



MATHS MASTERS

10
ஆம் ஆண்டு

SLOW LEARNERS

FULL METERIAL

A.SUBBARAJ
B.T.Assistant., (Maths)
Govt. High School,
Irunchirai-626612,
Virudhunagar District.
Cell : 9965771582

P SENTHIL KUMAR
B.T.Assistant., (Maths)
Govt. Hr Sec School,
Panaiyur-626129,
Virudhunagar District.
Cell : 9944277834

Mail id: mathsmasters.vnr@gmail.com

Website: mathsmasters-vnr.blogspot.com

MATHS MASTERS

இரண்டு மதிப்பெண் வினாக்கள்

1) $A = \{1,3,5\}$, $B = \{2,3\}$ எனில் (i) $A \times B$ மற்றும் $B \times A$ -ஐ காண்க. (ii) $A \times B = B \times A$ ஆகுமா? இல்லையெனில் ஏன்? (iii) $n(A \times B) = n(B \times A) = n(A) \times n(B)$ எனக் காட்டுக. [S-21]

தீர்வு:-

ஐ) $A \times B = \{(1,2), (1,3), (3,2), (3,3), (5,2), (5,3)\}$
 $B \times A = \{(2,1), (2,3), (2,5), (3,1), (3,3), (3,5)\}$

ஐஐ) $A \times B \neq B \times A \therefore (1,2) \neq (2,1)$

ஐஐஐ) $n(A \times B) = 6, n(B \times A) = 6$

$$n(A) = 3, n(B) = 2$$

$$n(A) \times n(B) = 3 \times 2 = 6$$

$$\therefore n(A \times B) = n(B \times A) = n(A) \times n(B)$$

2) $A \times B = \{(3,2), (3,4), (5,2), (5,4)\}$ எனில் A மற்றும் B -ஐ காண்க. [S-20, A-22]

தீர்வு:-

$$A = \{3,5\}$$

$$B = \{2,4\}$$

3) $A = \{1,2,3\}$ மற்றும் $B = \{x | x \text{ என்பது } 10\text{-ஐ விடச் சிறிய பகா எண்}\}$ எனில், $A \times B$ மற்றும் $B \times A$ ஆகியவற்றைக் காண்க. [M-22]

தீர்வு:-

$$A = \{1,2,3\}, B = \{2,3,5,7\}$$

$$A \times B = \{(1,2), (1,3), (1,5), (1,7),$$

$$(2,2), (2,3), (2,5), (2,7),$$

$$(3,2), (3,3), (3,5), (3,7)\}$$

$$B \times A = \{(2,1), (3,1), (5,1), (7,1),$$

$$(2,2), (3,2), (5,2), (7,2),$$

$$(2,3), (3,3), (5,3), (7,3)\}$$

4) $B \times A = \{(-2,3), (-2,4), (0,3), (0,4), (3,3), (3,4)\}$ எனில் A மற்றும் B ஆகியவற்றைக் காண்க.

தீர்வு:-

$$A = \{3,4\}$$

$$B = \{-2,0,3\}$$

5) R என்ற ஒரு உறவு $\{(x,y) | y = x + 3, x \in \{0,1,2,3,4,5\}\}$ என கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. அதன் மதிப்பகத்தையும் வீச்சகத்தையும் காண்க.

தீர்வு:-

$$y = 0 + 3 = 3 \quad y = 3 + 3 = 6$$

$$y = 1 + 3 = 4 \quad y = 4 + 3 = 7$$

$$y = 2 + 3 = 5 \quad y = 5 + 3 = 8$$

$$\therefore R = \{(0,3), (1,4), (2,5), (3,6), (4,7), (5,8)\}$$

$$\text{மதிப்பகம்} = \{0,1,2,3,4,5\}$$

$$\text{வீச்சகம்} = \{3,4,5,6,7,8\}$$

6) $X = \{3,4,6,8\}$ என்க. $R = \{(x, f(x)) | x \in X, f(x) = x^2 + 1\}$ என்ற உறவானது X லிருந்து N -க்கு ஒரு சார்பாகுமா?

தீர்வு:-

$$f(3) = 3^2 + 1 = 9 + 1 = 10$$

$$f(4) = 4^2 + 1 = 16 + 1 = 17$$

$$f(6) = 6^2 + 1 = 36 + 1 = 37$$

$$f(8) = 8^2 + 1 = 64 + 1 = 65$$

$$\therefore R = \{(3,10), (4,17), (6,37), (8,65)\}$$

$R: X \rightarrow N$ ஒரு சார்பு ஆகும்.

