Verloop van rationale functies beschrijven

www.karelappeltans.be

August 6, 2021

1 Algoritme

Doe de volgende stappen om een goede schets van een functie f te krijgen:

1. Bepaal het domein
2. Wat zijn de limieten als $x \to \pm\infty$ of $x \to a$, waar a een singulariteit is?
3. Kan je een soort symmetrie herkennen?
4. Bepaal de nulpunten van f(x) en het snijpunt met de y-as
5. Bepaal de afgeleiden f' en f'', zoek hiervan de nulpunten. Maak hiervan een tekentabel
6. Schets de grafiek op basis van je bevindingen.

2 Domein en asymptoten

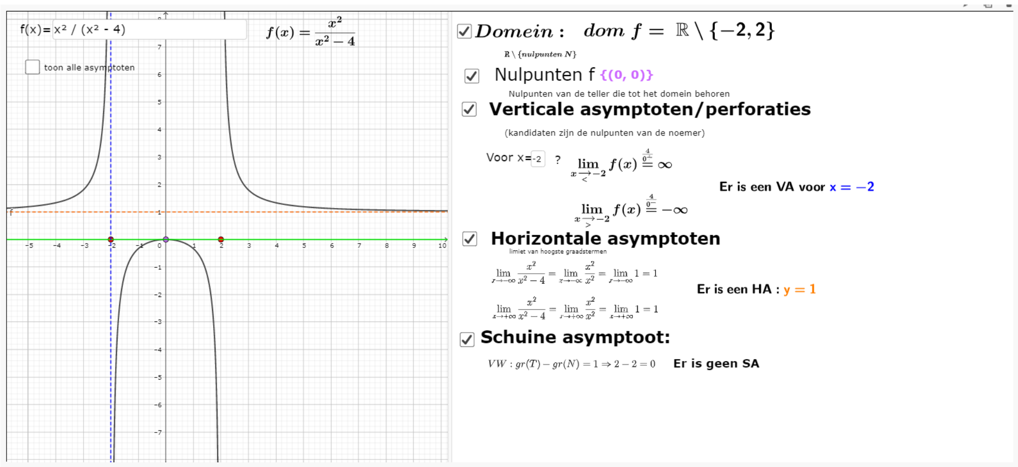


Figure 1: https://www.geogebra.org/m/MpFEGPfT

