

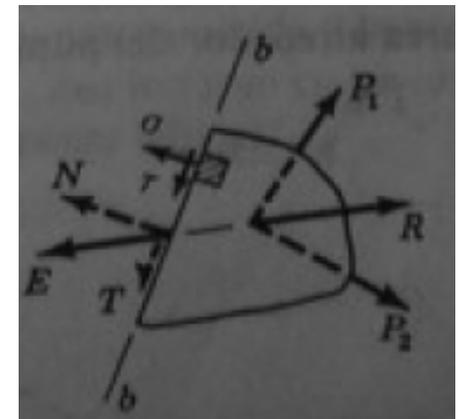
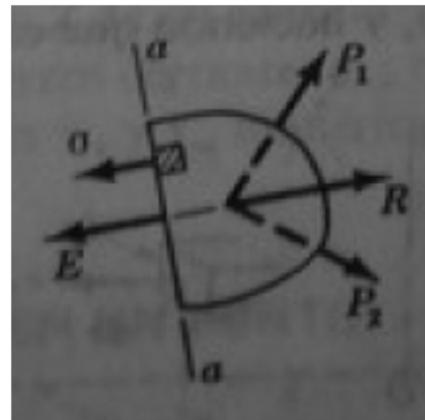
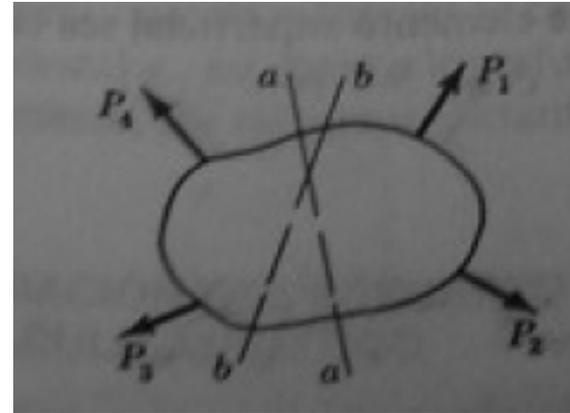
---

# ANÁLISIS DE ESFUERZOS EN UN PUNTO

---

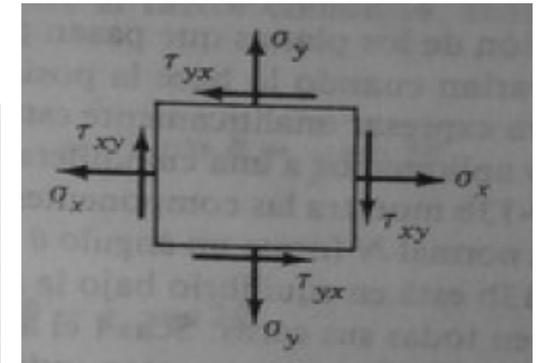
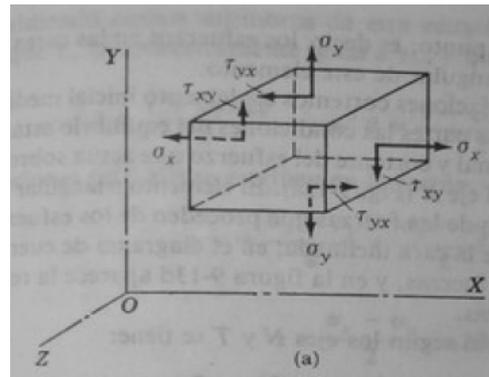
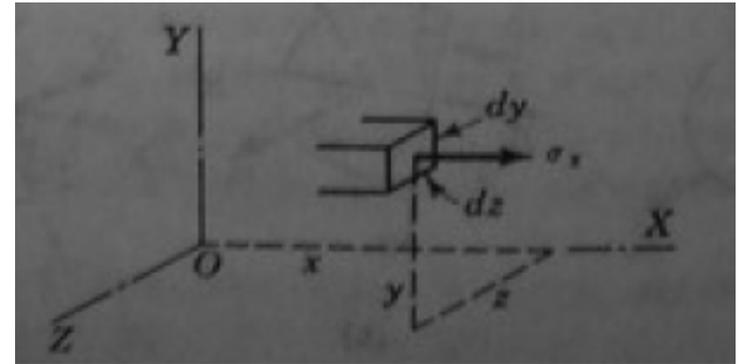
Universidad de San Carlos de Guatemala  
Facultad de Ingeniería  
Escuela de Ingeniería Civil  
Resistencia de Materiales 2  
Inga. María del Mar Girón Cordón  
Abril de 2020

