

33 Mètodes de càlcul. Exemples

33.4 Takabeya

El mètode de Takabeya per a la resolució de pòrtics hiperestàtics, o de nusos rígids, és molt semblant al mètode de Cross. També es tracta d'un sistema aproximat que utilitza les successives aproximacions mitjançant iteracions. Excepte aquestes, tota la preparació prèvia de rigideses, distribucions, moments d'encastaments, etc és semblant en els dos mètodes. És en les iteracions on es produeixen certes diferències, atès que Takabeya treballa amb la deformació angular dels nusos. El pòrtic objecte de càlcul és el que es veu a la figura 33.26 amb tres bigues, una d'elles en voladís, i dos suports. En el punt A es troba una articulació i en els punts E i D, encastaments perfectes. Aquest exemple està inspirat en l'estudi '*Análisis de Estructuras*' de Jairo Uribe Escamilla editat per ECOE Ediciones el 2002. És un exemple molt ben desenvolupat i especialment adequat, tenint en compte la limitació de recursos de GeoGebra. El procés de càlcul, suposant que es coneix la geometria, les dimensions de les barres i el material de què està compost el pòrtic, qüestions que es troben a la segona pantalla gràfica en forma de punts lliscants, és el següent.

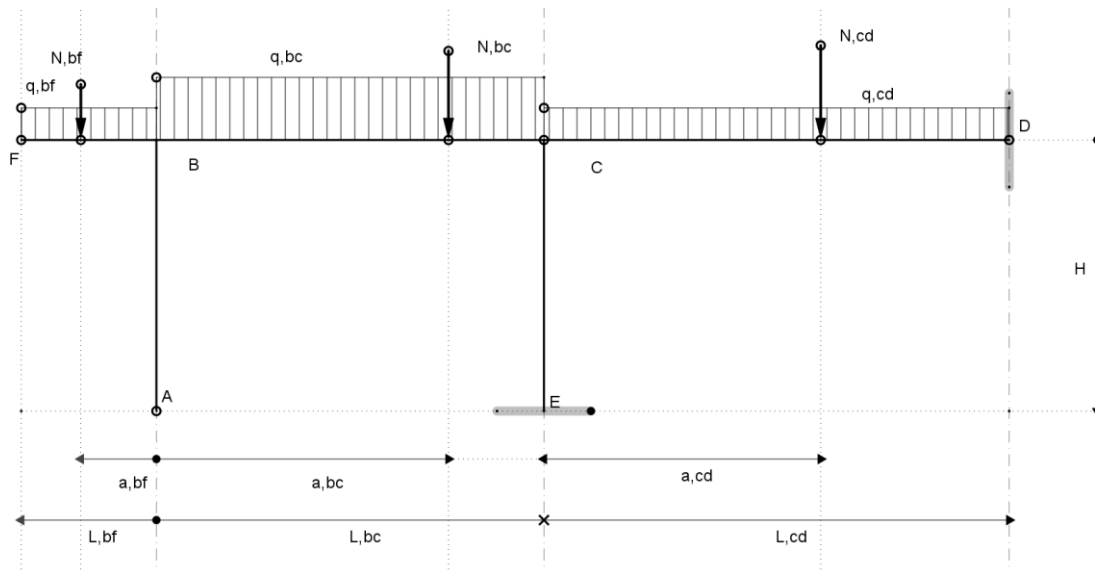


Fig. 33.26

1. Rigideses. Per a cada barra es calcula la rigidesa $K = 4 \cdot E \cdot I / L$, sent I , el moment d'inèrcia de les barres (com són totes rectangulars serà $I = b \cdot h^3 / 12$, sent b la base de la secció i h el cantell), L la longitud i E el mòdul de elasticitat del material que conforma el pòrtic. Com que les rigideses es relacionen entre elles i se suposa que el material del pòrtic és el mateix, es prescindeix del valor d' E . La rigidesa del voladís K_{bf} es nul·la, per això no es donen les seves dimensions. A la barra articulada la rigidesa es multiplica per $\frac{3}{4}$.

