Alexander Sarria
Colegio Los Nogales

El problema del Circulo Contráctil

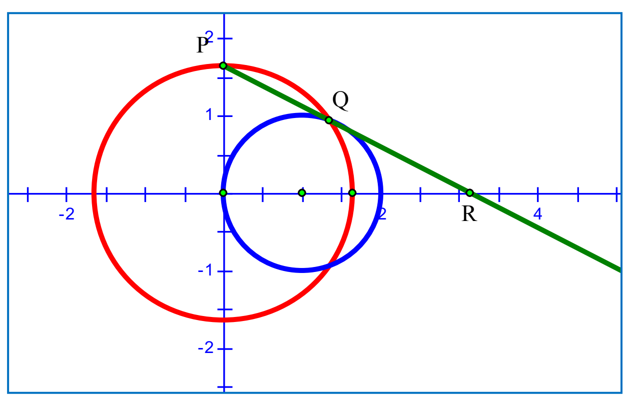
Propósito: El Propósito de este taller es mostrar una actividad de la clase de cálculo diferencial en la que el uso pertinente de la tecnología, en este caso el GeoGebra, nos facilita la comprensión, solución y generalización de un problema de límites.

Metodología: Inicialmente les mostrare el problema tal como viene planteado en el libro de texto. Luego les mostraré rápidamente algunas características fundamentales del GeoGebra. Después de esto les pediré que sigan las instrucciones para construir la representación gráfica del problema, en GeoGebra, para que puedan formular su conjetura. Seguidamente haremos una prueba de dicha conjetura. Finalmente los orientaré para hacer generalizaciones del problema inicial.

Guía de Trabajo

En este taller muestro un enfoque geométrico para abordar un ejercicio interesante sobre límites unilaterales que aparece en el libro: Calculus Early Transcendentals; 3rd Edition; de Stewart; Brooks/Cole. Este enfoque facilita la visualización del problema lo que nos ayuda a comprenderlo, solucionarlo y generalizarlo.

La figura muestra un círculo fijo C con ecuación $(x-1)^2+y^2=1$ y un círculo contráctil C_r con radio r y centro en el origen. P es el punto $(0,r)$, Q es el punto superior de intersección de los dos círculos y R es el punto de corte de $\overrightarrow{PQ}$ con el eje x. ¿Qué le pasa a R a medida que el círculo C_r se contrae? Es decir ¿qué pasa con R a medida que $r \to 0^+$?



Haga su predicción…

____

____

El propósito de esta actividad es usar el GeoGebra para modelar el problema del círculo contráctil y poder expresar una conjetura.

1. Active el plano cartesiano en GeoGebra.
2. Construya el círculo *C* con centro en (1,0) y radio 1.
3. Construya un punto *P* sobre el eje *y*.
4. Construya el punto (0,0)
5. Construya el círculo C_r con centro en (0,0) y radio *r*.
6. Construya el punto Q la intersección superior de los círculos *C* y C_r.
7. Construya $\overleftrightarrow{PQ}$. (*seleccione los puntos P y Q, en el menú Construct seleccione Line.)*
8. Construya el punto *R (la intersecciòn entre* $\overleftrightarrow{PQ}$ *y el eje x).*
9. Obtenga la coordenada del puno *R.*
10. Mueva el Punto *P* y explore que pasa con *R* a medida que mueve el punto *P*. A partir de su exploración establezca una conjetura acerca de *R* cuando $r \to 0^+$.

El propósito de esta actividad es probar la anterior conjetura. Para lo cual es necesario encontrar la ecuación de $\overleftrightarrow{\boldsymbol{PQ}}$***, luego el x intercepto de dicha línea en términos del radio r del círculo*** $\boldsymbol{C_r}$ ***y finalmente calcular el límite cuando*** $\boldsymbol{r \to 0^+}$.

1. Halle las coordenadas del punto P en términos de r.

2. Halle las coordenadas del punto Q en términos de r.

3. Halle la pendiente m de la recta PQ en términos de r.

4. Halle el x intercepto de la recta PQ en términos de r.

5. Plantee el comportamiento del x intercepto de la recta PQ en términos de r como un límite.

6. Calcule el límite (puede ayudar racionalizar o recordar la regla de L´Hopital).

Explore más

¿Qué pasa con R si el círculo C tiene radio fijo 2 y centro (2,0)?

¿Qué pasa con R si el círculo C tiene radio fijo 3y centro (3,0)?

¿Qué pasa con R si el círculo C tiene radio fijo a y centro $(a,0)$?