- Para un mismo punto de un sólido sometido a un estado de esfuerzo, los esfuerzos varían según la orientación del elemento diferencial que se considere en dicho punto



# Esfuerzo en un punto...

- El esfuerzo en un punto define el esfuerzo medio uniformemente distribuido sobre un elemento diferencial de área.
- El esfuerzo en un punto queda definido por los esfuerzos que actúan sobre las caras del elemento que rodea dicho punto.



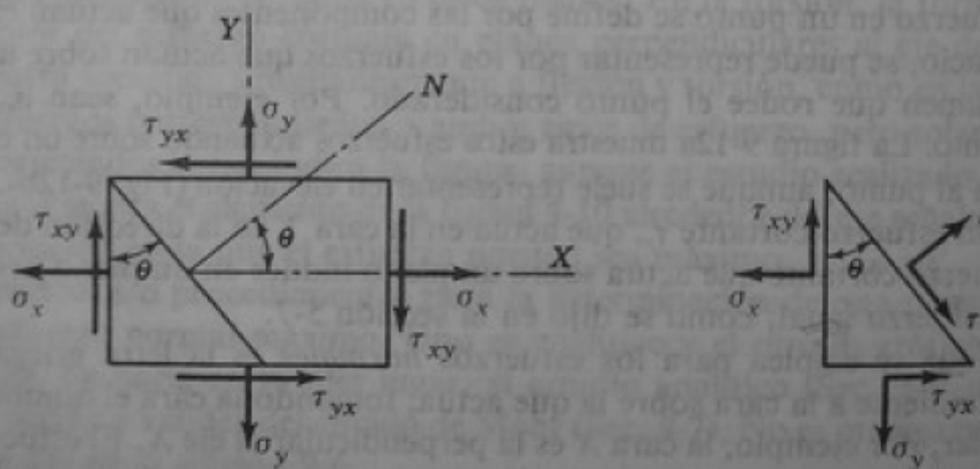
---

Para analizar el esfuerzo en un punto se pueden utilizar dos métodos...

MÉTODO ANALÍTICO  
MÉTODO GRÁFICO (Círculo de Mohr)

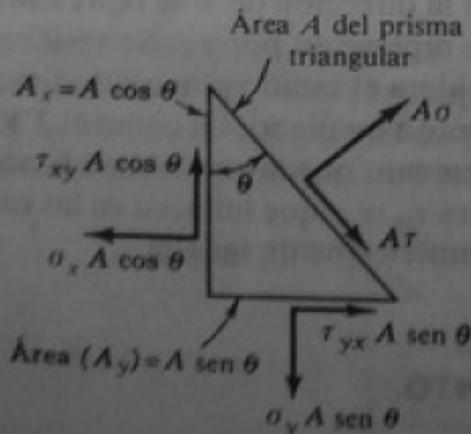
Ambos métodos tienen la base en aislar “un punto” de la estructura para su análisis, y rodearlo por “un cubo” (análisis tridimensional) o un cuadrado (análisis bidimensional).