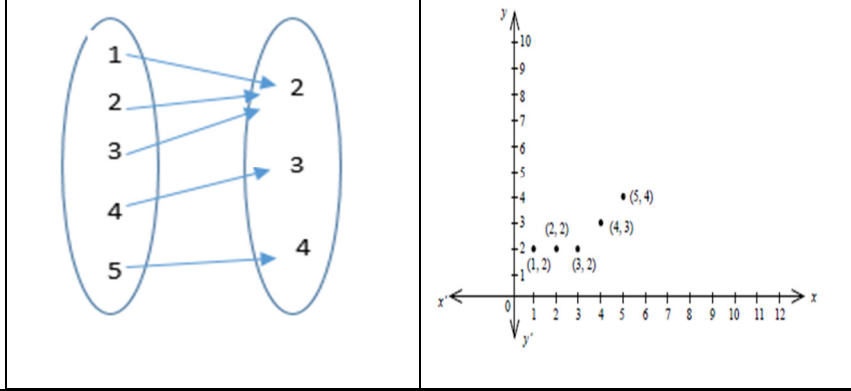
7) $f = \{(1,2), (2,2), (3,2), (4,3), (5,4)\}$ என்ற சார்பினை

(i) அம்புக்குறி படம் (ii) அட்டவணை (iii) வரைபடம் மூலமாக குறிக்கவும்.

தீர்வு:-

MATHS MASTERS

x	1	2	3	4	5
f(x)	2	2	2	3	4



8) $f(x) = \sqrt{2x^2 - 5x + 3}$ -ஐ இரு சார்புகளின் சேர்ப்பாகக் குறிக்க.

தீர்வு:-

$$h(x) = 2x^2 - 5x + 3 \text{ and } g(x) = \sqrt{x}$$

$$\text{இப்பொழுது, } f(x) = \sqrt{2x^2 - 5x + 3}$$

$$= \sqrt{h(x)}$$

$$= g[h(x)]$$

$$= g \circ h(x)$$

9) $f(x) = 2x + 1$ மற்றும் $g(x) = x^2 - 2$ எனில் $f \circ g$ மற்றும் $g \circ f$ -ஐக் காண்க.

தீர்வு:-

$$f \circ g = (2x + 1) \circ (x^2 - 2)$$

$$= 2(x^2 - 2) + 1$$

$$= 2x^2 - 4 + 1$$

$$= 2x^2 - 3$$

$$g \circ f = (x^2 - 2) \circ (2x + 1)$$

$$= (2x + 1)^2 - 2$$

$$= 4x^2 + 4x + 1 - 2$$

$$= 4x^2 + 4x - 1$$

10) $f(x) = \frac{2}{x}$ மற்றும் $g(x) = 2x^2 - 1$ எனில் $f \circ g$ மற்றும் $g \circ f$ -ஐக் காண்க.

தீர்வு:-

$$f \circ g = \left(\frac{2}{x}\right) \circ (2x^2 - 1)$$

$$= \frac{2}{2x^2 - 1} \rightarrow (1)$$

$$g \circ f = (2x^2 - 1) \circ \left(\frac{2}{x}\right)$$

$$= 2\left(\frac{2}{x}\right)^2 - 1$$

$$= \frac{2 \times 4}{x^2} - 1$$

$$= \frac{8}{x^2} - 1 \rightarrow (2)$$

∴ (1) மற்றும் (2) விருந்து, $f \circ g \neq g \circ f$

11) $f(x) = \frac{x+6}{4}$ மற்றும் $g(x) = 3 - x$ எனில் $f \circ g$ மற்றும் $g \circ f$ -ஐக் காண்க.

தீர்வு:-

$$f \circ g = \left(\frac{x+6}{3}\right) \circ (3 - x)$$

$$= \frac{(3 - x) + 6}{3}$$

$$= \frac{3 - x + 6}{3}$$

$$= \frac{9 - x}{3} \rightarrow (1)$$

$$g \circ f = (3 - x) \circ \left(\frac{x+6}{3}\right)$$

$$= 3 - \left(\frac{x+6}{3}\right)$$

$$= \frac{9 - (x+6)}{3}$$

$$= \frac{9 - x - 6}{3}$$

$$= \frac{3 - x}{3} \rightarrow (2)$$

∴ (1) மற்றும் (2) விருந்து, $f \circ g \neq g \circ f$

MATHS MASTERS

12) யூக்ளிடிஸ் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்திப் பின்வருவனவற்றின் மீ.பொ.வ காண்க. (i) 340 மற்றும் 412
(ii) 867 மற்றும் 255 (iii) 10224 மற்றும் 9648 (iv) 84,90 மற்றும் 120.