3 Afgeleide

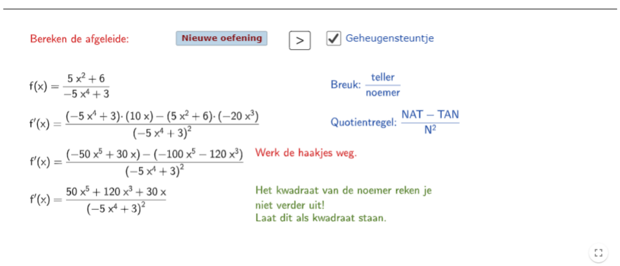


Figure 2: https://www.geogebra.org/m/MpFEGPfT

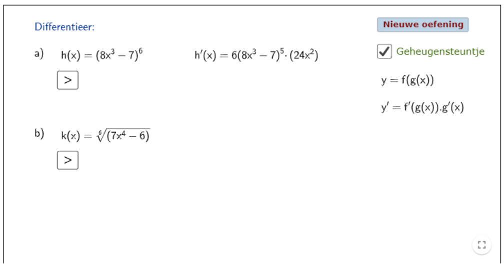


Figure 3: https://www.geogebra.org/m/MpFEGPfT

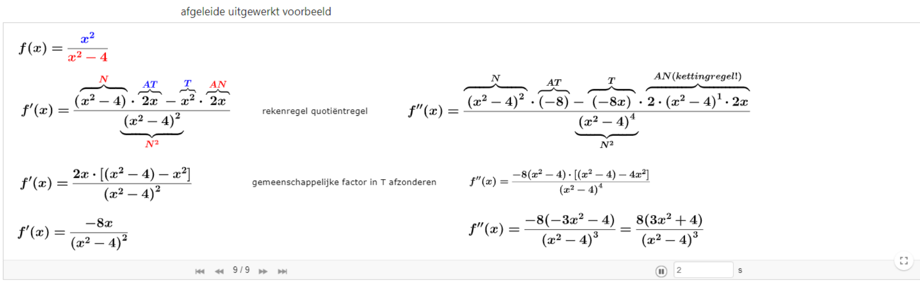


Figure 4: https://www.geogebra.org/m/MpFEGPfT

4 Verloop

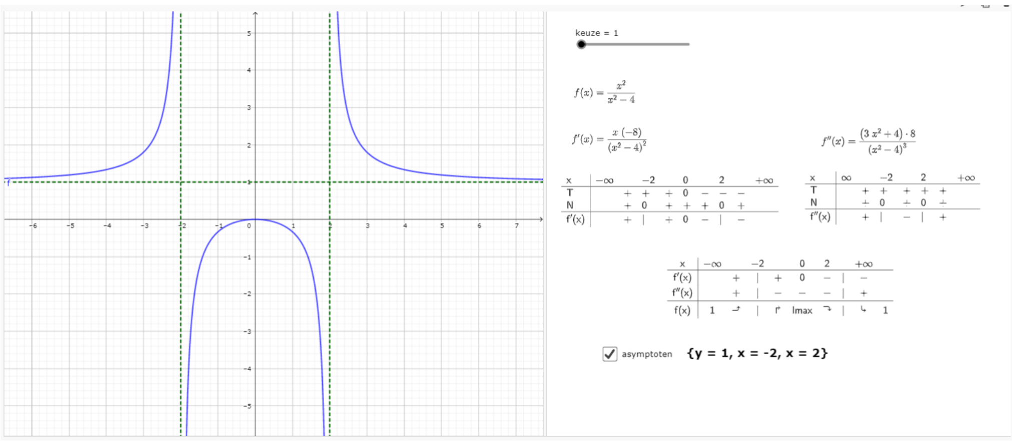


Figure 5: https://www.geogebra.org/m/gceq8KGM

5 Optimalisatieproblemen

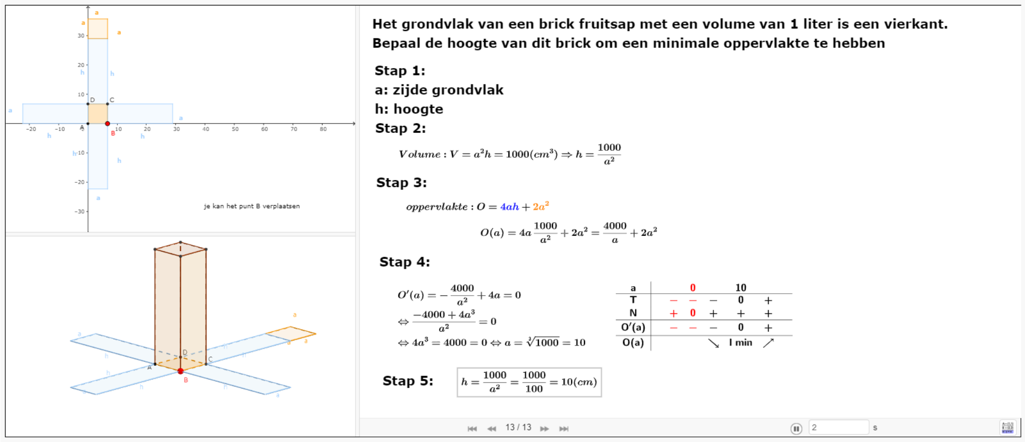


Figure 6: https://www.geogebra.org/m/gceq8KGM

6 Functievoorschriften opstellen

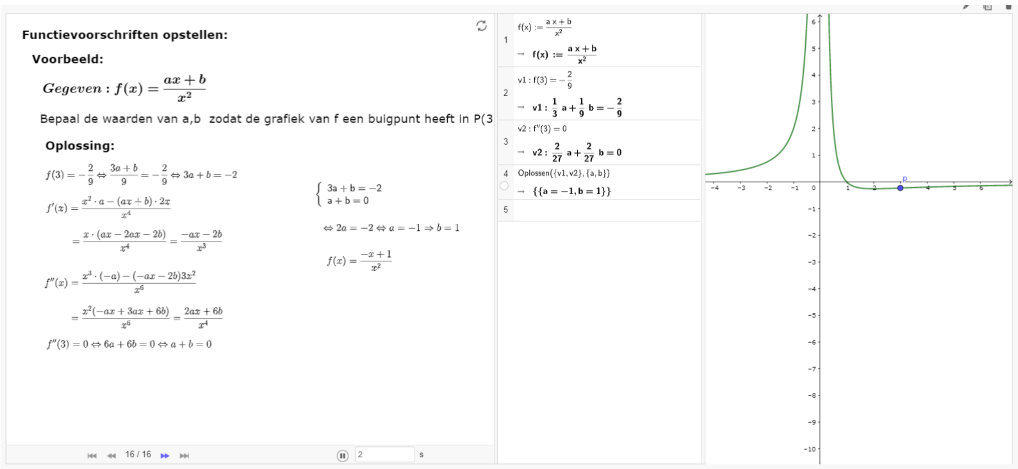
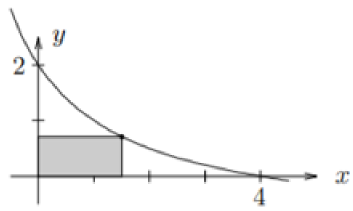