---

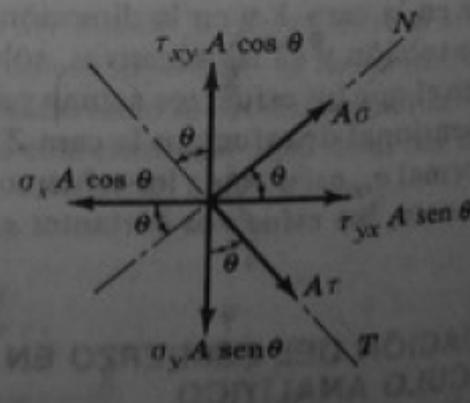


(a) Estado inicial de esfuerzo

(b) Esfuerzos que actúan en el prisma triangular



(c) Diagrama de cuerpo libre



(d) Diagrama de las fuerzas en un punto

Al realizar el análisis de esfuerzos en el DIAGRAMA DE FUERZAS, pueden identificarse:

$$\sigma = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta - \tau_{xy} \sin 2\theta$$

$$\tau = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\theta + \tau_{xy} \cos 2\theta$$

$$\tan 2\theta = -\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$$

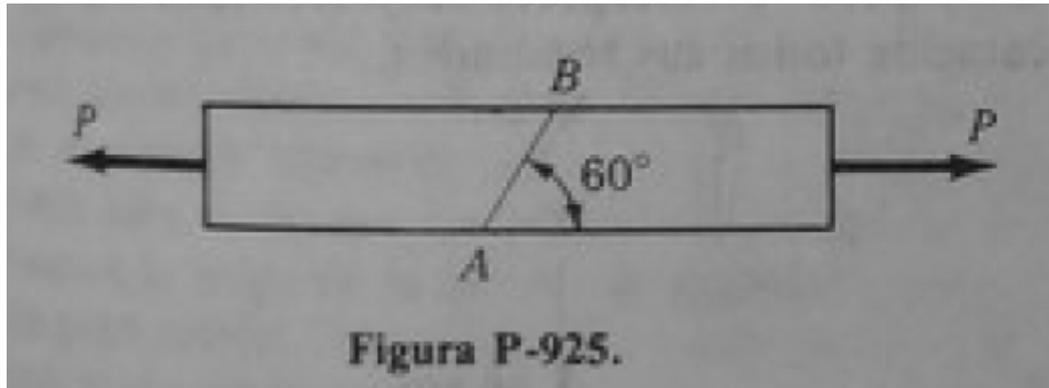
$$\tan 2\theta = -\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$$

$$\tan 2\theta_1 = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau_{xy}}$$

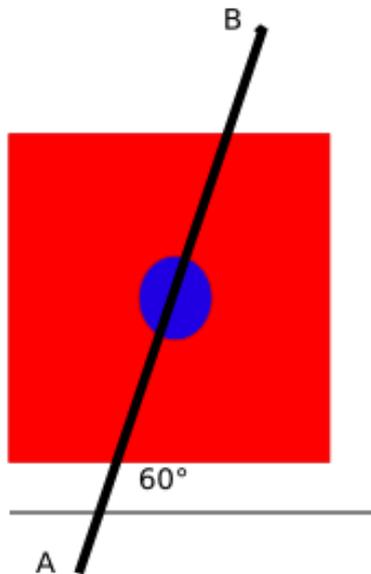
$$(\sigma)_{\text{máx}} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + (\tau_{xy})^2}$$
$$(\sigma)_{\text{mín}} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + (\tau_{xy})^2}$$
$$(\tau)_{\text{máx}} = \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + (\tau_{xy})^2}$$