2. Factor de distribució. Es determina el factor de distribució μ de les barres a partir de la meitat de la seva rigidesa relativa canviada de signe. Per exemple, a la barra B-C serà $\mu_{cb} = -0.5 \cdot K_{cb} / (K_{cb} + K_{ec} + K_{cd})$.

3. Moments d'encastament. Les barres horitzontals se suposen doblement encastades i es calcula el moment d'encastament a cadascun dels seus extrems. Quan la barra té un dels seus extrems articulats, es calcula el moment d'encastament com si es tractes d'una biga encastada-articulada. Els moments d'encastament en els extrems de les barres tenen signe contrari. S'ha adoptat com a positiu el de l'extrem esquerre i negatiu el de la dreta. És el criteri normalment

utilitzat a la Resistència de Materials. Això contrasta amb els signes finals de resultats en què s'anomena moment negatiu el que produeix traccions a la testa superior de la biga.

4. Girs inicials. Es determinen els girs inicials de la següent manera: $\phi_i = -\Sigma M_{ij} / 2 \cdot \Sigma k_{ij}$, sent ϕ_i el gir inicial del nus i, ΣM_{ij} la suma de moments que conflueixen en el nus i, amb el seu signe i Σk_{ij} la suma de rigideses que conflueixen en el mateix nus i.

5. Iteracions. A la figura 33.28 s'observen les tres iteracions numèriques realitzades en aquest exemple i a la figura 33.27 el resultat de les iteracions en el mateix esquema estructural del pòrtic considerat. Igualment, al full de càlcul que acompanya aquesta aplicació, es troben els càlculs corresponents.

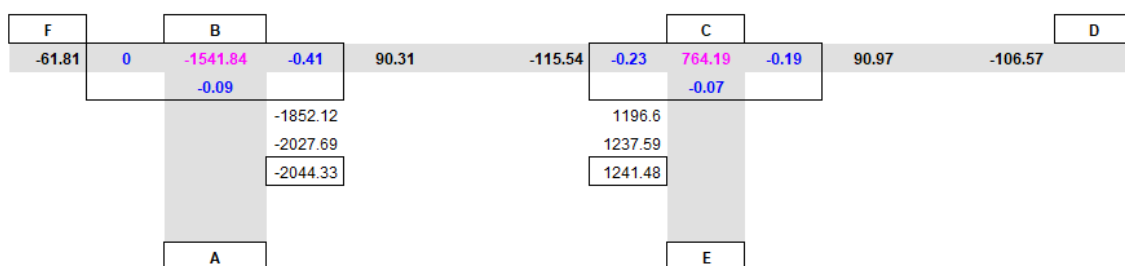


Fig. 33.27

Les iteracions es fan de la següent manera: $\phi_i^1 = \phi_i + \Sigma(\mu_{ij} \cdot \phi_j)$, sent ϕ_i^1 el gir del nus i en la primera iteració (1) i $\mu_{ij} \cdot \phi_j$ els productes dels factors de distribució per al gir inicial dels nusos de les barres que conflueixen en el nus i.

1ª iteració		2ª iteració		3ª iteració	
ϕ_b	-1852.12	ϕ_b	-2027.69	ϕ_b	-2044.33
ϕ_c	1196.6	ϕ_c	1237.59	ϕ_c	1241.48

Fig. 33.28

Els moments definitius es calculen amb la següent fórmula: $M_{ij} = M_{ij}^p + k_{ij} \cdot (2 \cdot \phi_i + \phi_j)$, sent M_{ij}^p el moment d'encastament perfecte en el nus on es calcula el moment definitiu, k_{ij} la rigidesa de la barra, sent i el nus abans indicat, i ϕ_i i ϕ_j els girs resultants de les iteracions (els últims valors obtinguts en el esquema i que es troben requadrats) en els nusos que determinen el moment definitiu.

A la figura 33.27 es veu:

- .Franges en color gris que representen l'esquema estructural i la numeració dels nusos.
- .Ressaltats de color negre es troben els moments d'encastament de les barres.
- .A la part inferior de la numeració dels nusos, i ressaltats de color vermell, es troben els girs inicials.
- .Al voltant del nusos, ressaltats de color blau, es troben els factor de distribució.
- .Amb requadre es troben els resultats finals. Indiquen el moment en què es deixen de fer iteracions perquè es creu que les diferències són mínimes.