தீர்வு:-

WKT. யூக்ளிடிஸ் வகுத்தல் துணைத்தேற்றத்தின் படி,

$$a = bq + r, \quad 0 \leq r < b$$

இங்கு, $a =$ வகுபடும் எண், $b =$ வகுத்தி, $q =$ ஈவு, $r =$ மீதி.

(i) **தரவு,** $a = 412$ மற்றும் $b = 340$

$$412 = 340 \times 1 + 72 ; \quad \text{மீதி} = 72 \neq 0$$

$$340 = 72 \times 4 + 52 ; \quad \text{மீதி} = 52 \neq 0$$

$$72 = 52 \times 1 + 20 ; \quad \text{மீதி} = 20 \neq 0$$

$$52 = 20 \times 2 + 12 ; \quad \text{மீதி} = 12 \neq 0$$

$$20 = 12 \times 1 + 8 ; \quad \text{மீதி} = 8 \neq 0$$

$$12 = 8 \times 1 + 4 ; \quad \text{மீதி} = 4 \neq 0$$

$$8 = 4 \times 2 + 0$$

இங்கு, மீதி = 0

ஆகவே, 340 மற்றும் 412 - யின் மீ.பொ.வ = 4.

(ii) **தரவு,** $a = 867$ மற்றும் $b = 255$

$$867 = 255 \times 3 + 102 ; \quad \text{மீதி} = 102 \neq 0$$

$$255 = 102 \times 2 + 51 ; \quad \text{மீதி} = 51 \neq 0$$

$$102 = 51 \times 2 + 0$$

இங்கு, மீதி = 0

ஆகவே, 867 மற்றும் 255 - யின் மீ.பொ.வ = 51.

(iii) **தரவு,** $a = 10224$ மற்றும் $b = 9648$

$$10224 = 9648 \times 1 + 576 ; \quad \text{மீதி} = 576 \neq 0$$

$$9648 = 576 \times 16 + 432 ; \quad \text{மீதி} = 432 \neq 0$$

$$576 = 432 \times 1 + 144 ; \quad \text{மீதி} = 144 \neq 0$$

$$432 = 144 \times 3 + 0$$

இங்கு, மீதி = 0

ஆகவே, 10224 மற்றும் 9648 - யின் மீ.பொ.வ = 144.

(iv) முதலில் 84 மற்றும் 90 இன் மீ.பொ.வ காண்போம்.

இங்கு, $a = 90$ மற்றும் $b = 84$

$$90 = 84 \times 1 + 6 ; \quad \text{மீதி} = 6 \neq 0$$

$$84 = 6 \times 14 + 0$$

இங்கு, மீதி = 0

ஆகவே, 90 மற்றும் 84 - யின் மீ.பொ.வ = 6.

இப்பொழுது, 120 மற்றும் 6 இன் மீ.பொ.வ காண்போம்.

இங்கு, $a = 120$ மற்றும் $b = 6$

$$120 = 6 \times 20 + 0$$

இங்கு, மீதி = 0

ஆகவே, 120 மற்றும் 6 - யின் மீ.பொ.வ = 6.

∴ 84, 90 மற்றும் 120 இன் மீ.பொ.வ = 6.

13) $13824 = 2^a \times 3^b$ எனில் a மற்றும் b -யின் மதிப்புக் காண்க.

தீர்வு:-

MATHS MASTERS

தரவு. $2^a \times 3^b = 13824$

$\Rightarrow 2^a \times 3^b = 2^9 \times 3^3$

$\therefore a = 9$ மற்றும் $b = 3$

2	13824
2	6912
2	3456
2	1728
2	864
2	432
2	216
2	108
2	54
3	27
3	9
3	3
	1

14) தீர்க்க $8x \equiv 1 \pmod{11}$.

தீர்வு:-

$8x \equiv 1 \pmod{11}$

$8x - 1 = 11k, k$ ஒரு முழு

$$8x = 11k + 1$$

$$x = \frac{11k + 1}{8}$$

$k = 5, 13, 21, 29, \dots$ எனில் $11k + 1$ ஆனது 8 ஆல் வகுபடும்.

$$x = \frac{11 \times 5 + 1}{8} = 7$$

$$x = \frac{11 \times 13 + 1}{8} = 18$$

$$\therefore x = 7, 18, 29, 40, \dots$$

15) முற்பகல் 7 மணிக்கு 100 மணி நேரத்திற்கு பிறகு நேரம் என்ன?

