MATHS MASTERS

10
ஆம் வகுப்பு

SLOW LEARNERS

FULL METERIAL

A.SUBBARAJ B.T.Assistant.,(Maths) Govt. High School, Irunchirai-626612, Virudhunagar District. Cell : 9965771582	P SENTHIL KUMAR B.T.Assistant.,(Maths) Govt. Hr Sec School, Panaiyur-626129, Virudhunagar District. Cell : 9944277834

Mail id: mathsmasters.vnr@gmail.com

Website: mathsmasters-vnr.blogspot.com

ஐந்து மதிப்பெண் வினாக்கள்

1) $A = \{x \in \mathbb{N} / 1 < x < 4\}$, $B = \{x \in \mathbb{W} / 0 \le x < 2\}$ மற்றும் $C = \{x \in \mathbb{N} / x < 3\}$ எனில், $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$ என்பதைச் சரிபார்க்கவும்.

தீர்வு:-

தரவு, $A = \{2, 3\}$, $B = \{0, 1\}$, $C = \{1, 2\}$

LHS: $B \cup C = \{0, 1, 2\}$

$A \times (B \cup C) = \{(2,0), (2,1), (2,2), (3,0), (3,1), (3,2)\}$ → **(1)**

RHS: $A \times B = \{(2,0), (2,1), (3,0), (3,1)$

$A \times C = \{(2,1), (2,2), (3,1), (3,2)$

$(A \times B) \cup (A \times C) = \{(2,0), (2,1), (2,2), (3,0), (3,1), (3,2)\}$ → **(2)**

∴(1) மற்றும்(2) லிருந்து $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$ என்பது சரிபார்க்கப்பட்டது.

2) $A = \{x \in \mathbb{N} / 1 < x < 4\}$, $B = \{x \in \mathbb{W} / 0 \le x < 2\}$ மற்றும் $C = \{x \in \mathbb{N} / x < 3\}$ எனில், $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$ என்பதைச் சரிபார்க்கவும்.

தீர்வு:-

தரவு, $A = \{2, 3\}$, $B = \{0, 1\}$, $C = \{1, 2\}$

LHS: $B \cap C = \{1\}$

$A \times (B \cap C) = \{(2, 1), (3, 1)\}$ → **(1)**

RHS: $A \times B = \{(2,0), (2,1), (3,0), (3,1)$

$A \times C = \{(2,1), (2,2), (3,1), (3,2)$

$(A \times B) \cap (A \times C) = \{(2, 1), (3, 1)\}$ → **(2)**

∴(1) மற்றும்(2) லிருந்து $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$ என்பது சரிபார்க்கப்பட்டது.

3) $A = \{x \in \mathbb{W} / x < 2\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} / 1 < x \le 4\}$ மற்றும் $C = \{3, 5\}$ எனில், $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$ என்பது உண்மையா என சோதிக்கவும்.

தீர்வு:-

தரவு, $A = \{0, 1\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, $C = \{3, 5\}$

LHS: $B \cup C = \{2, 3, 4, 5\}$

$A \times (B \cup C) = \{(0,2), (0,3), (0,4), (0,5), (1,2), (1,3),$

$(1,4), (1,5)\}$ → **(1)**

RHS: $A \times B = \{(0,2), (0,3), (0,4), (1,2), (1,3), (1,4)\}$

$A \times C = \{(0,3), (0,5), (1,3), (1,5)\}$

$(A \times B) \cup (A \times C) = \{(0,2), (0,3), (0,4), (0,5), (1,2),$

$(1,4), (1,5)\}$ → **(2)**

∴ (1) மற்றும் (2) லிருந்து $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$ என்பது சரிபார்க்கப்பட்டது.

4) $A = \{x \in \mathbb{W} / x < 2\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} / 1 < x \le 4\}$ மற்றும் $C = \{3, 5\}$ எனில், $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$ என்பது உண்மையா என சோதிக்கவும்.[S-21]

தீர்வு:-

தரவு, $A = \{0, 1\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, $C = \{3, 5\}$

LHS: $B \cap C = \{3\}$

$A \times (B \cap C) = \{(0, 3), (1,3)\}$ →→ **(1)**

RHS: $A \times B = \{(0,2),(0,3),(0,4),(1,2),(1,3),(1,4)\}$

$A \times C = \{(0,3),(0,5),(1,3),(1,5)\}$

$(A \times B) \cap (A \times C) = \{(0,3),(1,3)\}$ → **(2)**

∴ (1) மற்றும் (2) விருந்து $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$ என்பது சரிபார்க்கப்பட்டது.

5) $A = \{x \in \mathbb{N} / 1 < x < 4\}$, $B = \{x \in \mathbb{W} / 0 \leq x < 2\}$ மற்றும் $C = \{x \in \mathbb{N} / x < 3\}$ எனில், $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$ என்பதைச் சரிபார்க்கவும்.

தீர்வு:-

தரவு, $A = \{0, 1\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, $C = \{3, 5\}$

LHS: $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

$(A \cup B) \times C) = \{(0,3),(0,5),(1,3),(1,5),(2,3,(2,5),$

$(3,3)(3,5),(4,3),(4,5)\}$ → **(1)**

RHS: $A \times C = \{(0,3),(0,5),(1,3),(1,5)\}$

$B \times C = \{(2,3),(2,5),(3,3),(3,5),(4,3),(4,5)\}$

$(A \times C) \cup (B \times C) = \{(0,3),(0,5),(1,3),(1,5),(2,3,(2,5),$

$(3,3)(3,5),(4,3),(4,5)\}$ → **(2)**

∴(1) மற்றும் (2) விருந்து $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$ என்பது சரிபார்க்கப்பட்டது.

6) A என்பது 8 - ஐ விடக் குறைவான இயல் எண்களின் கணம், B என்பது 8 - ஐ விடக் குறைவான பகா எண்களின் கணம் மற்றும் C என்பது இரட்டைப்படை பகா எண்களின் கணம் எனில் $(A \cap B) \times C = (A \times C) \cap (B \times C)$ என்பதைச் சரிபார்க்கவும்.[S-20]

தீர்வு:-

தரவு, $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $B = \{2, 3, 5, 7\}$, $C = \{2\}$

LHS: $A \cap B = \{2, 3, 5, 7\}$

$(A \cap B) \times C = \{(2,2),(3,2),(5,2),(7,2)\}$ → (1)

RHS: $A \times C = \{(1,2),(2,2),(3,2),(4,2),(5,2),(6,2),(7,2)\}$

$B \times C = \{(2,2),(3,2),(5,2),(7,2)$

$(A \times C) \cap (B \times C) = \{(2,2),(3,2),(5,2),(7,2)\}$ → (2)

∴ (1) மற்றும் (2) விருந்து $(A \cap B) \times C = (A \times C) \cap (B \times C)$ என்பது சரிபார்க்கப்பட்டது.

7) A என்பது 8 - ஐ விடக் குறைவான இயல் எண்களின் கணம், B என்பது 8 - ஐ விடக் குறைவான பகா எண்களின் கணம் மற்றும் C என்பது இரட்டைப்படை பகா எண்களின் கணம் எனில் $A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C)$ என்பதைச் சரிபார்க்கவும். **(M-22)**

தீர்வு:-

தரவு, $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $B = \{2, 3, 5, 7\}$, $C = \{2\}$

LHS: $B - C = \{3, 5, 7\}$

$A \times (B - C) = \{(1,3),(1,5),(1,7),(2,3),(2,5),(2,7),(3,3),(3,5),$
$(3,7),(4,3),(4,5),(4,7),(5,3),(5,5),(5,7),(6,3),$

$(6,5),(6,7),(7,3),(7,5),(7,7)\}$ → **(1)**

RHS:

$A \times B = \{(1,2),(1,3),(1,5),(1,7),(2,2),(2,3),(2,5),(2,7),(3,2),$
$(3,3),(3,5),(3,7),(4,2),(4,3),(4,5),(4,7),(5,2),(5,3),$

$(5,5),(5,7),(6,2),(6,3),(6,5),(6,7),(7,2),(7,3),(7,5),(7,7)\}$

அ.சுப்பாராஜ்.,ப.ஆ.,(கணக்கு), அரசுஉயர்நிலைப்பள்ளி, இருஞ்சிறை-626612, விருதுநகர்மாவட்டம்.
ப செந்தில்குமார்.,ப.ஆ(கணக்கு) அரசு மேல்நிலைப்பள்ளி, பனையூர்-626129, விருதுநகர் மாவட்டம்.

$A \text{ X } C = \{(1,2), (2,2), (3,2), (4,2), (5,2), (6,2), (7,2)\}$

$(A \text{ X } B) - (A \text{ X } C) =$

$\{(1,3), (1,5), (1,7), (2,3), (2,5), (2,7), (3,3), (3,5),$
$(3,7), (4,3), (4,5), (4,7), (5,3), (5,5), (5,7), (6,3),$

$(6,5), (6,7), (7,3), (7,5), (7,7)\}$→ **(2)**

∴ (1) மற்றும் (2) லிருந்து $A \text{ X}(B - C) = (A \text{ X } B) - (A \text{ X } C)$என்பது சரிபார்க்கப்பட்டது.

8) $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 5\}, C = \{3, 4\}$ மற்றும் $D = \{1, 3, 5\}$ எனில், $(A \cap C)\text{X}(B \cap D) = (A \text{ X } B) \cap (C \text{ X } D)$ என்பதைச் சரிபார்க்கவும்.

தீர்வு:-

LHS:- $A \cap C = \{3\}$

$B \cap D = \{3, 5\}$

$(A \cap C) \text{ X } (B \cap D) = \{(3,3), (3,5)\}$→ (1)

RHS:-

$A \text{ X } B = \{(1,2), (1,3), (1,5), (2,2), (2,3), (2,5), (3,2), (3,3), (3,5)\}$

$C \text{ X } D = \{(3,1), (3,3), (3,5), (4,1), (4,3), (4,5)\}$

$(A \text{ X } B) \cap (C \text{ X } D) = \{(3,3), (3,5)\}$→ (2)

∴ (1) மற்றும் (2) லிருந்து $(A \cap C) \text{ X } (B \cap D) = (A \text{ X } B) \cap (C \text{ X } D)$ என்பது சரிபார்க்கப்பட்டது.

9) $A = \{1, 2, 3, 4\}$ மற்றும் $B = \{2, 5, 8, 11, 14\}$என்பன இரு கணங்கள் என்க. $f : A \longrightarrow B$ எனும் சார்பு $f(x) = 3x - 1$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இச்சார்பினை (i) வரிசை சோடிகளின் கணம் (ii) அட்டவணை (iii) அம்புக்குறிப்படம் (iv) வரைபடம் ஆகியவற்றால் குறிக்க.[S-20]

தீர்வு:-

தீர்வு:-**தரவு**, $f(x) = 3x - 1$

$f(1) = 3(1) - 1 = 3 - 1 = 2,$ $f(2) = 3(2) - 1 = 6 - 1 = 5,$

$f(3) = 3(3) - 1 = 9 - 1 = 8,$ $f(4) = 3(4) - 1 = 12 - 1 = 11$

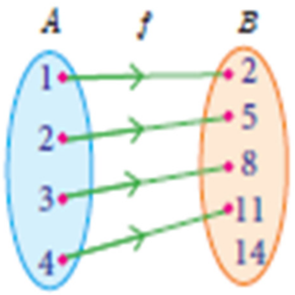
(i)வரிசை சோடிகளின் கணம்:-

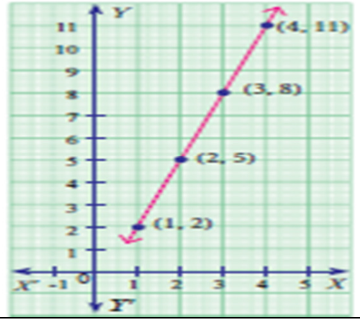
$$f(x) = \{(1, 2), (2, 5), (3, 8), (4, 11)\}$$

(ii)அட்டவணை:-

x	1	2	3	4
$f(x)$	2	5	8	11

(iii)அம்புக்குறிப்படம்:- **(iv) வரைபடம்:-**





10) $A = \{2, 4, 6, 10, 12\}$ மற்றும் $B = \{0, 1, 2, 4, 5, 9\}$என்பன இரு கணங்கள் என்க. $f : A \longrightarrow B$ எனும் சார்பு $f(x) = \frac{x}{2} - 1$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இச்சார்பினை (i) வரிசை சோடிகளின் கணம் (ii) அட்டவணை (iii) அம்புக்குறிப்படம் (iv) வரைபடம் ஆகியவற்றால் குறிக்க.

தீர்வு:-**தரவு**, $f(x) = \frac{x}{2} - 1$

$f(2) = \frac{2}{2} - 1 = 1 - 1 = 0$ $\qquad f(4) = \frac{4}{2} - 1 = 2 - 1 = 1$

$f(6) = \frac{6}{2} - 1 = 3 - 1 = 2$ $\qquad f(10) = \frac{10}{2} - 1 = 5 - 1 = 4$

$f(12) = \frac{12}{2} - 1 = 6 - 1 = 5$

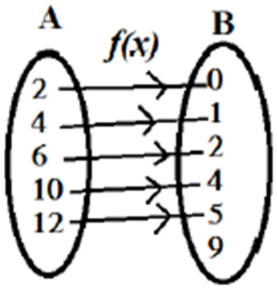
(i)வரிசை சோடிகளின் கணம்:-

$$f(x) = \{(2,0),(4,1),(6,2),(10,4),(12,5)\}$$

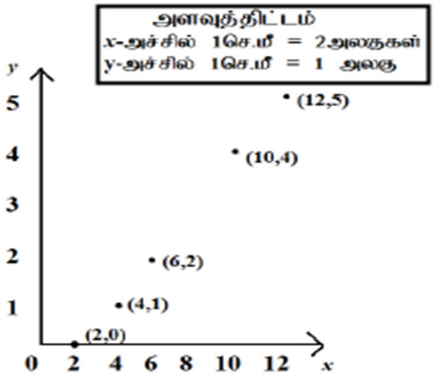
(ii)அட்டவணை:-

x	2	4	6	10	12
$f(x)$	0	1	2	4	5

(iii)அம்புக்குறிப்படம்:-



(iv) வரைபடம்:-



11) $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ எனில் $A^2 - 5A + 7I_2 = 0$ என நிறுவுக.