D'aquesta manera, es poden observar les iteracions en el mateix lloc on es produeixen les alteracions dels moments a la pròpia estructura.

6. Resultats. A continuació, a les figures 33.29, 33.30 i 33.31 es donen els diagrames de reaccions, esforços tallants i moments flectors respectivament. En els resultats de la segona pantalla gràfica es troben els valors numèrics dels punts singulars dels diagrames. També es troben els càlculs previs de Takabeya

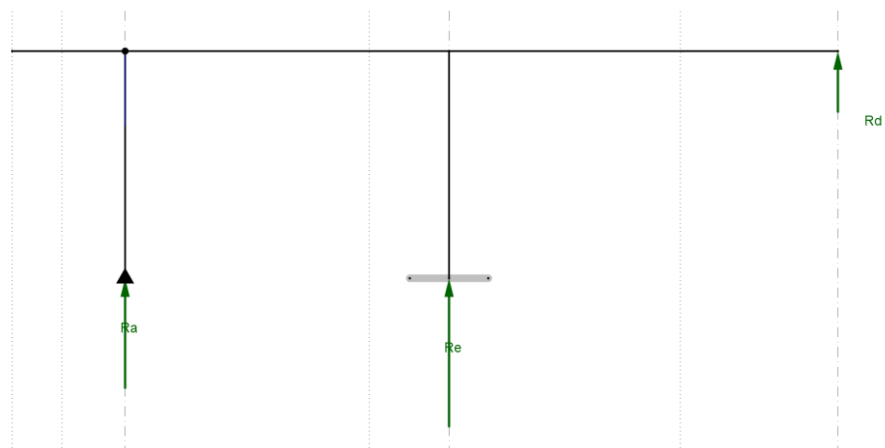


Fig. 33.29

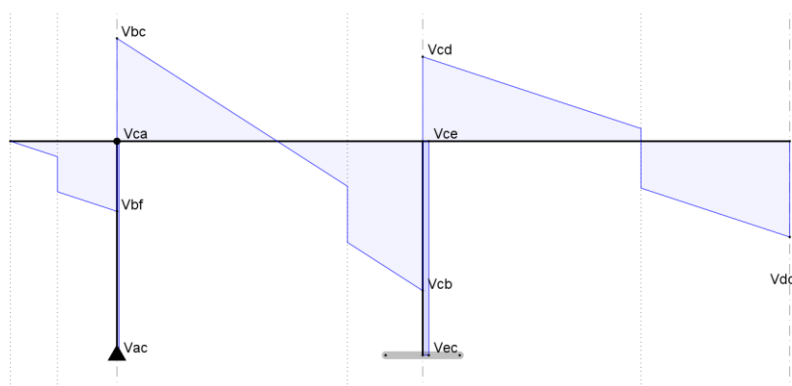


Fig. 33.30

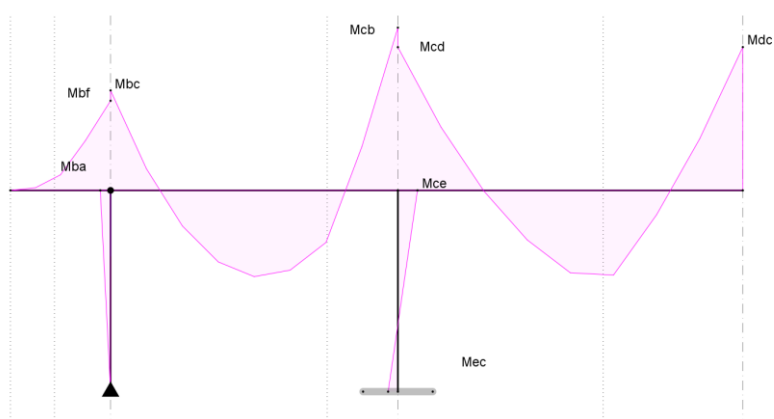


Fig. 33.31