## PROBLEMA 925

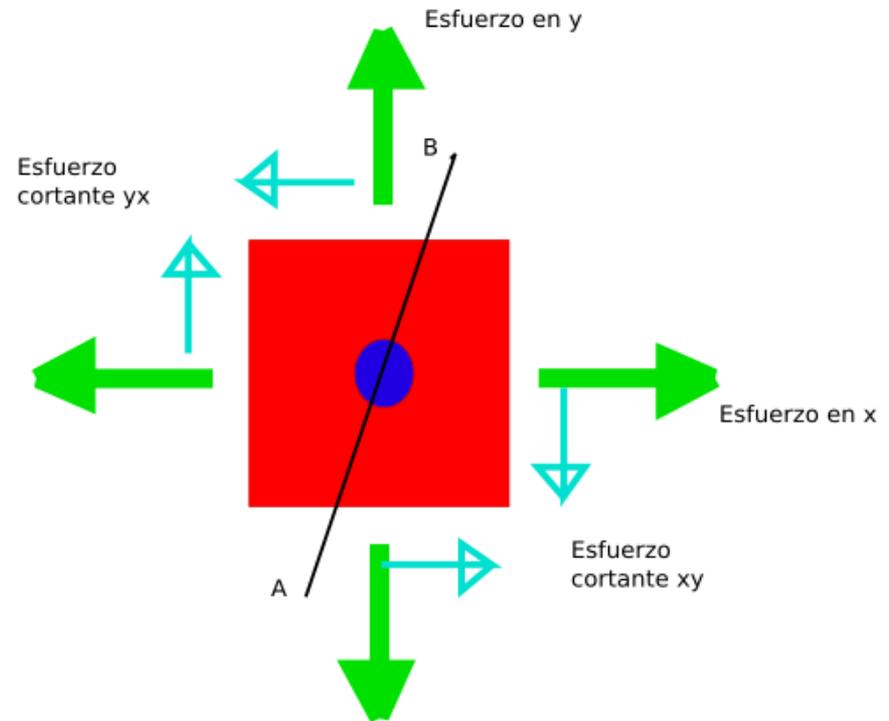
Dos piezas de madera de  $50 \times 100$  mm de sección están ensambladas a lo largo de la junta AB. Calcular los esfuerzos normal y cortante sobre la superficie de ensamble si  $P = 100$  kN.



Identificar el “punto” a analizar y “encerrarlo” en un cuadro (bidimensional).



- IDENTIFICAR LOS ESFUERZOS QUE INTERVIENEN EN EL PUNTO.



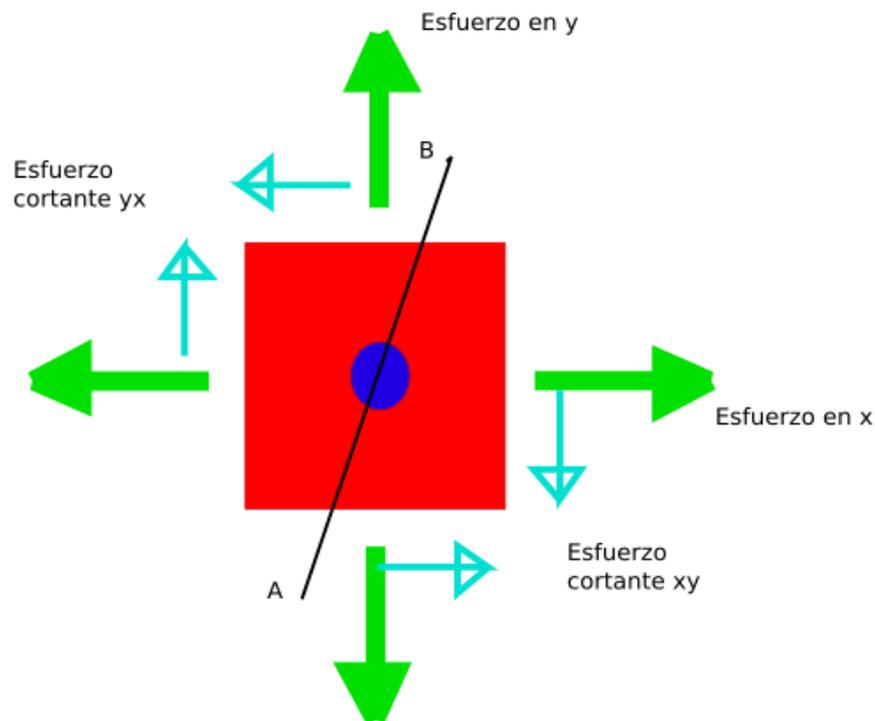
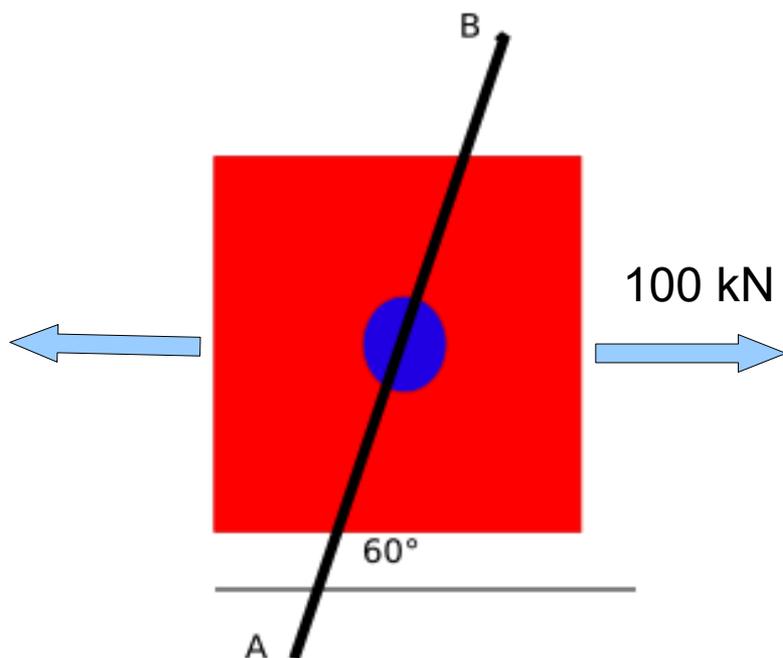
El elemento solamente está expuesto a una carga de 100 kN.