தீர்வு:-

$A^2 = A \times A$

$$= \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

3 −11 2

$$= \begin{matrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{matrix} \begin{pmatrix} 9-1 & 3+2 \\ -3-2 & -1+4 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 8 & 5 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$$

$$-5A = -5\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -15 & -5 \\ 5 & -10 \end{pmatrix}$$

$$7I_2 = 7\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$$

$$A^2 - 5A + 7I_2 = \begin{pmatrix} 8 & 5 \\ -5 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -15 & -5 \\ 5 & -10 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 8-15+7 & 5-5+0 \\ -5+5+0 & 3-10+7 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$A^2 - 5A + 7I_2 = 0$

நிரூபிக்கப்பட்டது.

12) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ மற்றும் $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 4 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ எனில் $(AB)^T =$

$B^T A^T$ என்பதைச் சரிபார்க்க.[S-20]

தீர்வு:-

LHS:-

$$AB = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \text{x} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 4 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

2 −1 0−1 4 2

$$= \begin{matrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{matrix} \begin{pmatrix} 2-2+0 & -1+8+2 \\ 4+1+0 & -2-4+2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 9 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}$$

$$(AB)^T = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 9 & -4 \end{pmatrix} \rightarrow \textbf{(1)}$$

RHS:-

$$B^T = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & 2 \end{pmatrix} \text{மற்றும்} A^T = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B^T A^T = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & 2 \end{pmatrix} \text{x} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

1 2 12 −1 1

$$= \begin{matrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & 2 \end{matrix} \begin{pmatrix} 2-2+0 & 4+1+0 \\ -1+8+2 & -2-4+2 \end{pmatrix}$$

$$B^T A^T = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 9 & -4 \end{pmatrix} \rightarrow \textbf{(2)}$$

∴(1) மற்றும் (2) விருந்து $(AB)^T = B^T A^T$ என நிரூபிக்கப்பட்டது.

13) $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 9 \\ 1 & 2 & 8 \end{pmatrix}$ மற்றும் $B = \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 1 & 2 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$ எனில் $(AB)^T = B^T A^T$ என்பதைச் சரிபார்க்க.

தீர்வு:-

LHS:-

$$AB = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 9 \\ 1 & 2 & 8 \end{pmatrix} \text{x} \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 1 & 2 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$$

1 1 57 2 −1

$$= \begin{matrix} 5 & 2 & 9 \\ 1 & 2 & 8 \end{matrix} \begin{pmatrix} 5+2+45 & 35+4-9 \\ 1+2+40 & 7+4-8 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 52 & 30 \\ 43 & 3 \end{pmatrix}$$

$$(AB)^T = \begin{pmatrix} 52 & 43 \\ 30 & 3 \end{pmatrix} \rightarrow \textbf{(1)}$$

RHS:-

$$B^T = \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 1 & 2 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 7 & 2 & -1 \end{pmatrix} \text{மற்றும்}$$

$$A^T = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 9 \\ 1 & 2 & 8 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 2 & 2 \\ 9 & 8 \end{pmatrix}$$

$$B^T A^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 7 & 2 & -1 \end{pmatrix} \text{x} \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 2 & 2 \\ 9 & 8 \end{pmatrix}$$

5 2 91 2 8

$= \begin{matrix} 1 & 1 & 5 \\ 7 & 2 & -1 \end{matrix} \begin{pmatrix} 5+2+45 & 1+2+40 \\ 35+4-9 & 7+4-8 \end{pmatrix}$

$B^T A^T = \begin{pmatrix} 52 & 43 \\ 30 & 3 \end{pmatrix} \rightarrow (2)$

∴ (1) மற்றும் (2) லிருந்து $(AB)^T = B^T A^T$ என நிரூபிக்கப்பட்டது.

14) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$ மற்றும் $C = \begin{pmatrix} -7 & 6 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ எனில் $A(B+C) = AB + AC$ என்பதை நிரூபிக்கவும்.

தீர்வு:-

LHS:-

$B + C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -7 & 6 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 1-7 & 2+6 \\ -4+3 & 2+2 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} -6 & 8 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$

$A(B+C) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} x \begin{pmatrix} -6 & 8 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$

−6 −18 4

$= \begin{matrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{matrix} \begin{pmatrix} -6-1 & 8+4 \\ 6-3 & -8+12 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} -7 & 12 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \rightarrow (1)$

RHS:-

$AB = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} x \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$

1 −42 2

$= \begin{matrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{matrix} \begin{pmatrix} 1-4 & 2+2 \\ -1-12 & -2+6 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ -13 & 4 \end{pmatrix}$

$AC = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} x \begin{pmatrix} -7 & 6 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$

−7 36 2

$= \begin{matrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{matrix} \begin{pmatrix} -7+3 & 6+2 \\ 7+9 & -6+6 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} -4 & 8 \\ 16 & 0 \end{pmatrix}$

$AB + AC = \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ -13 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 & 8 \\ 16 & 0 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} -3-4 & 4+8 \\ -13+16 & 4+0 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} -7 & 12 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \rightarrow (2)$

∴(1)மற்றும் (2) லிருந்து $A(B+C) = AB + AC$ என நிரூபிக்கப்பட்டது.

15) $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 5 & 2 \end{pmatrix}$ மற்றும் $C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ எனில் $A(B+C) = AB + AC$ என்பதை நிரூபிக்கவும்.

தீர்வு:-

LHS:-

$B + C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 5 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 1+1 & -1+3 & 2+2 \\ 3-4 & 5+1 & 2+3 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 2 & 2 & 4 \\ -1 & 6 & 5 \end{pmatrix}$

$A(B+C) = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & 2 & 4 \\ -1 & 6 & 5 \end{pmatrix}$

2 −12 64 5

$= \begin{matrix} 1 & 3 \\ 5 & -1 \end{matrix} \begin{pmatrix} 2-3 & 2+18 & 4+15 \\ 10+1 & 10-6 & 20-5 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} -1 & 20 & 19 \\ 11 & 4 & 15 \end{pmatrix} \rightarrow (1)$

RHS:-

$AB = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 5 & 2 \end{pmatrix}$

1 3−1 52 2

$= \begin{matrix} 1 & 3 \\ 5 & -1 \end{matrix} \begin{pmatrix} 1+9 & -1+15 & 2+6 \\ 5-3 & -5-5 & 10-2 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 10 & 14 & 8 \\ 2 & -10 & 8 \end{pmatrix}$

$AC = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

1 −43 12 3

$= \begin{matrix} 1 & 3 \\ 5 & -1 \end{matrix} \begin{pmatrix} 1-12 & 3+3 & 2+9 \\ 5+4 & 15-1 & 10-3 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} -11 & 6 & 11 \\ 9 & 14 & 7 \end{pmatrix}$

$AB + AC = \begin{pmatrix} 10 & 14 & 8 \\ 2 & -10 & 8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -11 & 6 & 11 \\ 9 & 14 & 7 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 10-11 & 14+6 & 8+11 \\ 2+9 & -10+14 & 8+7 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} -1 & 20 & 19 \\ 11 & 4 & 15 \end{pmatrix} \rightarrow (2)$

∴(1) மற்றும் (2) லிருந்து $A(B+C) = AB + AC$ என நிரூபிக்கப்பட்டது.

16) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$ மற்றும் $C = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ எனில் $(A-B)C = AC - BC$ என்பதை நிரூபிக்கவும்.

தீர்வு:-

LHS:-

$A - B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 & 0 \\ -1 & -5 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 1-4 & 2+0 \\ 1-1 & 3-5 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$

$(A-B)C = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

2 10 2

$= \begin{matrix} -3 & 2 \\ 0 & -2 \end{matrix} \begin{pmatrix} -6+2 & 0+4 \\ 0-2 & 0-4 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} -4 & 4 \\ -2 & -4 \end{pmatrix} \rightarrow (1)$

RHS:-

$AC = \begin{pmatrix}1 & 2\\1 & 3\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}2 & 0\\1 & 2\end{pmatrix}$

2 10 2

$= \begin{matrix}1 & 2\\1 & 3\end{matrix}\begin{pmatrix}2+2 & 0+4\\2+3 & 0+6\end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix}4 & 4\\5 & 6\end{pmatrix}$

$BC = \begin{pmatrix}4 & 0\\1 & 5\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}2 & 0\\1 & 2\end{pmatrix}$

2 10 2

$= \begin{matrix}4 & 0\\1 & 5\end{matrix}\begin{pmatrix}8+0 & 0+0\\2+5 & 0+10\end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix}8 & 0\\7 & 10\end{pmatrix}$

$AC - BC = \begin{pmatrix}4 & 4\\5 & 6\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}8 & 0\\7 & 10\end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix}4 & 4\\5 & 6\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}-8 & 0\\-7 & -10\end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix}4-8 & 4+0\\5-7 & 6-10\end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix}-4 & 4\\-2 & -4\end{pmatrix} \rightarrow (2)$

∴(1) மற்றும் (2) விருந்து $(A - B)C = AC - BC$ என நிரூபிக்கப்பட்டது.

17) $A = \begin{pmatrix}1 & 2\\1 & 3\end{pmatrix}$ மற்றும் $B = \begin{pmatrix}4 & 0\\1 & 5\end{pmatrix}$ எனில் $(A-B)^T = B^T - A^T$ என்பதைச் சரிபார்க்க.

தீர்வு:-

(i) $(A-B)^T = A^T - B^T$

LHS:-

$A - B = \begin{pmatrix}1 & 2\\1 & 3\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}4 & 0\\1 & 5\end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix}1 & 2\\1 & 3\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}-4 & 0\\-1 & -5\end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix}1-4 & 2+0\\1-1 & 3-5\end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix}-3 & 2\\0 & -2\end{pmatrix}$

$(A-B)^T = \begin{pmatrix}-3 & 2\\0 & -2\end{pmatrix}^T$

$= \begin{pmatrix}-3 & 0\\2 & -2\end{pmatrix} \rightarrow (1)$

RHS:-

$A^T = \begin{pmatrix}1 & 2\\1 & 3\end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix}1 & 1\\2 & 3\end{pmatrix}$ மற்றும்

$B^T = \begin{pmatrix}4 & 0\\1 & 5\end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix}4 & 1\\0 & 5\end{pmatrix}$

$A^T - B^T = \begin{pmatrix}1 & 1\\2 & 3\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}4 & 1\\0 & 5\end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix}1 & 1\\2 & 3\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}-4 & -1\\0 & -5\end{pmatrix}$

$$= \begin{pmatrix} 1-4 & 1-1 \\ 2+0 & 3-5 \end{pmatrix}$$

$$A^T - B^T = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \rightarrow (2)$$

∴ (1) மற்றும் (2) லிருந்து $(A-B)^T = A^T - B^T$ என நிரூபிக்கப்பட்டது.

18) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$ மற்றும் $C = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ எனில் $A(BC) = (AB)C$ என்பதை நிரூபிக்கவும்.

தீர்வு:-

LHS:-

$$BC = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

2 10 2

$$= \begin{matrix} 4 & 0 \\ 1 & 5 \end{matrix} \begin{pmatrix} 8+0 & 0+0 \\ 2+5 & 0+10 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 7 & 10 \end{pmatrix}$$

$$A(BC) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 7 & 10 \end{pmatrix}$$

8 70 10

$$= \begin{matrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{matrix} \begin{pmatrix} 8+14 & 0+20 \\ 8+21 & 0+30 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 22 & 20 \\ 29 & 30 \end{pmatrix} \rightarrow (1)$$

RHS:-

$$AB = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$$

4 10 5

$$= \begin{matrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{matrix} \begin{pmatrix} 4+2 & 0+10 \\ 4+3 & 0+15 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 6 & 10 \\ 7 & 15 \end{pmatrix}$$

$$(AB)C = \begin{pmatrix} 6 & 10 \\ 7 & 15 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

2 10 2

$$= \begin{matrix} 6 & 10 \\ 7 & 15 \end{matrix} \begin{pmatrix} 12+10 & 0+20 \\ 14+15 & 0+30 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 22 & 20 \\ 29 & 30 \end{pmatrix} \rightarrow (2)$$

∴(1) மற்றும் (2) லிருந்து $A(BC) = (AB)C$ என நிரூபிக்கப்பட்டது.

19) $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ மற்றும் $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ எனில் $(AB)C = A(BC)$ என்பதை நிரூபிக்கவும்.

தீர்வு:-

LHS:-

$$AB = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1-2+2 & -1-1+6 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$(AB)C) = \begin{pmatrix} 1 & 4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1+8 & 2-4 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 9 & -2 \end{pmatrix} \dashrightarrow (1)$$

RHS:-

$$BC = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1-2 & 2+1 \\ 2+2 & 4-1 \\ 1+6 & 2-3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 3 \\ 7 & -1 \end{pmatrix}$$

$A(BC)$

$$= \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 3 \\ 7 & -1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -1-4+14 & 3-3-2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -5+14 & -2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 9 & -2 \end{pmatrix} \dashrightarrow (2)$$

∴(1) மற்றும் (2) லிருந்து $(AB)C = A(BC)$ என நிரூபிக்கப்பட்டது.

