frac{1}{2}} dx = \frac{2}{3} (x-1)^{\frac{3}{2}} + C$$

2. Calcula las siguientes integrales indefinidas inmediatas.

$$\text{a) } \int \frac{4^x - 7^x}{2^x} dx = \int \left(\frac{4^x}{2^x} - \frac{7^x}{2^x} \right) dx = \int \left(\frac{4}{2} \right)^x dx - \int \left(\frac{7}{2} \right)^x dx = \frac{2^x}{\ln(2)} - \frac{\left(\frac{7}{2}\right)^x}{\ln\left(\frac{7}{2}\right)} + C$$

$$\text{b) } \int \frac{4^x - 7^{2x}}{2^x - 7^x} dx = \int \frac{2^{2x} - 7^{2x}}{2^x - 7^x} dx = \int \frac{(2^x + 7^x)(2^x - 7^x)}{2^x - 7^x} dx = \int (2^x + 7^x) dx = \frac{2^x}{\ln(2)} + \frac{7^x}{\ln(7)} + C$$

$$\text{c) } \int \frac{25^{\ln(x)}}{x \cdot 9^{\ln(x)}} dx = \int \frac{1}{x} \cdot \left(\frac{25}{9} \right)^{\ln(x)} dx = \frac{\left(\frac{25}{9} \right)^{\ln(x)}}{\ln\left(\frac{25}{9} \right)} + C$$

$$\text{d) } \int \cos[f_0](x) \cdot e^{\text{sen}(x)} dx = e^{\text{sen}(x)} + C$$

$$\text{e) } \int 3^{x+1} \cdot \cos(3^x) dx = 3 \cdot \int 3^x \cos(3^x) dx = \frac{3}{\ln 3} \cdot \text{sen}(3^x) + C$$

$$\text{f) } \int a \cos(x) dx = a \text{sen}(x) + C$$

3. Resuelve $\int x \cdot e^{-x^2} dx$

La integral es inmediata, porque la derivada del exponente $-x^2$ de la exponencial es $-2x$. Es decir:

$$\int x \cdot e^{-x^2} dx = \frac{1}{-2} \int -2x \cdot e^{-x^2} dx = \frac{-1}{2} e^{-x^2} + C$$