La carga implicará un único esfuerzo "axial" en x.

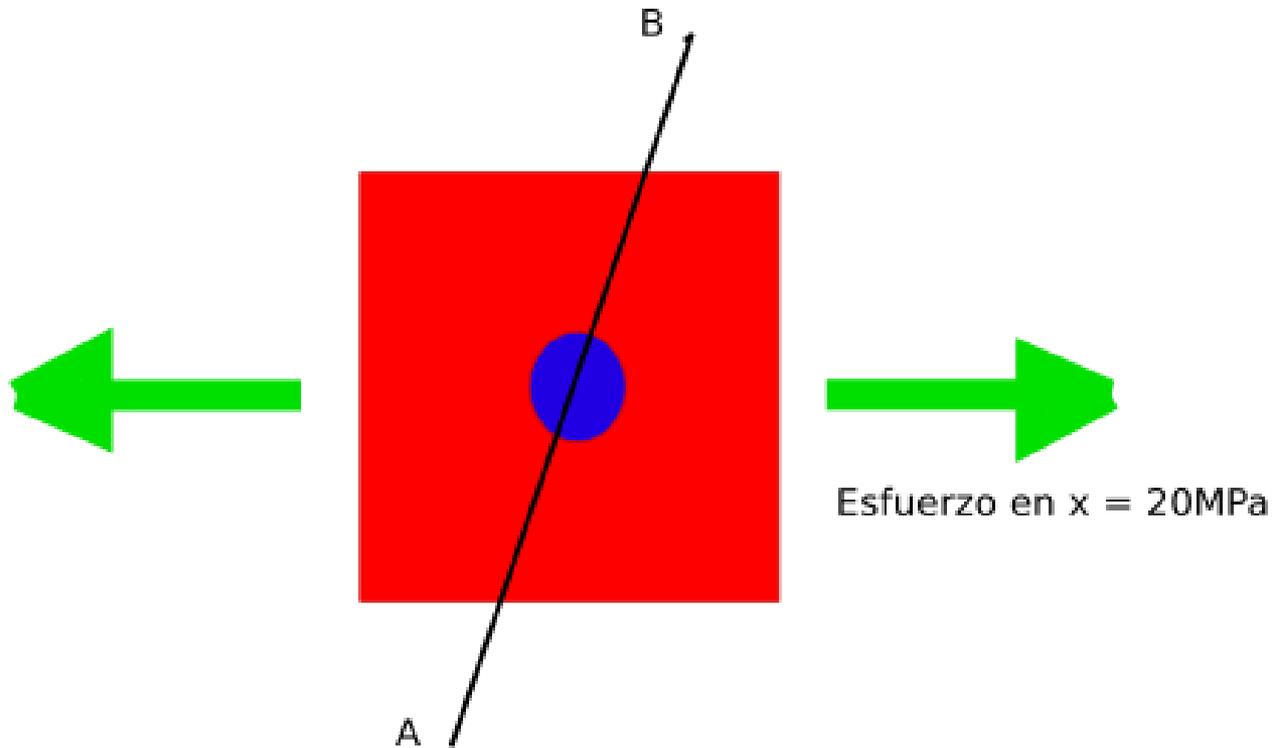
$$\sigma_x = \frac{100000}{0.05 * 0.1} = 20 \text{ MPa}$$