20) $A = \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 \\ 0 & \cos\theta \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} \sin\theta & 0 \\ 0 & \sin\theta \end{pmatrix}$ எனில் $A^2 + B^2 = I_2$ என நிறுவுக. [PTA-2]

தீர்வு:-

அ.சுப்பாராஜ்.,ப.ஆ.,(கணக்கு), அரசுஉயர்நிலைப்பள்ளி, இருஞ்சிறை-626612, விருதுநகர்மாவட்டம்.
ப செந்தில்குமார்.,ப.ஆ(கணக்கு) அரசு மேல்நிலைப்பள்ளி, பனையூர்-626129, விருதுநகர் மாவட்டம்.

$A^2 = A \text{ x } A$

$= \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 \\ 0 & \cos\theta \end{pmatrix} \text{x} \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 \\ 0 & \cos\theta \end{pmatrix}$

$\cos\theta \quad 00 \quad \cos\theta$

$= \begin{matrix} \cos\theta & 0 \\ 0 & \cos\theta \end{matrix} \begin{pmatrix} \cos^2\theta + 0 & 0 + 0 \\ 0 + 0 & 0 + \cos^2\theta \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} \cos^2\theta & 0 \\ 0 & \cos^2\theta \end{pmatrix}$

$B^2 = B \text{ x B}$

$= \begin{pmatrix} \sin\theta & 0 \\ 0 & \sin\theta \end{pmatrix} \text{x} \begin{pmatrix} \sin\theta & 0 \\ 0 & \sin\theta \end{pmatrix}$

$sin\theta \quad 00 \quad \sin\theta$

$= \begin{matrix} \sin\theta & 0 \\ 0 & \sin\theta \end{matrix} \begin{pmatrix} \sin^2\theta + 0 & 0 + 0 \\ 0 + 0 & 0 + \sin^2\theta \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} \sin^2\theta & 0 \\ 0 & \sin^2\theta \end{pmatrix}$

$A^2 + B^2 = \begin{pmatrix} \cos^2\theta & 0 \\ 0 & \cos^2\theta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sin^2\theta & 0 \\ 0 & \sin^2\theta \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} \cos^2\theta + \sin^2\theta & 0 + 0 \\ 0 + 0 & \cos^2\theta + \sin^2\theta \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

$= I_2$

நிரூபிக்கப்பட்டது

21) $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & -8 \\ 1 & 0 & -4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 9 & 2 \\ -7 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ மற்றும்

$C = \begin{pmatrix} 8 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & 3 \\ 2 & 4 & -1 \end{pmatrix}$ எனில் $A + (B + C) = (A + B) + C$ என்பதை நிரூபிக்கவும்.

தீர்வு:-

LHS:-

$B + C = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 9 & 2 \\ -7 & 1 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 8 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & 3 \\ 2 & 4 & -1 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 2+8 & 3+3 & 4+4 \\ 1+1 & 9-2 & 2+3 \\ -7+2 & 1+4 & -1-1 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 10 & 6 & 8 \\ 2 & 7 & 5 \\ -5 & 5 & -2 \end{pmatrix}$

$A + (B + C) = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & -8 \\ 1 & 0 & -4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 10 & 6 & 8 \\ 2 & 7 & 5 \\ -5 & 5 & -2 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 4+10 & 3+6 & 1+8 \\ 2+2 & 3+7 & -8+5 \\ 1-5 & 0+5 & -4-2 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 14 & 9 & 9 \\ 4 & 10 & -3 \\ -4 & 5 & -6 \end{pmatrix} \longrightarrow (1)$

RHS:-

$$A+B=\begin{pmatrix}4&3&1\\2&3&-8\\1&0&-4\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2&3&4\\1&9&2\\-7&1&-1\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}4+2&3+3&1+4\\2+1&3+9&-8+2\\1-7&0+1&-4-1\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}6&6&5\\3&-6&-6\\-6&1&-5\end{pmatrix}$$

$$(A+B)+C=\begin{pmatrix}6&6&5\\3&12&-6\\-6&1&-5\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}8&3&4\\1&-2&3\\2&4&-1\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}6+8&6+3&5+4\\3+1&12-2&-6+3\\-6+2&1+4&-5-1\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}14&9&9\\4&10&-3\\-4&5&-6\end{pmatrix}\longrightarrow(2)$$

∴(1) மற்றும் (2) லிருந்து $A+(B+C)=(A+B)+C$ என நிரூபிக்கப்பட்டது.

22) $X+Y=\begin{pmatrix}7&0\\3&5\end{pmatrix}$ மற்றும் $X-Y=\begin{pmatrix}3&0\\0&4\end{pmatrix}$ எனில், X மற்றும் Y ஆகிய அணிகளைக் காண்க.

தீர்வு:-

தரவு, $X+Y=\begin{pmatrix}7&0\\3&5\end{pmatrix}$→**(1)** மற்றும்

$$X-Y=\begin{pmatrix}3&0\\0&4\end{pmatrix}\rightarrow(2)$$

(1) + (2) :

$$X+X=\begin{pmatrix}7&0\\3&5\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}3&0\\0&4\end{pmatrix}$$

$$2X=\begin{pmatrix}7+3&0+0\\3+0&5+4\end{pmatrix}$$

$$X=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}10&0\\3&9\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}\frac{10}{2}&0\\\frac{3}{2}&\frac{9}{2}\end{pmatrix}$$

$$X=\begin{pmatrix}5&0\\\frac{3}{2}&\frac{9}{2}\end{pmatrix}$$

$X=\begin{pmatrix}5&0\\\frac{3}{2}&\frac{9}{2}\end{pmatrix}$ஐ சமன்பாடு (1) இல் பிரதியிட,

$$\begin{pmatrix}5&0\\\frac{3}{2}&\frac{9}{2}\end{pmatrix}+Y=\begin{pmatrix}7&0\\3&5\end{pmatrix}$$

$$Y=\begin{pmatrix}7&0\\3&5\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}5&0\\\frac{3}{2}&\frac{9}{2}\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}7&0\\3&5\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-5&0\\-\frac{3}{2}&-\frac{9}{2}\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}7-5&0+0\\3-\frac{3}{2}&5-\frac{9}{2}\end{pmatrix}$$

$$Y=\begin{pmatrix}2&0\\\frac{6-3}{2}&\frac{10-9}{2}\end{pmatrix}$$

$$Y=\begin{pmatrix}2&0\\\frac{3}{2}&\frac{1}{2}\end{pmatrix}$$

23) வர்க்கமூலம் காண்க: $64x^4 - 16x^3 + 17x^2 - 2x + 1$

தீர்வு:-

	8 −1 1
8	64 −16 17 −2 1
	64
16 −1	−16 17
	−16 1
16 −2 1	16 −2 1
	16 −2 1
	0

$$\therefore \sqrt{64x^4 - 16x^3 + 17x^2 - 2x + 1} = |8x^2 - x + 1|$$

24) வர்க்கமூலம் காண்க: $x^4 - 12x^3 + 42x^2 - 36x + 9$

தீர்வு:-

	1 −6 3
1	1 −12 42 −36 9
	1
2 −6	−12 42
	−12 36
2 −12 3	6 −36 9
	6 −36 9
	0

$$\therefore \sqrt{x^4 - 12x^3 + 42x^2 - 36x + 9} = |x^2 - 6x + 3|$$

25) வர்க்கமூலம் காண்க: $37x^2 - 28x^3 + 4x^4 + 42x + 9$

தீர்வு:-தரவு, $4x^4 - 28x^3 + 37x^2 + 42x + 9$

	2 −7 −3
2	4 −28 37 42 9
	4
4 −7	−28 37
	−28 49
4 −14 −3	−12 42 9
	−12 42 9
	0

$$\therefore \sqrt{4x^4 - 28x^3 + 37x^2 + 42x + 9} = |2x^2 - 7x - 3|$$

26) வர்க்கமூலம் காண்க: $16x^4 + 8x^2 + 1$

தீர்வு:-

	4 0 1
4	16 0 8 0 1
	16
8 1	8 1
	8 1
	0

$$\therefore \sqrt{16x^4 + 8x^2 + 1} = |4x^2 + 1|$$

27) வர்க்கமூலம் காண்க: $121x^4 - 198x^3 - 183x^2 + 216x + 144$

தீர்வு:-

			11	−9	12		
		11	121	−198	−183	216	144
			121				
	22	−9		−198	−183		
				−198	81		
22	−18	12		−264	216	144	
				−264	216	144	
					0		

$$\therefore \sqrt{121x^4 - 198x^3 - 183x^2 + 216x + 144} = |11x^2 - 9x + 12|$$

28) வர்க்கமூலம் காண்க: $289x^4 - 612x^3 + 970x^2 - 684x + 361$

தீர்வு:-

			17	−18	19		
		11	289	−612	970	−684	361
			289				
	34	−18		−612	970		
				−612	324		
34	−36	19		646	−684	361	
				646	−684	361	
					0		

$$\therefore \sqrt{289x^4 - 612x^3 + 970x^2 - 684x + 361} = |17x^2 - 18x + 19|$$

29) $f(x) = 3x + 2,\ \ g(x) = 6x - k$ மற்றும் $fog = gof$ எனில் k–இன் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு:-

$$fog = (3x+2)\ o\ (6x-k) = 3(6x-k)+2 = 18x - 3k + 2$$

$$gof = (6x-k)\ o\ (3x+2) = 6(3x+2) - k = 18x + 12 - k$$

தரவு, $fog = gof$

$$18x - 3k + 2 = 18x + 12 - k$$

$$-3k + k = 12 - 2$$

$$-2k = 10$$

$$k = \frac{10}{-2}$$

$$k = -5$$

30) $f(x) = 2x - k,\ \ g(x) = 4x + 5$ மற்றும் $fog = gof$ எனில் k–இன் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு:-

$$fog = (2x-k)\ o\ (4x+5) = 2(4x+5) - k = 8x + 10 - k$$

$$gof = (4x+5)\ o\ (2x-k) = 4(2x-k) + 5 = 8x - 4k + 5$$

தரவு, $fog = gof$

$$8x + 10 - k = 8x - 4k + 5$$

$$4k - k = 5 - 10$$

$$3k = -5$$

$$k = \frac{-5}{3}$$

31) $f(x) = 2x + 3,\ \ g(x) = 1 - 2x$ மற்றும் $h(x) = 3x$ என்ற சார்புகளுக்கு $fo(goh) = (fog)oh$ என்பதை சரிபார்க்கவும்.

தீர்வு:-

$$fo(goh) = (2x+3)\ o\ [(1-2x)\ o\ (3x)]$$
$$= (2x+3)\ o\ [1 - 2(3x)]$$
$$= (2x+3)\ o\ (1-6x)$$
$$= 2(1-6x) + 3$$
$$= 2 - 12x + 3$$
$$= 5 - 12x \rightarrow \mathbf{(1)}$$

$$(fog)oh = [(2x+3)\ o\ (1-2x)]o(3x)$$
$$= [2(1-2x)+3]\ o\ (3x)$$

$= (2-4x+3) o (3x)$

$= (5-4x)+(3x)$

$= 5-4(3x)$

$= 5-12x$ → **(2)**

∴**(1)** மற்றும் **(2)** லிருந்து $fo(goh) = (fog)oh$ என சரிபார்க்கப்பட்டது.

32) $f(x) = x-1,\ \ g(x) = 3x+1$ மற்றும் $h(x) = x^2$ என்ற சார்புகளுக்கு $fo(goh) = (fog)oh$ என்பதை சரிபார்க்கவும்.

தீர்வு:-

$fo(goh) = (x-1)\ o\ [(3x+1)\ o\ (x^2)]$

$= (x-1)\ o\ (3x^2+1)$

$= 3x^2+1-1$

$= 3x^2$ → **(1)**

$(fog)oh = [(x-1)\ o\ (3x+1)]o(x^2)]$

$= (3x+1-1)\ o\ (x^2)$

$= (3x)\ o\ (x^2)$

$= 3x^2$ → **(2)**

∴**(1)** மற்றும் **(2)** லிருந்து $fo(goh) = (fog)oh$ என சரிபார்க்கப்பட்டது.

33) $f(x) = x^2,\ \ g(x) = 2x$ மற்றும் $h(x) = x+4$ என்ற சார்புகளுக்கு $fo(goh) = (fog)oh$ என்பதை சரிபார்க்கவும்.

தீர்வு:-

$f \qquad fo(goh) = (x^2)\ o\ [(2x)\ o\ (x+4)]$

$= (x^2)\ o\ 2(x+4)$

$= (x^2)\ o\ (2x+8)$

$= (2x+8)^2$ → **(1)**

$(fog)oh = [(x^2)\ o\ (2x)]\ o\ (x+4)]$

$= (2x)^2\ o\ (x+4)$

$= [2(x+4)]^2$

$= (2x+8)]^2$ → **(2)**

∴**(1)** மற்றும் **(2)** லிருந்து $fo(goh) = (fog)oh$ என சரிபார்க்கப்பட்டது.

34) $f(x) = x-4,\ \ g(x) = x^2$ மற்றும் $h(x) = 3x-5$ என்ற சார்புகளுக்கு $fo(goh) = (fog)oh$ என்பதை சரிபார்க்கவும்.

தீர்வு:-

$fo(goh) = (x-4)\ o\ [\ (x^2)\ o\ (3x-5)]$

$= (x-4)\ o\ (3x-5)^2$

$= (3x-5)^2-4$ → **(1)**

$(fog)oh = [(x-4)\ o\ (x^2)]\ o\ (3x-5)]$

$= (x^2-4)\ o\ (3x-5)$

$= (3x-5)^2-4$ → **(2)**

∴**(1)** மற்றும் **(2)** லிருந்து $fo(goh) = (fog)oh$ என சரிபார்க்கப்பட்டது.

35) $f(x) = x^2,\ \ g(x) = 3x$ மற்றும் $h(x) = x-2$ என்ற சார்புகளுக்கு $fo(goh) = (fog)oh$ என்பதை சரிபார்க்கவும்.