Figure 7: https://www.geogebra.org/m/MpFEGPfT

7 Oefeningen

1. Bepaal het verloop van
   (a) $f(x) = \frac{x^2+4x+4}{x^2-4}$
   (b) $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$
   (c) $f(x) = \frac{1}{x^2+5x+6}$
   (d) $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+2x+1}$
2. Gegeven: $f(x) = \frac{x}{2x-1}$ Bepaal de raaklijnen die door het P(-7,1) gaan. Bepaal voor deze raaklijnen ook de raakpunten.
3. Bepaal de waarden van a en b zodat volgende functie overal continu en afleidbaar is:
   $$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{x^2+1} & x \leq 1 \\ ax^2 + bx + 1 & x > 1 \end{cases}$$
4. Bepaal het punt waar de rechte door $P(0,4)$ raakt aan de grafiek van $f(x) = x + \frac{1}{x}$

5. Bepaal de waarde van de parameter a zodat de grafiek van de functie $f(x) = \frac{ax+5}{x^2-1}$ een kritiek punt heeft voor x=2
6. Geef een lineaire benadering voor $f(1.2)$ met $f(x) = \frac{x}{x+1}$
7. Bestaat er een raaklijn aan de grafiek van $f(x) = \frac{x+2}{x+1}$ die door het punt $P(-1,1)$ gaat?
8. Gegeven: $f(x) = \frac{mx}{x^2-m^2}$ Bepaal m zodat de helling van de buigraaklijn 4 is.
9. Gegeven: $f(x) = \frac{4x}{x^2+a}$. Bepaal de waarde van de reële parameter a zodat het punt P $(\sqrt{3}, f(\sqrt{3}))$ een buigpunt is van de grafiek van f.
10. Gegeven: $f(x) = \frac{x^3+4m}{x^2}$. Voor elke waarde van m is er een lokaal extremum. Toon aan dat al deze extrema op een rechte liggen.
11. Gegeven: $f(x) = \frac{px^2+qx-1}{rx+s}$. Bepaal de waarden van p,q,r,s als de grafiek van f
    - een VA heeft voor $x = \frac{3}{2}$,
    - een SA heeft evenwijdig met $y = -x$,
    - een nulpunt heeft voor $x = \frac{1}{2}$,
    - de rico van de raaklijn in P(1,f(1)) 1 is.
12. Een doos met vierkante bodem en zonder deksel moet een volume hebben van $13500cm^3$. Bepaal de afmetingen zodat minimaal materiaal voor de bodem en zijwanden wordt gebruikt.
13. Een doos met vierkante bodem en zonder deksel wordt bekomen door uit een vierkant stuk karton in de hoeken 4 gelijke vierkanten uit te snijden. De doos moet een inhoud van 25 l hebben. Ook wordt de binnenkant van de doos geverfd. De zijwanden aan een kostprijs van 10 euro/dm^2 en de bodem aan een kostprijs van 4 euro/dm^2. Bepaal de afmetingen zodat de kostprijs minimaal is.
14. Bepaal de afmetingen van de rechthoek met maximale oppervlakte, waarvan één hoekpunt ligt op de grafiek van $f(x) = \frac{4-x}{2+x}$ zoals afgebeeld.



15. Teken de grafiek van een functie f die voldoet aan:
    - $f(x)$ is continuous on its entire domain, which is all x except $x = 2$.
    - $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ and $\lim_{x\to\infty} f(x) = 3$.
    - $\lim_{x\to 2} f(x) = \infty$.
    - $f'(x)$ is continuous at all x except $x = -1$, $x = 2$, and $x = 5$.
    - $f'(x) > 0$ for $x < -1$ and for $0 < x < 2$ and for $4 < x < 5$ and for $x > 5$.
    - $f'(x) < 0$ for $-1 < x < 0$ and for $2 < x < 4$.
    - $\lim_{x\to-1^-} f'(x) = 3$ and $\lim_{x\to-1^+} f'(x) = -3$.
    - $\lim_{x\to 5} f'(x) = \infty$.
    - $f''(x) > 0$ for $-4 < x < -1$ and for $-1 < x < 2$ and for $2 < x < 5$.
    - $f''(x) < 0$ for $x < -4$ and for $x > 5$.
    - $f(-4) = -1$, $f(-1) = 4$, $f(0) = 2$, $f(4) = -2$, and $f(5) = 0$.

    Label all horizontal and vertical asymptotes, local extrema, and inflection points.

8 taken

1. verloop van rationale functies