$$\sigma_y = 0 \text{ MPa}$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = 0 \text{ MPa}$$



# PROBLEMA A RESOLVER



$$\sigma_N = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} * \cos 2\theta - \tau_{xy} \text{sen } 2\theta$$

$$\sigma_N = \frac{20 \text{ MPa} + 0}{2} + \frac{20 \text{ MPa} - 0}{2} * \cos 2\theta - 0 \text{ sen } 2\theta$$

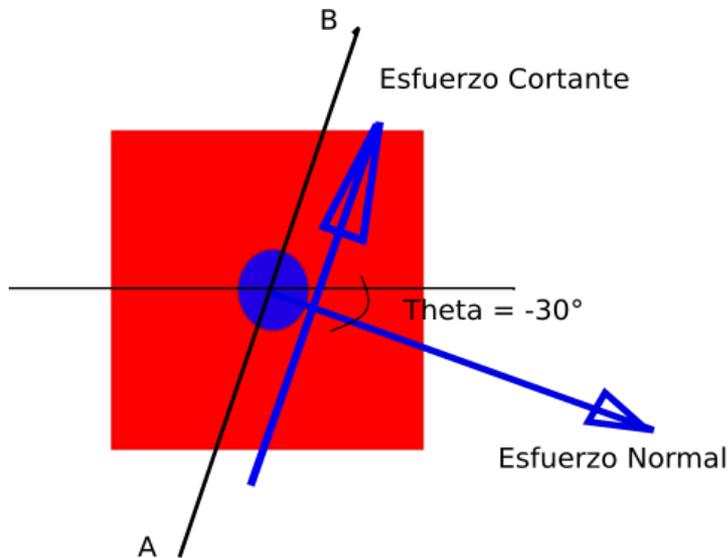
$$\sigma_N = 10 + 10 * \cos 2\theta \text{ [MPa]}$$

$$\tau = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} * \text{sen } 2\theta - \tau_{xy} \cos 2\theta$$

$$\tau = \frac{20 \text{ MPa} - 0}{2} * \text{sen } 2\theta - 0 \cos 2\theta$$

$$\tau = 10 * \text{sen } 2\theta \text{ [MPa]}$$

Finalmente se obtendrán 2 ecuaciones dependientes del ángulo de análisis.



- El ángulo se toma desde una horizontal que atraviesa el punto y el esfuerzo normal.

$$\sigma_N = 10 + 10 * \cos 2(-30^\circ) [MPa]$$

$$\sigma_N = 15 MPa$$

$$\tau = 10 * \text{sen} 2(-30) [MPa]$$

$$\tau = -8.66 MPa$$