தீர்வு:-

$$fo(goh) = (x^2)\ o\ [\,(3x)\ o\ (x-2)]$$
$$= (x^2)\ o\ [3(x-2)]$$
$$= [3(x-2)]^2$$
$$= 9(x-2)^2 \rightarrow (1)$$

$$(fog)oh = [(x^2)\ o\ (3x)]\ o\ (x-2)]$$
$$= (3x)^2\ o\ (x-2)$$
$$= [3(x-2)]^2$$
$$= 9(x-2)^2 \rightarrow (2)$$

∴(1) மற்றும் (2) லிருந்து $fo(goh) = (fog)oh$ என சரிபார்க்கப்பட்டது.

36) $f(x) = 3x+1,\ \ g(x) = x+3$ ஆகியவை இரு சார்புகள். மேலும் $gff(x) = fgg(x)$ எனில் x - ஐக் காண்க.

தீர்வு:-

$gff(x) = g\ o\ f\ o\ f$
$= (x+3)\ o\ (3x+1)\ o\ (3x+1)$
$= (x+3)\ o\ [3(3x+1)+1]$
$= (x+3)\ o\ (9x+3+1]$
$= (x+3)\ o\ (9x+4]$
$= 9x+4+3$
$= 9x+7$

$fgg(x) = f\ o\ g\ o\ g$
$= (3x+1)\ o\ (x+3)\ o\ (x+3)$
$= (3x+1)\ o\ (x+3+3)$
$= (3x+1)\ o\ (x+6]$
$= 3(x+6)+1$
$= 3x+18+1$
$= 3x+19$

தரவு, $gff(x) = fgg(x)$

$$9x+7 = 3x+19$$
$$9x-3x = 19-7$$
$$6x = 12$$
$$x = \frac{12}{6}$$
$$x = 2$$

37) வர்க்கமூலம் காண்க:

$$(6x^2+x-1)(3x^2+2x-1)(2x^2+3x+1)$$

தீர்வு:-

$6x^2+x-1 = (2x+1)(3x-1)$

-6	$+1$
$\frac{+3}{6x}$	$\frac{-2}{6x}$

$3x^2+2x-1 = (x+1)(3x-1)$

-3	$+2$
$\frac{+3}{3x}$	$\frac{-1}{3x}$

$2x^2+3x+1 = (x+1)(2x+1)$

$+2$	$+3$
$\frac{+2}{2x}$	$\frac{+1}{2x}$

$$\therefore \sqrt{(6x^2+x-1)(3x^2+2x-1)(2x^2+3x+1)}$$
$$= \sqrt{(2x+1)(3x-1)(x+1)(3x-1)(x+1)(2x+1)}$$
$$= \sqrt{(2x+1)^2(3x-1)^2(x+1)^2}$$
$$= |\mathbf{(2x+1)(3x-1)(x+1)}|$$

38) வர்க்கமூலம் காண்க:

$$(4x^2-9x+2)(7x^2-13x-2)(28x^2-3x-1)$$

தீர்வு:-

$4x^2-9x+2 = (x-2)(4x-1)$

$+8$	-9

	$\frac{-8}{4x}$	$\frac{-1}{4x}$
$7x^2-13x-2=(x-2)(7x+1)$	-14	-13
	$\frac{-14}{7x}$	$\frac{+1}{7x}$
$28x^2-3x-1$ $=(4x-1)(7x+1)$	-28	-3
	$\frac{-7}{28x}$	$\frac{+4}{28x}$

$$\therefore \sqrt{(4x^2-9x+2)(7x^2-13x-2)(28x^2-3x-1)}$$
$$=\sqrt{(x-2)(4x-1)(x-2)(7x+1)(4x-1)(7x+1)}$$
$$=\sqrt{(x-2)^2(4x-1)^2(7x+1)^2}$$
$$=\left|(\boldsymbol{x}-\mathbf{2})(\mathbf{4}\boldsymbol{x}-\mathbf{1})(\mathbf{7}\boldsymbol{x}+\mathbf{1})\right|$$

39) $(8,6),(5,11),(-5,12)$ மற்றும் $(-4,3)$ ஆகிய புள்ளிகளை முனைகளாகக் கொண்ட நாற்கரத்தின் பரப்பைக் காண்க.

தீர்வு:-

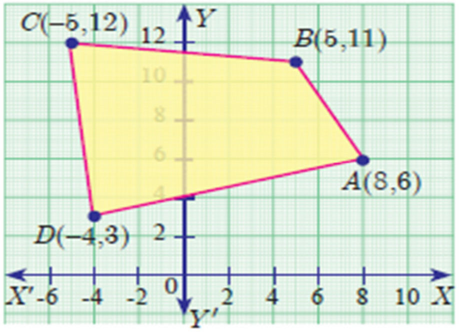
தரவு,

$(\boldsymbol{x_1},\boldsymbol{y_1})=(\mathbf{8},\mathbf{6})$

$(\boldsymbol{x_2},\boldsymbol{y_2})=(\mathbf{5},\mathbf{11})$

$(\boldsymbol{x_3},\boldsymbol{y_3})=(-\mathbf{5},\mathbf{12})$

$(\boldsymbol{x_4},\boldsymbol{y_4})=(-\mathbf{4},\mathbf{3})$



நாற்கரத்தின் பரப்பு$=\frac{1}{2}\begin{Bmatrix}x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_1\\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_1\end{Bmatrix}$

$$=\frac{1}{2}\begin{Bmatrix}8 & 5 & -5 & -4 & 8\\ 6 & 11 & 12 & 3 & 6\end{Bmatrix}$$

$$=\frac{1}{2}(88+60-15-24-30+55+48-24)$$

$$=\frac{1}{2}(251-93)$$

$$=\frac{158}{2}$$

$=79$ சதுர அலகுகள்

40) $(-9,-2),(-8,-4),(2,2)$ மற்றும் $(1,-3)$ ஆகிய புள்ளிகளை முனைகளாகக் கொண்ட நாற்கரத்தின் பரப்பைக் காண்க.

தீர்வு:-

(i) **தரவு**, $(\boldsymbol{x_1},\boldsymbol{y_1})=(-\mathbf{9},-\mathbf{2})$, $(\boldsymbol{x_2},\boldsymbol{y_2})=(-\mathbf{8},-\mathbf{4})$;

$(\boldsymbol{x_3},\boldsymbol{y_3})=(\mathbf{1},-\mathbf{3})$; $(\boldsymbol{x_4},\boldsymbol{y_4})=(\mathbf{2},\ \mathbf{2})$

நாற்கரத்தின் பரப்பு$=\frac{1}{2}\begin{Bmatrix}x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_1\\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_1\end{Bmatrix}$

$$=\frac{1}{2}\begin{Bmatrix}-9 & -8 & 1 & 2 & -9\\ -2 & -4 & -3 & 2 & -2\end{Bmatrix}$$

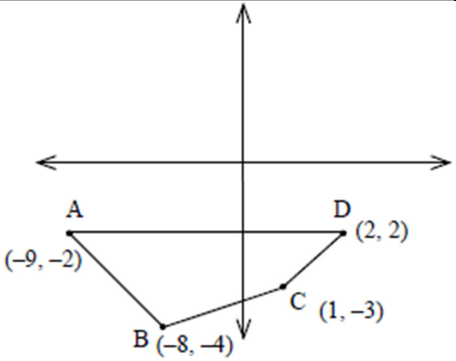
$$=\frac{1}{2}(36+24+2-4-16+4+6+18)$$

அ.சுப்பாராஜ்.,ப.ஆ.,(கணக்கு), அரசுஉயர்நிலைப்பள்ளி, இருஞ்சிறை-626612, விருதுநகர்மாவட்டம்.
ப செந்தில்குமார்.,ப.ஆ(கணக்கு) அரசு மேல்நிலைப்பள்ளி, பனையூர்-626129, விருதுநகர் மாவட்டம்.

$= \frac{1}{2}(90-20)$

$= \frac{70}{2}$

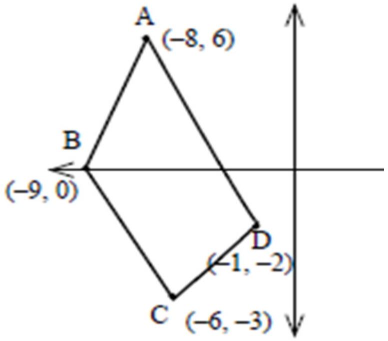
$= 35$ சதுர அலகுகள்



41) $(-9,0), (-8,6), (-1,-2)$ மற்றும் $(-6,-3)$ ஆகிய புள்ளிகளை முனைகளாகக் கொண்ட நாற்கரத்தின் பரப்பைக் காண்க.

தீர்வு:-

தரவு,



$(\boldsymbol{x_1, y_1}) = (\boldsymbol{-9, 0})$

$(\boldsymbol{x_2, y_2}) = (\boldsymbol{-6, -3})$

$(\boldsymbol{x_3, y_3}) = (\boldsymbol{-1, -2})$

$(\boldsymbol{x_4, y_4}) = (\boldsymbol{-8, 6})$

நாற்கரத்தின் பரப்பு$= \frac{1}{2}\begin{Bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_1 \end{Bmatrix}$

$= \frac{1}{2}\begin{Bmatrix} \mathbf{-9} & \mathbf{-6} & \mathbf{-1} & \mathbf{-8} & \mathbf{-9} \\ \mathbf{0} & \mathbf{-3} & \mathbf{-2} & \mathbf{6} & \mathbf{0} \end{Bmatrix}$

$= \frac{1}{2}(27+12-6+0+0-3-16+54)$

$= \frac{1}{2}(93-25)$

$= \frac{68}{2}$

$= 34$ சதுர அலகுகள்

42) $(-4,-2), (-3,k), (3,-2)$ மற்றும் $(2,3)$ ஆகிய புள்ளிகளை முனைகளாகக் கொண்ட நாற்கரத்தின் பரப்பு 28 ச.அலகுகள் எனில், k -யின் மதிப்பு காண்க. **[S-20]**

தீர்வு:-

தரவு, $(\boldsymbol{x_1, y_1}) = (\boldsymbol{-4, -2})$, $(\boldsymbol{x_2, y_2}) = (\boldsymbol{-3, k})$;

$(\boldsymbol{x_3, y_3}) = (\boldsymbol{3, -2})$; $(\boldsymbol{x_4, y_4}) = (\boldsymbol{2, 3})$

நாற்கரத்தின் பரப்பு$= \boldsymbol{28}$ச.அலகுகள்

நாற்கரத்தின் பரப்பு$= \frac{1}{2}\begin{Bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_1 \end{Bmatrix}$

$\mathbf{28} = \frac{1}{2}\begin{Bmatrix} -4 & -3 & 3 & 2 & -4 \\ -2 & k & -2 & 3 & -2 \end{Bmatrix}$

$2 \text{ x } 28 = -4k+6+9-4-6-3k+4+12$

$56 = -7k+31-10$

$56 = -7k+21$

$7k = 21-56$

$7k = -35$

அ.சுப்பாராஜ்.,ப.ஆ.,(கணக்கு), அரசுஉயர்நிலைப்பள்ளி, இருஞ்சிறை-626612, விருதுநகர்மாவட்டம்.
ப செந்தில்குமார்.,ப.ஆ(கணக்கு) அரசு மேல்நிலைப்பள்ளி, பனையூர்-626129, விருதுநகர் மாவட்டம்.

$$k = \frac{-35}{7}$$

$$k = -5$$

43) கொடுக்கப்பட்ட படமானது ஒரு வளாகத்தில் புதிய வாகன நிறுத்தம் ஏற்படுத்த அமைக்கப்பட்ட பகுதியைக் காட்டுகிறது. இதை அமைப்பதற்கு ஒரு சதுர அடிக்கு ரூ.1300 செலவாகும் என மதிப்பிடப்படுகிறது எனில், வாகன நிறுத்தம் ஏற்படுத்துவதற்குத் தேவையான மொத்தச் செலவைக் கணக்கிடவும்.

தீர்வு:-

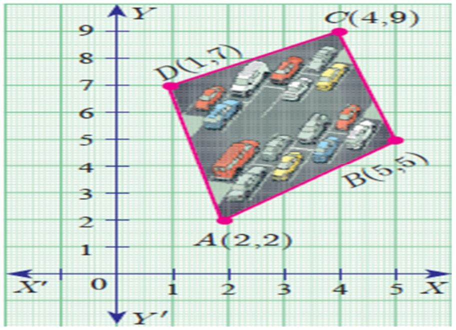
தரவு,

$(x_1, y_1) = A(2,2)$

$(x_2, y_2) = B(5,5)$

$(x_3, y_3) = C(4,9)$

$(x_4, y_4) = D(1,7)$



வாகன நிறுத்தத்தின் பரப்பு$= \frac{1}{2}\begin{Bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_1 \end{Bmatrix}$

$$= \frac{1}{2}\begin{Bmatrix} 2 & 5 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & 5 & 9 & 7 & 2 \end{Bmatrix}$$

$$= \frac{1}{2}(10 + 45 + 28 + 2 - 10 - 20 - 9 - 14)$$

$$= \frac{1}{2}(85 - 53)$$

$$= \frac{32}{2}$$

$= 16$சதுர அலகுகள்

தரவு, ஒரு சதுர அடி அமைக்க ஆகும் செலவு = ரூ.1300.

∴ வாகன நிறுத்தம் அமைக்க ஆகும் செலவு = 16 x 1300

=ரூ.20800

44) $P(-1,-4), Q(b,c)$ மற்றும் $R(5,-1)$ என்பன ஒரே நேர்க்கோட்டில் அமையும் புள்ளிகள் என்க. மேலும் $2b + c = 4$ எனில், b மற்றும் c–யின் மதிப்பு காண்க.

தீர்வு:-

$(x_1, y_1) = P(-1,-4)$, $(x_2, y_2) = Q(b,c)$, $(x_3, y_3) = R(5,-1)$

WKT, மூன்று புள்ளிகள் ஒரே நேர்கோட்டில் அமைவதற்கான கட்டுப்பாடு, $\begin{Bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{Bmatrix} = 0$

$$\begin{Bmatrix} -1 & b & 5 & -1 \\ -4 & c & -1 & -4 \end{Bmatrix} = 0$$

$$-c - b - 20 + 4b - 5c - 1 = 0$$

$$3b - 6c - 21 = 0$$

$$3(b - 2c - 7) = 0$$

$$b - 2c - 7 = 0$$

$$b - 2c = 7 \quad \rightarrow \quad (1)$$

தரவு, $2b + c = 4 \quad \rightarrow \quad (2)$

(1) : $b - 2c = 7$

(2) x 2: $4b + 2c = 8$

(1)+(2): $5b = 15$

$$b = \frac{15}{5}$$

$$b = 3$$

$b = 3$ ஐ சமன்பாடு (2) இல் பிரதியிட,

$$2(3) + c = 4$$

$$6 + c = 4$$

$$c = 4 - 6$$

$$c = -2$$

45) $A(-3,9), B(a,b)$ மற்றும் $C(4,-5)$ என்பன ஒரே நேர்க்கோட்டில் அமையும் புள்ளிகள் என்க. மேலும் $a+b=1$ எனில், a மற்றும் b–யின் மதிப்பு காண்க.

தீர்வு:-

தரவு,

$$(x_1, y_1) = A(-3,9) \ , \ (x_2, y_2) = B(a,b) \ , \ (x_3, y_3) = C(4,-5)$$

WKT, மூன்று புள்ளிகள் ஒரே நேர்க்கோட்டில் அமைவதற்கான கட்டுப்பாடு, $\begin{Bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{Bmatrix} = 0$

$$\begin{Bmatrix} -3 & a & 4 & -3 \\ 9 & b & -5 & 9 \end{Bmatrix} = 0$$

$$-3b - 5a + 36 - 9a - 4b - 15 = 0$$

$$-14a - 7b + 21 = 0$$

$$-7(2a + b - 3) = 0$$

$$2a + b - 3 = 0$$

$2a + b = 3$ → (1)

தரவு, $a + b = 1$ → (2)

(1) : $2a + b = 3$

(2) : $a + b = 1$

(1)-(2) : $2a - a = 3 - 1$

$a = 2$

$a = 2$ ஐ சமன்பாடு (2) இல் பிரதியிட,

$2 + b = 1$

$b = 1 - 2$

$b = -1$

46) மூன்று சீரான நாணயங்கள் முறையாக ஒரே நேரத்தில் சுண்டப்படுகின்றன. **[PTA-5]**

(i) அனைத்தும் தலையாகக் கிடைக்க

(ii) குறைந்தபட்சம் ஒரு பூ கிடைக்க

(iii) அதிகபட்சம் ஒரு தலை கிடைக்க

(iv) அதிகபட்சம் இரண்டு பூக்கள் கிடைக்க ஆகியவற்றிற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

தீர்வு:-

கூறுவெளி, $S = \{HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT\}$

$n(S) = 8$

(i) A என்பது அனைத்தும் தலையாகக் கிடைப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

$A = \{HHH\}$

$n(A) = 1$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{8}$$

(ii) B என்பது குறைந்தபட்சம் ஒரு பூ கிடைப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

$B = \{HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT\}$

$n(B) = 7$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{7}{8}$$

(iii) C என்பது அதிகபட்சம் ஒரு தலை கிடைப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க

$C = \{HTT, THT, TTH, TTT\}$

$n(C) = 4$

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

(iv) D என்பது அதிகபட்சம் இரண்டு பூக்கள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க

$D = \{HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH\}$ $n(D) = 7$

$$P(D) = \frac{n(D)}{n(S)} = \frac{7}{8}$$

47) இரு பகடைகள் ஒருமுறை உருட்டப்படுகின்றன. முதல் பகடையில் முக மதிப்பு இரட்டைப்படை எண் அல்லது முக எண்களின் கூடுதல் 8 கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

தீர்வு:-

$S = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6),$

$(2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6),$

$(3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6),$

$(4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6),$

$(5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6),$

$(6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)\}$

அ.சுப்பாராஜ்.,ப.ஆ.,(கணக்கு), அரசுஉயர்நிலைப்பள்ளி, இருஞ்சிறை-626612, விருதுநகர்மாவட்டம்.
ப செந்தில்குமார்.,ப.ஆ(கணக்கு) அரசு மேல்நிலைப்பள்ளி, பனையூர்-626129, விருதுநகர் மாவட்டம்.

$\therefore n(S) = 36$

Aஎன்பது முதல் உருட்டலில் இரட்டைப்படை எண் கிடைத்தல்.

$A = \{(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6),(4,1),(4,2),(4,3),$
$(4,4),(4,5),(4,6),(6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6)\}$

$n(A) = 18$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{18}{36}$$

B என்பது முக எண்களின் கூடுதல் 8 கிடைத்தல்.

$B = \{(2,6),(3,5),(4,4),(5,3),(6,2)\}$

$n(B) = 5$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{5}{36}$$

மேலும், $A \cap B = \{(2,6),(4,4),(6,2)\}$

$n(A \cap B) = 3$

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{3}{36}$$

∴ நிகழ்தகவின் கூட்டல் தேற்றப்படி,

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{18}{36} + \frac{5}{36} - \frac{3}{36}$$

$$= \frac{18+5-3}{36}$$

$$= \frac{23-3}{36}$$

$$= \frac{20}{36}$$

$$= \frac{5}{9}$$

48) ஒரு பெட்டியில் $3,5,7,9,\ldots\ldots,35,37$ என்ற எண்கள் குறிக்கப்பட்ட சீட்டுகள் உள்ளன. சமவாய்ப்பு முறையில் எடுக்கப்படும் ஒரு சீட்டு ஆனது 7 – ன் மடங்காக அல்லது பகா எண்ணாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

தீர்வு:-

$S = \{3,5,7,9,11,13,15,17,19,21,23,25,27,29,31,33,35,37\}$

$\therefore n(S) = 18$

A என்பது எடுக்கப்படும் ஒரு சீட்டு ஆனது 7 – ன் மடங்காக கிடைத்தல்.

$A = \{7,21,35\}$

$n(A) = 3$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{18}$$

B என்பது பகா எண்ணாக இருப்பதற்கான கிடைத்தல்.

$B = \{3,5,7,11,13,17,19,23,29,31,37\}$

$n(B) = 11$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{11}{18}$$

மேலும், $A \cap B = \{7\}$

$$n(A \cap B) = 1$$

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{1}{18}$$

∴ நிகழ்தகவின் கூட்டல் தேற்றப்படி,

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{3}{18} + \frac{11}{18} - \frac{1}{18}$$

$$= \frac{3 + 11 - 1}{18}$$

$$= \frac{14 - 1}{18}$$

$$= \frac{13}{18}$$

49) ஒரு நாணயம் மூன்று முறை சுண்டப்படுகின்றது. சரியாக இரண்டு தலைகள் அல்லது குறைந்தபட்சம் ஒரு பூ அல்லது அடுத்தடுத்து இரண்டு தலைகள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

தீர்வு:-

$$S = \{HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT\}$$

$$\therefore n(S) = 8$$

A என்பது சரியாக இரண்டு தலைகள் கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$$A = \{HHT, HTH, 565656\, THH\}$$

$$n(A) = 3$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{8}$$

B என்பது குறைந்தபட்சம் ஒரு பூ கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$$B = \{HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT\}$$

$$n(B) = 7$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{7}{8}$$

C என்பது அடுத்தடுத்து இரண்டு தலைகள் கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$$C = \{HHH, HHT, THH\}$$

$$n(C) = 3$$

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{3}{8}$$

$$A \cap B = \{HHT, HTH, THH\}$$

$$n(A \cap B) = 3$$

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{1}{8}$$

$$B \cap C = \{HHT, THH\}$$

$$n(B \cap C) = 2$$

$$P(B \cap C) = \frac{n(B \cap C)}{n(S)} = \frac{2}{8}$$

$$A \cap C = \{HHT, THH\}$$

$$n(A \cap C) = 2$$

$$P(B \cap C) = \frac{n(B \cap C)}{n(S)} = \frac{2}{8}$$

மேலும், $A \cap B \cap C = \{HHT, THH\}$

$$n(A \cap B \cap C) = 2$$

$$P(A \cap B \cap C) = \frac{n(A \cap B \cap C)}{n(S)} = \frac{2}{8}$$

∴ நிகழ்தகவின் கூட்டல் தேற்றப்படி,

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C) - P(A \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

$$= \frac{1}{8}+\frac{7}{8}+\frac{3}{8}-\frac{1}{8}-\frac{2}{8}-\frac{2}{8}+\frac{2}{8}$$
$$= \frac{7+3-2}{8}$$
$$= \frac{10-2}{8}$$
$$= \frac{8}{8}$$
$$= 1$$

50) சீரான மூன்று நாணயங்கள் ஒரு முறை சுண்டப்படுகின்றன. அதிகபட்சம் 2 பூக்கள் அல்லது குறைந்தபட்சம் 2 தலைகள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

தீர்வு:-

$$S = \{HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT\}$$
$$\therefore n(S) = 8$$

A என்பது அதிகபட்சம் 2 பூக்கள் கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$$A = \{HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT\}$$
$$n(A) = 7$$
$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{7}{8}$$

B என்பது குறைந்தபட்சம் 2 தலைகள் கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$$B = \{HHH, HHT, HTH, THH\}$$
$$n(B) = 4$$
$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{4}{8}$$

மேலும், $A \cap B = \{HHT, HTH, THH\}$

$$n(A \cap B) = 3$$
$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{3}{8}$$

$\therefore$ நிகழ்தகவின் கூட்டல் தேற்றப்படி,

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$
$$= \frac{7}{8}+\frac{4}{8}-\frac{3}{8}$$
$$= \frac{7+4-3}{8}$$
$$= \frac{11-3}{8}$$
$$= \frac{8}{8}$$
$$= 1$$

51) நன்கு கலைத்து அடுக்கிய 52 சீட்டுகளைக் கொண்ட கட்டிலிருந்து, சமவாய்ப்பு முறையில் ஒரு சீட்டு எடுக்கப்படுகிறது. அது சிவப்பு இராசாவாக அல்லது கருப்பு இராணியாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

தீர்வு:-

மொத்த சீட்டுகளின் எண்ணிக்கை $= 52.$

$$\therefore n(S) = 52$$

A என்பது சிவப்பு இராசா சீட்டு கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

சிவப்பு இராசா சீட்டுகளின் எண்ணிக்கை $= 2$

$$n(A) = 2$$
$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{52}$$

B என்பது கருப்பு இராணி சீட்டு கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

கருப்பு இராணி சீட்டுகளின் எண்ணிக்கை $= 2$

$$n(B) = 2$$
$$P(B) = \frac{\mathrm{n(B)}}{\mathrm{n(S)}} = \frac{2}{52}$$

A-யும், B-யும் ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்ச்சிகள் என்பதால்,

$$A \cap B = \{\,\} \Longrightarrow n(A \cap B) = 0 \Longrightarrow \quad P(A \cap B) = 0$$

$\therefore$ நிகழ்தகவின் கூட்டல் தேற்றப்படி,

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$
$$= \frac{2}{52}+\frac{2}{52}$$
$$= \frac{2+2}{52}$$
$$= \frac{4}{52}$$

$$= \frac{1}{13}$$

52) 52 சீட்டுகள் கொண்ட சீட்டுக் கட்டிலிருந்து ஒரு சீட்டு எடுக்கப்படுகின்றது. அந்தச் சீட்டு இராசா அல்லது ஹார்ட் அல்லது சிவப்பு நிறச் சீட்டாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

தீர்வு:-

மொத்த சீட்டுகளின் எண்ணிக்கை = 52.

$$\therefore n(S) = 52$$

A = இராசா சீட்டு.

B = ஹார்ட் சீட்டு.

C = சிவப்பு நிறச் சீட்டு.

இங்கு,

$n(A) = 4$, $n(B) = 13$, $n(C) = 26$

$n(A \cap B) = 1$, $n(B \cap C) = 13$, $n(A \cap C) = 2$

$n(A \cap B \cap C) = 1$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{52} \qquad P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{13}{52}$$

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{26}{52} \qquad P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{1}{52}$$

$$P(B \cap C) = \frac{n(B \cap C)}{n(S)} = \frac{13}{52} \qquad P(A \cap C) = \frac{n(A \cap C)}{n(S)} = \frac{2}{52}$$

$$P(A \cap B \cap C) = \frac{n(A \cap B \cap C)}{n(S)} = \frac{1}{52}$$

∴ நிகழ்தகவின் கூட்டல் தேற்றப்படி,

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C) - P(A \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

$$= \frac{4}{52} + \frac{13}{52} + \frac{26}{52} - \frac{1}{52} - \frac{13}{52} - \frac{2}{52} + \frac{1}{52}$$

$$= \frac{4 + 13 + 26 - 1 - 13 - 2 + 1}{52}$$

$$= \frac{44 - 16}{52}$$

$$= \frac{28}{52}$$

$$= \frac{7}{13}$$

53) இரு பகடைகள் ஒருமுறை உருட்டப்படுகின்றன. முக மதிப்புகளின் பெருக்கல் **6** ஆகவோ அல்லது முக மதிப்புகளின் வித்தியாசம் **5** ஆகவோ இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

தீர்வு:-

$$S = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6),$$
$$(2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6),$$
$$(3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6),$$
$$(4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6),$$
$$(5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6),$$
$$(6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)\}$$

$$\therefore n(S) = 36$$

A என்பது முக மதிப்புகளின் பெருக்கல் **6** ஆக கிடைத்தல்.

$$A = \{(1,6), (2,3), (3,2), (6,1)\}$$

$$n(A) = 4$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{36}$$

B என்பது முக மதிப்புகளின் வித்தியாசம் **5** ஆக கிடைத்தல்.

$$B = \{(6,1)\}$$

$$n(B) = 1$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{1}{36}$$

மேலும், $A \cap B = \{(6,1)\}$

$$n(A \cap B) = 1$$

$$P(A\cap B)=\frac{n(A\cap B)}{n(S)}=\frac{1}{36}$$

∴ நிகழ்தகவின் கூட்டல் தேற்றப்படி,

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$
$$=\frac{4}{36}+\frac{1}{36}-\frac{1}{36}$$
$$=\frac{4+1-1}{36}$$
$$=\frac{4}{36}$$
$$=\frac{1}{9}$$

54) கூடுதல் காண்க: $10^3+11^3+12^3+\cdots+20^3$

தீர்வு:-

WKT, $1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3=\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$

$10^3+11^3+12^3+\cdots+20^3$

$$=(1^3+2^3+3^3+\cdots+20^3)-(1^3+2^3+3^3+\cdots+9^3)$$
$$=\left(\frac{20\text{ x }21}{2}\right)^2-\left(\frac{9\text{ x }10}{2}\right)^2$$
$$=(10\text{ x }21)=(210)^2-(45)^{2^2}-(9\text{ x }5)^2$$
$$=44100-2025$$
$$=42075$$

55) $(2^3-1^3)+(4^3-3^3)+(6^3-5^3)+\cdots$என்ற தொடர்வரிசையின் (i)$n$ உறுப்புகள் வரை (ii) 8 உறுப்புகள் வரை கூடுதல் காண்க.

தீர்வு:-

WKT, $1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3=\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$

$i)$ $(2^3-1^3)+(4^3-3^3)+(6^3-5^3)+\cdots n$ உறுப்புகள் வரை

$$=(2^3+4^3+6^3+\cdots+n^3)-(1^3+3^3+5^3+\cdots+n^3)$$
$$=2^3(1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3)$$
$$-[(1^3+2^3+3^3+4^3+5^3+\cdots+2n^3)$$
$$-(2^3+4^3+6^3+\cdots+n^3)]$$
$$=8\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2-(1^3+2^3+3^3+4^3+5^3+\cdots+2n^3)$$
$$+2^3(1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3)$$
$$=8\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2-\left(\frac{2n(2n+1)}{2}\right)^2+8\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$$
$$=16\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2-\left(\frac{2n(2n+1)}{2}\right)^2$$
$$=16\text{ x}\frac{n^2(n+1)^2}{4}-\frac{4n^2(2n+1)^2}{4}$$
$$=4\,n^2(n^2+2n+1)-n^2\,(4n^2+4n+1)$$
$$=4\,n^4+8n^3+4n^2-4n^4-4n^3-n^2$$
$$=4n^3+3n^2$$

$ii)$ $S_n=4n^3+3n^2$

$(2^3-1^3)+(4^3-3^3)+(6^3-5^3)+\cdots 8$ உறுப்புகள் வரை

$$S_8=4(8)^3+3(8)^2$$
$$=4\text{ x }512+3\text{ x }64$$
$$=2048+192$$
$$=2240$$

56) $1^3+2^3+3^3+$ ...என்ற தொடரின் எத்தனை உறுப்புகளைக் கூட்டினால் கூடுதல் 14400 கிடைக்கும்?

தீர்வு:-

WKT, $1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3=\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$

தரவு, $1^3+2^3+3^3+\ldots+n^3=14400$

$$\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2=14400$$
$$\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2=(120)^2$$

இருபுறமும் வர்க்கமூலம் எடுக்கவும்,

அ.சுப்பாராஜ்.,ப.ஆ.,(கணக்கு), அரசுஉயர்நிலைப்பள்ளி, இருஞ்சிறை-626612, விருதுநகர்மாவட்டம்.
ப செந்தில்குமார்.,ப.ஆ(கணக்கு) அரசு மேல்நிலைப்பள்ளி, பனையூர்-626129, விருதுநகர் மாவட்டம்.

$$\frac{n(n+1)}{2} = 120$$
$$n(n+1) = 2 \times 120$$
$$n^2 + n = 240$$
$$n^2 + n - 240 = 0$$
$$(n-15)(n+16) = 0$$
$$n - 15 = 0 \text{ (அ) } n + 16 = 0$$
$$n = 15 \qquad n = -16$$

-240	$+1$
$\frac{+16}{n}$	$\frac{-15}{n}$

இங்கு, n ஒரு இயல் எண் என்பதால், $n = 15$

∴ $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots$ என்ற தொடரின் 15 உறுப்புகளைக் கூட்டினால் கூடுதல் 14400 கிடைக்கும்.

57) முதல் n இயல் எண்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதல் 285 மற்றும் முதல் n இயல் எண்களின் கனங்களின் கூடுதல் 2025 எனில், n -யின் மதிப்பு காண்க.

தீர்வு:-

WKT, 1) $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

2) $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$

தரவு, $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = 2025$

$$\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2 = 2025$$
$$\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2 = (45)^2$$

இருபுறமும் வர்க்கமூலம் எடுக்கவும்,

$$\frac{n(n+1)}{2} = 45$$
$$n(n+1) = 2 \times 45$$
$$n^2 + n = 90$$
$$n^2 + n - 90 = 0$$
$$(n-9)(n+10) = 0$$
$$n - 9 = 0 \text{ (அல்லது) } n + 10 = 0$$
$$n = 9 \qquad n = -10$$

-240	$+1$
$\frac{+16}{n}$	$\frac{-15}{n}$

இங்கு, n ஒரு இயல் எண் என்பதால்,
$$n = 9$$

58) 300–க்கும்600– க்கும் இடையேயுள்ள 7 ஆல் வகுபடும் அனைத்து இயல் எண்களின் கூடுதல் காண்க.

தீர்வு:-

300– க்கும் 600– க்கும் இடையேயுள்ள 7 ஆல் வகுபடும் அனைத்து இயல் எண்களின் கூடுதல் காண்க.

தீர்வு:-

```
     42              85
7 | 300         7 | 600
    28              56
    ---             ---
     20              40
     14              35
    ---             ---
      6               5
```

இங்கு, $a = 300 + 7 - 6 = 307 - 6 = 1,$

$l = 600 - 5 = 595$ மற்றும் $d = 7$

WKT, $n = \left(\frac{l-a}{d}\right) + 1$

$$n = \left(\frac{595 - 301}{7}\right) + 1$$
$$= \left(\frac{294}{7}\right) + 1$$
$$= 42 + 1$$
$$n = 43$$

WKT, $S_n = \frac{n}{2}(a + l)$

$$S_{43} = \frac{43}{2}(301 + 595)$$
$$= \frac{43 \times 896}{2}$$
$$= 43 \times 448$$
$$= 19264$$

∴ 300– க்கும் 600– க்கும் இடையேயுள்ள 7 ஆல்

வகுபடும் அனைத்து இயல் எண்களின் கூடுதல்= 19264

59) $5+55+555+\cdots$ என்ற தொடரின் முதல் n உறுப்புகளின் கூடுதல் காண்க.

தீர்வு:-

$S_n = 5+55+555+\cdots n$ உறுப்புகள் வரை

$= 5(1+11+111+\cdots n$ உறுப்புகள் வரை)

$= 5 \text{ x } \frac{9}{9}\ (1+11+111+\cdots n$ உறுப்புகள் வரை)

$= \frac{5}{9}(9+99+999+\cdots n$ உறுப்புகள் வரை)

$= \frac{5}{9}[(10-1)+(100-1)+(1000-1)+\cdots n$ உறுப்புகள் வரை]

$= \frac{5}{9}[(10+100+1000+\cdots n$ உறுப்புகள் வரை)

$-(1+1+1+\cdots n$ உறுப்புகள் வரை)]

WKT,

$S_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1}$ இங்கு, $a = 10, r = 10$

$$= \frac{5}{9}\left[\frac{10(10^n-1)}{10-1} - n\right]$$

$$= \frac{5}{9}\left[\frac{10(10^n-1)}{9} - n\right]$$

$$= \frac{50(10^n-1)}{9} - \frac{5n}{9}$$

60) $3+33+333+\cdots$ என்ற தொடரின் முதல் n உறுப்புகளின் கூடுதல் காண்க.

தீர்வு:-

$S_n = 3+33+333+\cdots n$ உறுப்புகள் வரை

$= 3(1+11+111+\cdots n$ உறுப்புகள் வரை)

$= 3 \text{ x } \frac{9}{9}\ (1+11+111+\cdots n$ உறுப்புகள் வரை)

$= \frac{1}{3}(9+99+999+\cdots n$ உறுப்புகள் வரை)

$= \frac{1}{3}[(10-1)+(100-1)+(1000-1)+\cdots n$ உறுப்புகள் வரை]

$= \frac{1}{3}[(10+100+1000+\cdots n$ உறுப்புகள் வரை)

$-(1+1+1+\cdots n$ உறுப்புகள் வரை)]

WKT,

$S_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1}$ இங்கு, $a = 10, r = 10$

$$= \frac{1}{3}\left[\frac{10(10^n-1)}{10-1} - n\right]$$

$$= \frac{1}{3}\left[\frac{10(10^n-1)}{9} - n\right]$$

$$= \frac{10(10^n-1)}{9} - \frac{n}{3}$$

61) $0.4+0.44+0.444+\cdots$ என்ற தொடரின் முதல் n உறுப்புகளின் கூடுதல் காண்க.

தீர்வு:-

$S_n = 0.4+0.44+0.444+\cdots n$ உறுப்புகள் வரை

$= 4(0.1+0.11+0.111+\cdots n$ உறுப்புகள் வரை)

$= 4 \text{ x } \frac{9}{9}(0.1+0.11+0.111+\cdots n$ உறுப்புகள் வரை)

$= \frac{4}{9}(0.9+0.99+0.999+\cdots n$ உறுப்புகள் வரை)

$= \frac{4}{9}(1-0.1+1-0.01+1-0.001+\cdots n$ உறுப்புகள் வரை)

$= \frac{4}{9}\ [(1+1+1+\cdots\ n$ உறுப்புகள் வரை)

$-(0.1+0.01+0.001+\cdots n$ உறுப்புகள் வரை]

$$= \frac{4}{9}\left[n - \left(\frac{1}{10}+\frac{1}{100}+\frac{1}{1000}+\cdots n \text{ உறுப்புகள்வரை}\right)\right]$$

WKT,

$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$ இங்கு, $a = \frac{1}{10}, r = \frac{1}{10}$

$$S_n = \frac{4}{9}\left[n - \frac{\frac{1}{10}\left(1-\left(\frac{1}{10}\right)^n\right)}{1-\frac{1}{10}}\right] = \frac{4}{9}\left[n - \frac{\frac{1}{10}\left(1-\left(\frac{1}{10}\right)^n\right)}{\frac{10-1}{10}}\right]$$

$$= \frac{4}{9}\left[n - \frac{\frac{1}{10}\left(1-\left(\frac{1}{10}\right)^n\right)}{\frac{9}{10}}\right]$$

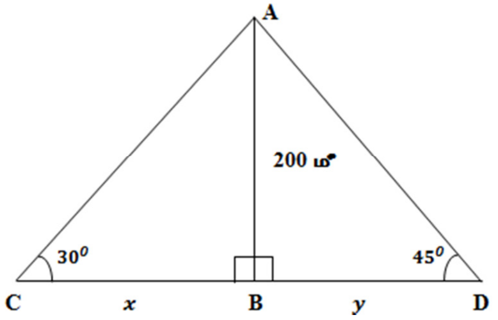
$$= \frac{4}{9}\left[n - \frac{1}{10} x \frac{10}{9}\left(1-\left(\frac{1}{10}\right)^n\right)\right]$$

$$= \frac{4}{9}\left[n - \frac{1}{9}\left(1-\left(\frac{1}{10}\right)^n\right)\right]$$

$$= \frac{4n}{9} - \frac{4}{81}\left[1-\left(\frac{1}{10}\right)^n\right]$$

62) இரு கப்பல்கள் கலங்கரை விளக்கத்தின் இரு பக்கங்களிலும் கடலில் பயணம் செய்கின்றன. இரு கப்பல்களிலிருந்து கலங்கரை விளக்கத்தின் உச்சியின் ஏற்றக்கோணங்கள் முறையே 30° மற்றும் 45° ஆகும். கலங்கரை விளக்கத்தின் உயரம் 200 மீ எனில், இரு கப்பல்களுக்கு இடையே உள்ள தொலைவைக் காண்க. $(\sqrt{3} = 1.732)$ **[PTA-5 , S-21]**

தீர்வு:-



AB =கலங்கரை விளக்கத்தின் உயரம் $= 200$மீ

CD =இரு கப்பல்களுக்கு இடைப்பட்ட தொலைவு $= x + y$

செங்கோண $\Delta ABC-$ இல்,

$$tan30^o = \frac{AB}{BC}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{200}{x}$$

$$x = 200\sqrt{3}$$

$$= 200 \text{ x } 1.732$$

$$x = 346.4\text{மீ}$$

செங்கோண $\Delta ABD-$ இல்,

$$tan45^o = \frac{AB}{BD}$$

$$1 = \frac{200}{y}$$

$$y = 200\text{மீ}$$

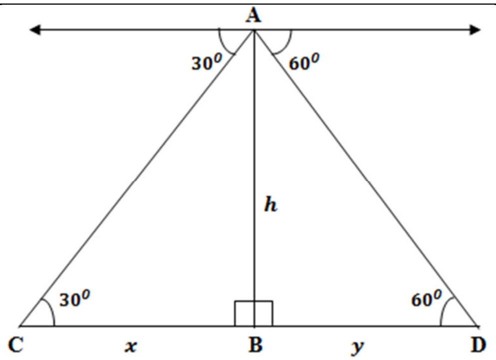
∴ இரு கப்பல்களுக்கு இடைப்பட்ட தொலைவு $= x + y$

$$= 346.4 + 200$$

$$= 546.4 \text{ மீ}$$

63) ஒரு கலங்கரை விளக்கத்தின் உச்சியிலிருந்து எதிரெதிர் பக்கங்களில் உள்ள இரண்டு கப்பல்கள் 30° மற்றும் 60° இறக்கக்கோணத்தில் பார்க்கப்படுகின்றன. கலங்கரை விளக்கத்தின் உயரம் h மீ. இரு கப்பல்கள் மற்றும் கலங்கரை விளக்கத்தின் அடிப்பகுதி ஆகியவை ஒரே நேர்கோட்டில் அமைகின்றன எனில், இரண்டு கப்பல்களுக்கு இடைப்பட்ட தொலைவு $\frac{4h}{\sqrt{3}}$ மீ என நிரூபிக்க.

தீர்வு:-



AB =கலங்கரை விளக்கத்தின் உயரம் $= h$

CD =இரு கப்பல்களுக்கு இடைப்பட்ட தொலைவு $= x + y$

செங்கோண ΔABC– இல்,

$$tan30^o = \frac{AB}{BC}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{x}$$

$$x = h\sqrt{3}$$

செங்கோண ΔABD– இல்,

$$tan60^o = \frac{AB}{BD}$$

$$\sqrt{3} = \frac{h}{y}$$

$$y = \frac{h}{\sqrt{3}}$$

∴ இரு கப்பல்களுக்கு இடைப்பட்ட தொலைவு $= x + y$

$$= h\sqrt{3} + \frac{h}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{h\sqrt{3}^2 + h}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{3h + h}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{4h}{\sqrt{3}}$$ மீ

64) 16 செ.மீ ஆரமுள்ள ஓர் உலோகப்பந்து, உருக்கப்பட்டு 2 செ.மீ ஆரமுள்ள சிறு பந்துகளாக்கப்பட்டால், எத்தனை பந்துகள் கிடைக்கும்?

தீர்வு:-

தரவு,

பெரிய உலோகப் பந்து:-

ஆரம், $r = 16$செ.மீ

கனஅளவு $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$$= \frac{4}{3}\pi(16)^3$$

$$= \frac{4}{3}\pi \times 16 \times 16 \times 16$$

சிறிய உலோகப் பந்து:-

ஆரம், $r = 2$ செ.மீ

கனஅளவு $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$$= \frac{4}{3}\pi(2)^3$$

$$= \frac{4}{3}\pi \times 2 \times 2 \times 2$$

∴ சிறிய உலோகப்பந்துகளின் எண்ணிக்கை

$$= \frac{\text{பெரியஉலோகப்பந்தின்கனஅளவு}}{\text{சிறியஉலோகப்பந்தின்கனஅளவு}}$$

$$= \frac{\frac{4}{3}\pi \times 16 \times 16 \times 16}{\frac{4}{3}\pi \times 2 \times 2 \times 2}$$

$$= 8 \times 8 \times 8$$

$$= 512$$

65) 6 செ.மீ ஆரம், 15 செ.மீ உயரம் கொண்ட ஓர் உருளை வடிவப்பாத்திரம் முழுவதும் பனிக்கூழ் உள்ளது. அந்தப் பனிக்கூழானது, கூம்பு மற்றும் அரைக்கோளம் இணைந்த வடிவத்தில் நிரப்பப்படுகிறது. கூம்பின் உயரம் 9 செ.மீ மற்றும் ஆரம் 3 செ.மீ எனில், பாத்திரத்தில் உள்ள பனிக்கூழை நிரப்ப எத்தனைக் கூம்புகள் தேவை?

[PTA-5, PTA-6]

தீர்வு:-

உருளை:-

ஆரம், $r = 6$செ.மீ

உயரம், $h = 15$செ.மீ

கனஅளவு $= \pi r^2 h$

$= \pi \text{ x} (6)^2 \text{x } 15$

$= \pi \text{ x } 6 \text{ x } 6 \text{ x } 15$

பனிக்கூழ் கூம்பு:-

ஆரம், $r = 3$செ.மீ

உயரம், $h = 9$செ.மீ

கனஅளவு $= \frac{2}{3}\pi r^3 + \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3}\pi r^2(2r + h)$

$= \frac{1}{3}\pi\ (3)^2[2(3) + 9]$

$= \pi \text{ x } 3 \text{ x } 15$

∴ பனிக்கூழை நிரப்பத் தேவையான கூம்புகளின் எண்ணிக்கை

$= \frac{\text{உருளைவடிவப்பாத்திரத்தில்உள்ளபனிக்கூழின்கனஅளவு}}{\text{ஒருபனிக்கூழ்க்கூம்பின்கனஅளவு}}$

$= \frac{\pi \text{ x } 6 \text{ x } 6 \text{ x } 15}{\pi \text{ x } 3 \text{ x } 15}$

$= 12$

66) களிமண் கொண்டு செய்யப்பட்ட 24 செ.மீ உயரமுள்ள ஒரு கூம்பை ஒரு குழந்தை அதே ஆரமுள்ள ஓர் உருளையாக மாற்றுகிறது எனில் உருளையின் உயரம் காண்க.

தீர்வு:-

தரவு,

கூம்பு:-

ஆரம், $= r$செ.மீ

உயரம், $h = 24$செ.மீ

கனஅளவு $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \text{x } \pi \text{ x} r^2 \text{x } 24$

$= \pi \text{ x } r^2 \text{ x } 8$

உருளை:-

ஆரம், $= r$செ.மீ

உயரம், $= h$செ.மீ என்க.

கனஅளவு $= \pi r^2 h$

$= \pi \text{ x} r^2 \text{x } h$

இங்கு, உருளையின் கனஅளவு = கூம்பின் கனஅளவு

$$\pi \text{ x } r^2 \text{ x } h = \pi \text{ x } r^2 \text{x } 8$$

$$h = \frac{\pi \text{ x } r^2 \text{x } 8}{\pi \text{ x } r^2}$$

$$h = 8\text{செ.மீ}$$

∴ உருளையின் உயரம், $h = 8$செ.மீ

67) 12 செ.மீ ஆரமுள்ள ஓர் அலுமினியக்கோளம் உருக்கப்பட்டு 8 செ.மீ ஆரமுள்ள ஓர் உருளையாக மாற்றப்படுகிறது. உருளையின் உயரம் காண்க.

தீர்வு:-

தரவு,

அலுமினியக்கோளம்:-

ஆரம், $r = 12$செ.மீ

கனஅளவு $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3} \text{x} \pi \text{ x} (12)^3$

$= \frac{4}{3} \text{x} \pi \text{ x } 12 \text{ x } 12 \text{ x } 12$

$= 4 \text{ x } \pi \text{ x } 4 \text{ x } 12 \text{ x } 12$

உருளை:-

ஆரம், $r = 8$செ.மீ

உயரம், $= h$செ.மீ என்க.

கனஅளவு $= \pi r^2 h$

$= \pi \text{ x} (8)^2 \text{x } h$

$= \pi \text{ x } 8 \text{ x } 8 \text{ x } h$

இங்கு, உருளையின் கனஅளவு = கோளத்தின் கனஅளவு

$$\pi \text{ x } 8 \text{ x } 8 \text{ x } h = 4 \text{ x } \pi \text{ x } 4 \text{ x} 12 \text{ x} 12$$

$$h = \frac{4 \text{ x } \pi \text{ x } 4 \text{ x} 12 \text{ x} 12}{\pi \text{ x } 8 \text{ x } 8}$$

$$h = 36\text{செ.மீ}$$

∴ உருளையின் உயரம், $h = 36$செ. மீ

68) முழுமையாக நீரால் நிரம்பியுள்ள ஒரு கூம்பு வடிவக் குடுவையின் r ஆரம் அலகுகள் மற்றும் h உயரம் அலகுகள் ஆகும். நீரானது xr அலகுகள் ஆரமுள்ள மற்றொரு உருளை வடிவக் குடுவைக்கு மாற்றப்பட்டால் நீரின் உயரம் காண்க.

தீர்வு:-

தரவு,

கூம்பு:-

ஆரம், $= r$அலகுகள்

உயரம், $= h$அலகுகள்

கனஅளவு $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

உருளை:-

ஆரம், $= xr$அலகுகள்

உயரம், $= H$அலகுகள் என்க.

கனஅளவு $= \pi r^2 h$

$= \pi \text{ x} (xr)^2 \text{x } H$

$= \pi \text{ x} x^2 \text{x } r^2 \text{x } H$

இங்கு,

உருளையில் உள்ள நீரின் கனஅளவு = கோளத்தின் கனஅளவு

$$\pi \text{ x } x^2 \text{ x } r^2 \text{ x } H = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$H = \frac{\pi \text{ x } r^2 \text{x } h}{3 \text{ x } \pi \text{ x} x^2 \text{x } r^2}$$

$$H = \frac{h}{3\, x^2}$$

∴ உருளை வடிவக் குடுவையில் நீரின் உயரம், $H = \frac{h}{3\, x^2}$

69) விட்டம் 14 செ.மீ, உயரம் 8 செ.மீ உடைய ஒரு திண்ம நேர்வட்டக்கூம்பு, ஓர் உள்ளீடற்ற கோளமாக உருமாற்றப்படுகிறது. கோளத்தின் வெளிவிட்டம் 10 செ.மீ எனில், உள்விட்டத்தைக் காண்க.

தீர்வு:-

தரவு,

கூம்பு:-

விட்டம் $= 14$செ.மீ

ஆரம், $r = 7$செ.மீ

உயரம், $h = 8$செ.மீ

கனஅளவு $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \text{x} \, \pi \, \text{x} \, (7)^2 \text{x} \, 8$

$= \frac{1}{3} \text{x} \, \pi \, \text{x} \, 7 \, \text{x} \, 7 \text{x} \, 8$

உள்ளீடற்ற கோளம்:-

வெளி விட்டம் $= 10$செ.மீ

வெளி ஆரம், $R = 5$செ.மீ

வெளி ஆரம், $= r$என்க.

கனஅளவு $= \frac{4}{3}\pi(R^3 - r^3)$

$= \frac{4}{3}\pi(5^3 - r^3)$

$= \frac{4}{3}\pi(125 - r^3)$

இங்கு,

உள்ளீடற்ற கோளத்தின் கனஅளவு $=$ கூம்பின் கனஅளவு

$$\frac{4}{3}\pi(125 - r^3) = \frac{1}{3} \text{x} \, \pi \, \text{x} \, 7 \, \text{x} \, 7 \text{x} \, 8$$

$$125 - r^3 = \frac{\pi \, \text{x} \, 7 \, \text{x} \, 7 \text{x} \, 8 \, \text{x} \, 3}{4 \, \text{x} \, 3 \, \text{x} \, \pi}$$

$$125 - r^3 = 98$$

$$125 - 98 = r^3$$

$$r^3 = 27$$

$$r^3 = 3^3$$

$$r = 3\text{செ.மீ}$$

∴ உள்ளீடற்ற கோளத்தின் உள்விட்டம், $= 2r = 2 \, \text{x} \, 3 = 6$செ.மீ

70) 45 செ.மீ உயரமுள்ள ஓர் இடைக்கண்டத்தின் இரு புற ஆரங்கள் முறையே 28 செ.மீ மற்றும் 7 செ.மீ எனில், இடைக்கண்டத்தின் கன அளவைக் காண்க.

தீர்வு:-

தீர்வு:-

தரவு, $R = 28$செ.மீ

$r = 7$ செ.மீ

$h = 45$ செ.மீ

இடைக்கண்டத்தின்கன அளவு $= \frac{\pi h}{3}(R^2 + r^2 + Rr)$

$= \frac{22 \, \text{x} \, 45}{7 \, \text{x} \, 3}(28^2 + 7^2 + 28 \, \text{x} \, 7)$

$= \frac{22 \, \text{x} \, 15}{7}(784 + 49 + 196)$

$= \frac{22 \, \text{x} \, 15 \, \text{x} \, 1029}{7}$

$= 22 \, \text{x} \, 15 \, \text{x} \, 147$

$= 48510$க.செ.மீ

∴ இடைக்கண்டத்தின்கன அளவு$= 48510$க.செ.மீ

71) அருள் தனது குடும்ப விழாவிற்கு 150 நபர்கள் தங்குவதற்கு ஒரு கூடாரம் அமைக்கிறார். கூடாரத்தின் அடிப்பகுதி உருளை வடிவிலும் மேற்பகுதி கூம்பு வடிவிலும் உள்ளது. ஒருவர் தங்குவதற்கு 4 ச.மீ அடிப்பகுதி பரப்பும், 40 க.மீ காற்றும் தேவைப்படுகிறது. கூடாரத்தில் உருளையின் உயரம் 8 மீ எனில், கூம்பின் உயரம் காண்க.

தீர்வு:-

தரவு,

உருளை:-

ஆரம் $= r$ என்க.

கூம்பு:-

ஆரம் $= r$ என்க.

உயரம் $h = 8$மீ

உயரம் $= H$ என்க.

தரவு,

ஒருவருக்குத் தேவையான பரப்பு $= 4$ச.மீ

நபர்களின் எண்ணிக்கை $= 150$

தேவையான மொத்த அடிப்பரப்பு $= 150 \times 4$

$$\pi r^2 = 600$$

தரவு,

ஒருவருக்குத் தேவையான காற்றின் கனஅளவு $= 40$க.மீ

150 நபர்களுக்குத் தேவையான காற்றின் கனஅளவு $= 150 \times 40$

உருளையின் கனஅளவு + கூம்பின் கனஅளவு $= 6000$க.மீ

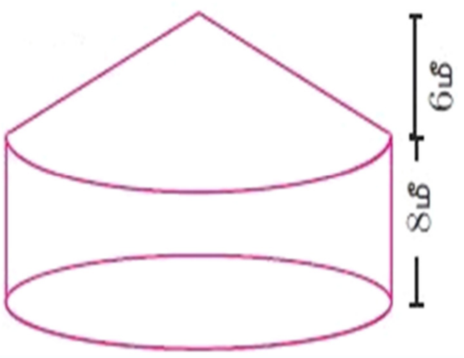
$$\pi r^2 h + \frac{1}{3}\pi r^2 H = 6000 \text{க.மீ}$$

$$\pi r^2 \left(h + \frac{1}{3}H\right) = 6000$$

$$600 \times \left(8 + \frac{1}{3}H\right) = 6000$$

$$8 + \frac{1}{3}H = \frac{6000}{600}$$

$$\frac{1}{3}H = 10 - 8$$



$$H = 2 \times 3$$

$$H = 6\text{மீ}$$

∴ கூம்பின் உயரம்= 6 மீ

72) ஒரு வகுப்புத்தேர்வில், 10 மாணவர்களின் மதிப்பெண்கள் 25, 29, 30, 33, 35, 37, 38, 40, 44, 48 ஆகும். மாணவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண்களின் திட்டவிலக்கத்தைக் காண்க.

தீர்வு:-

கூட்டுச்சராசரி, $\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{359}{10} = 35.9$

ஊகச் சராசரி, $A = 35$என்க.

x	$d = x - A$	d^2
25	-10	100
29	-6	36
30	-5	25
33	-2	4
35	0	0
37	2	4
38	3	9
40	5	25
44	9	81
48	13	169
359	9	453

இங்கு,

$$\sum d^2 = 453$$

$$\sum d = 9$$

$$n = 10$$

WKT, $\sigma = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n} - \left(\frac{\sum d}{n}\right)^2}$

$$\therefore \sigma = \sqrt{\frac{453}{10} - \left(\frac{9}{10}\right)^2}$$

$$= \sqrt{45.3 - 0.81}$$

$$= \sqrt{44.49}$$

$\sigma = 6.67$

73) ஒரு பள்ளிச் சுற்றுலாவில் குழந்தைகள் திண்பண்டங்கள் வாங்குவதற்காக செலவு செய்த தொகையானது முறையே 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40 ஆகும். படிவிலக்க முறையைப் பயன்படுத்தி அவர்கள் செய்த செலவிற்கு திட்டவிலக்கம் காண்க.

தீர்வு:-

ஊகச் சராசரி, $A = 20$ மற்றும் $c = 5$

x	$d = \frac{x-A}{c}$	d^2
5	-3	9
10	-2	4
15	-1	1
20	0	0
25	1	1
30	2	4
35	3	9
40	4	16
	4	44

இங்கு,

$$\sum d^2 = 44$$

$$\sum d = 4$$

$$n = 8$$

$$\therefore\ \sigma = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n} - \left(\frac{\sum d}{n}\right)^2}\ \text{x}\ c$$

$$= \sqrt{\frac{44}{8} - \left(\frac{4}{8}\right)^2}\ \text{x}\ 5$$

$$= \sqrt{5.5 - 0.25}\text{x}\ 5$$

$$= \sqrt{5.25}\text{x}5$$

$$= 2.29\ \text{x}5$$

$$= 11.45$$

74) $24, 26, 33, 37, 29, 31$ என்ற தரவுகளுக்கு மாறுபாட்டுக்கெழுவைக் காண்க.

தீர்வு:-

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{180}{6} = 30$$

x	$d = x - \bar{x}$	d^2
24	-6	36
26	-4	16
33	3	9
37	7	49
29	-1	1
31	1	1
180		112

இங்கு,

$$\sum d^2 = 112$$

$$n = 6$$

WKT, $\sigma = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n}}$

$$\sigma = \sqrt{\frac{112}{6}}$$

$$= \sqrt{18.666}$$

$$= \sqrt{18.67}$$

$$= 4.321$$

∴மாறுபாட்டுக்கெழு,

$$C.V = \frac{\sigma}{\bar{x}}\text{x}\ 100\ \%$$

$$= \frac{4.321}{30}\text{x}\ 100$$

$$= \frac{43.21}{3}$$

$$= 14.4\ \%$$

75) 8மாணவர்கள் ஒரு நாளில் வீட்டுப்பாடத்தை முடிப்பதற்கு எடுத்துக் கொள்ளும் கால அளவுகள் (நிமிடங்களில்) பின்வருமாறு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. $38, 40, 47, 44, 46, 43, 49,$

53.இத்தரவின் மாறுபாட்டுக்கெழுவைக் காண்க.

தீர்வு:-

$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{360}{8} = 45$

x	$d = x - \bar{x}$	d^2
38	-7	49
40	-5	25
47	2	4
44	-1	1
46	1	1
43	-2	4
49	4	16
3	8	64
360		164

இங்கு,

$\sum d^2 = 164$

$n = 8$

WKT, $\sigma = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n}}$

$\therefore \sigma = \sqrt{\frac{164}{8}}$

$= \sqrt{20.5}$

$= 4.53$

∴மாறுபாட்டுக்கெழு $= \frac{\sigma}{\bar{x}}$ x 100%

$= \frac{4.53}{45}$ x 100

$= \frac{453}{45}$

$= 10.066$

$= 10.07$ %

76) 38, 40, 34, 31, 28, 26, 34 என்ற தரவுகளுக்கு மாறுபாட்டுக் கெழுவைக் காண்க.

தீர்வு:-

$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{231}{7} = 33$

x	$d = x - \bar{x}$	d^2
38	5	25
40	7	49
34	1	1
31	-2	4
28	-5	25
26	-7	49
34	1	1
231		154

இங்கு,

$\sum d^2 = 154$

$n = 7$

$\therefore \sigma = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n}}$

$= \sqrt{\frac{154}{7}}$

$= \sqrt{22}$

$= 4.69$

∴மாறுபாட்டுக்கெழு $= \frac{\sigma}{\bar{x}}$ x 100%

$= \frac{4.69}{33}$ x 100

$= \frac{469}{33}$

$= 14.21\%$

77) **தேல்ஸ் தேற்றம் அல்லது அடிப்படை விகிதசமத் தேற்றம்**:- [M-22]

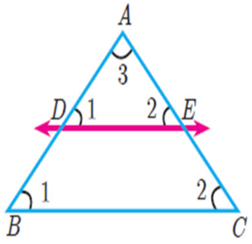
கூற்று:-

ஒரு நேர்க்கோடு முக்கோணத்தின் ஒரு பக்கத்திற்கு இணையாகவும் மற்ற இரு பக்கங்களை வெட்டுமாறும் வரையப்பட்டால் அக்கோடு அவ்விரண்டு பக்கங்களையும் சம விகிதத்தில் பிரிக்கிறது.

அ.சுப்பாராஜ்.,ப.ஆ.,(கணக்கு), அரசுஉயர்நிலைப்பள்ளி, இருஞ்சிறை-626612, விருதுநகர்மாவட்டம்.
ப செந்தில்குமார்.,ப.ஆ(கணக்கு) அரசு மேல்நிலைப்பள்ளி, பனையூர்-626129, விருதுநகர் மாவட்டம்.

தரவு:-

ΔABC-யில், AB-யின் மேலுள்ள புள்ளி, D, AB-யின் மேல் உள்ள புள்ளி E ஆகும்.



நிரூபிக்க:-

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

அமைப்பு:-

$DE \parallel BC$ வரைக.

நிரூபணம்:-

எண்	கூற்று	காரணம்
1.	$\angle ABC = \angle ADE = \angle 1$	ஒத்த கோணங்கள் சமம்
2.	$\angle ACB = \angle AED = \angle 2$	ஒத்த கோணங்கள் சமம்
3.	$\angle DAE = \angle BAC = \angle 3$	பொதுக்கோணம்
4.	$\Delta ABC \sim \Delta ADE$	AAA விதிப்படி
	$\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$	ஒத்த பக்கங்கள் விகிதசமம்
	$\frac{AD + DB}{AD} = \frac{AE + EC}{AE}$	தரவு அடிப்படையில்
	$1 + \frac{DB}{AD} = 1 + \frac{EC}{AE}$	சுருக்குதல்
	$\frac{DB}{AD} = \frac{EC}{AE}$	இரு பக்கங்களிலும் 1-ஐ நீக்குக.
	$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$	தலைகீழாக மாற்றுக.

தேற்றம் நிரூபிக்கப்பட்டது.

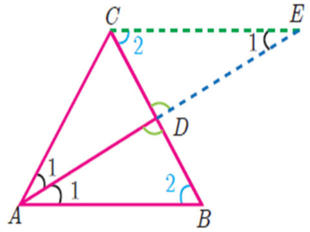
78) **கோண இருசமவெட்டித்தேற்றம்**:- **[S-20 , A-22]**

கூற்று:-

ஒரு முக்கோணத்தின் ஒரு கோணத்தின் உட்புற இருசமவெட்டியானது அக்கோணத்தின் எதிர்ப்பக்கத்தை உட்புறமாக அக்கோணத்தினை அடக்கிய பக்கங்களின் விகிதத்தில் பிரிக்கும்.

தரவு:-

ΔABC-யில், AD ஆனது $\angle A$ –யின் உட்புற இருசமவெட்டி.



நிரூபிக்க:-

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$$

அமைப்பு:-

AB–க்கு இணையாக C வழியாக ஒரு இணைகோடு வரைக. AD–யின் நீட்சியானது C வழியாகச் செல்லும் கோட்டினை E–யில் சந்திக்கிறது.

நிரூபணம்:-

எண்	கூற்று	காரணம்
1.	$\angle AEC = \angle BAE = \angle 1$	ஒரு குறுக்குவெட்டியானது இரண்டு இணைகோடுகளை வெட்டுவதால் ஏற்படும் ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள் சமம்.
2.	ΔACE என்பது இருசமபக்க முக்கோணம் $AC = CE \rightarrow$ **(1)**	ΔACE இல் $\angle CAE = \angle CEA$
3.	$\Delta ABD \sim \Delta ECD$	AA விதிப்படி
	$\frac{AB}{CE} = \frac{BD}{CD}$	ஒத்த பக்கங்கள் விகிதசமம்
4.	$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}$	**(1)** –லிருந்து

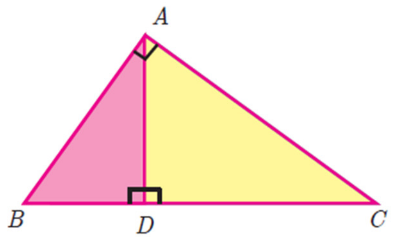
தேற்றம் நிரூபிக்கப்பட்டது.

79) **பிதாகரஸ் தேற்றம்**:- [S-21]

கூற்று:-

ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தில் கர்ணத்தின் வர்க்கம் மற்ற இரு பக்கங்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதலுக்குச் சமம்.

தரவு:-



ΔABC-யில், $\angle A = 90^o$

நிரூபிக்க:-

$AB^2 + AC^2 = BC^2$

அமைப்பு:-

$AD \perp BC$ வரைக.

நிரூபணம்:-

எண்	கூற்று	காரணம்
1.	ΔABC மற்றும் ΔDBA ஆகியவற்றுள் $\angle B$ பொதுவானது. $\angle BAC = \angle BDA = 90^o$ எனவே, $\Delta ABC \sim \Delta DBA$ $\frac{AB}{BD} = \frac{BC}{AB}$ $AB^2 = BC \times BD$ → (1)	AA விதிப்படி ஒத்த பக்கங்கள் விகிதசமம்
2.	ΔABC மற்றும் ΔDAC ஆகியவற்றுள் $\angle C$ பொதுவானது. $\angle BAC = \angle ADC = 90^o$ எனவே, $\Delta ABC \sim \Delta DAC$ $\frac{BC}{AC} = \frac{AC}{DC}$ $AC^2 = BC \times DC$ → (2)	AA விதிப்படி ஒத்த பக்கங்கள் விகிதசமம்

(1) + (2) : $AB^2 + AC^2 = BC \times BD + BC \times DC$

$= BC(BD + DC)$

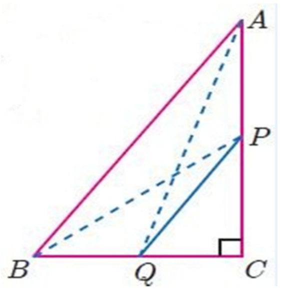
$= BC \times BC$

$= BC^2$

தேற்றம் நிரூபிக்கப்பட்டது.

80) ΔABC-யில் C ஆனது செங்கோணம் ஆகும். பக்கங்கள் CA மற்றும் CB–யின் நடுப்புள்ளிகள் முறையே P மற்றும் Q எனில் $4(AQ^2 + BP^2) = 5AB^2$ என நிறுவுக.

தீர்வு:-



ΔAQC-யில், C ஆனது செங்கோணம் என்பதால்,

$AQ^2 = AC^2 + QC^2$ → (1)

ΔBPC-யில், C ஆனது செங்கோணம் என்பதால்,

$BP^2 = BC^2 + CP^2$ → (2)

(1)+ (2) :

$AQ^2 + BP^2 = AC^2 + QC^2 + BC^2 + CP^2$

$4(AQ^2 + BP^2) = 4AC^2 + 4QC^2 + 4BC^2 + 4CP^2$

$= 4AC^2 + (2QC)^2 + 4BC^2 + (2CP)^2$

$= 4AC^2 + BC^2 + 4BC^2 + AC^2$

$= 5AC^2 + 5BC^2$

$= 5(AC^2 + BC^2)$

$4(AQ^2 + BP^2) = 5AB^2$ [∵பிதாகரஸ் தேற்றத்தின் படி]

நிரூபிக்கப்பட்டது.

Virudhunagar District

MATHS MASTERS

Bloggers not allowed to share this material

Mail id: mathsmasters.vnr@gmail.com

Website: mathsmasters-vnr.blogspot.com