தீர்வு:-

$7 + 100 \equiv x \pmod{24}$

$107 \equiv x \pmod{24}$

$\rightarrow 107 - x$ ஆனது 24 ஆல் வகுபடும்

$\therefore x = 11$ எனில் $107 - 11 = 96$ ஆனது 24 ஆல் வகுபடும்.

\therefore முற்பகல் 7 மணிக்கு 100 மணி நேரத்திற்கு பிறகு முற்பகல் 11 மணி ஆகும்.

16) பிற்பகல் 11 மணிக்கு 15 மணி நேரத்திற்கு முன்பு நேரம் என்ன?

தீர்வு:-

பிற்பகல் 11 மணி = 23 மணி

$23 + 15 \equiv x \pmod{24}$

$38 \equiv x \pmod{24}$

$\rightarrow 38 - x$ ஆனது 24 ஆல் வகுபடும்

$\therefore x = 14$ எனில் $38 - 14 = 24$ ஆனது 24 ஆல் வகுபடும்.

\therefore 23 மணிக்கு 15 மணி நேரத்திற்கு பிறகு 14 மணி ஆகும்.

அதாவது பிற்பகல் 2 மணி ஆகும்

17) இன்று செவ்வாய் கிழமை, என்னுடைய மாமா 45 நாட்களுக்குப் பிறகு வருவதாகக் கூறியுள்ளார். என்னுடைய மாமா எந்தக் கிழமையில் வருவார்?

தீர்வு:-

$45 \equiv x \pmod{7}$

$\rightarrow 45 - x$ ஆனது 7 ஆல் வகுபடும்

$\therefore x = 3$ எனில் $45 - 3 = 42$ ஆனது 7 ஆல் வகுபடும்.

\therefore செவ்வாயிலிருந்து 3 நாள் கழித்து வெள்ளிக்கிழமை ஆகும்.

18) 3, 6, 9, 12, . . . , 111 என்ற கூட்டுத் தொடர்ச்சியில் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

தீர்வு:-

தரவு. முதல் உறுப்பு $a = 3$

பொது வித்தியாசம் $d = 6 - 3 = 3$

கடைசி உறுப்பு $l = 111$

MATHS MASTERS

WKT. உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை, $n = \left(\frac{l-a}{d}\right) + 1$

$$\begin{aligned} \therefore n &= \left(\frac{111-3}{3}\right) + 1 \\ &= \left(\frac{108}{3}\right) + 1 \\ &= 36 + 1 \\ &= 37 \end{aligned}$$

எனவே, தரப்பட்டுள்ள கூட்டுத்தொடர்வரிசையில் 37 உறுப்புகள் உள்ளன.

19) $-11, -15, -19, \dots$ என்ற கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் 19-வது உறுப்பைக் காண்க.

தீர்வு:-

இங்கு. $a = -11$
 $d = -15 - (-11) = -15 + 11 = -4$
 $n = 19$

WKT. $t_n = a + (n-1)d$

∴ 19 -வது உறுப்பு, $= t_{19}$
 $= a + (n-1)d$
 $= -11 + (19-1)(-4)$
 $= -11 + (18)(-4)$
 $= -11 - 72$
 $= -83$

20) $16, 11, 6, 1, \dots$ என்ற கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் -54 என்பது எத்தனையாவது உறுப்பு?

தீர்வு:-

இங்கு. $a = 16, d = 11 - 16 = -5, l = -54$

WKT. $n = \left(\frac{l-a}{d}\right) + 1$
 $n = \left(\frac{-54-16}{-5}\right) + 1$
 $= \left(\frac{-70}{-5}\right) + 1$
 $= 14 + 1$
 $= 15$

∴ -54 என்பது 15 - வது உறுப்பு ஆகும்.

21) $9, 15, 21, 27, \dots, 183$ என்ற கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் நடு உறுப்புகளைக் காண்க.

தீர்வு:-

இங்கு. $a = 9, d = 15 - 9 = 6, l = 183$

WKT. $n = \left(\frac{l-a}{d}\right) + 1$

கூட்டுத்தொடர்வரிசையில் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை,

$$\begin{aligned} n &= \left(\frac{183-9}{6}\right) + 1 \\ &= \left(\frac{174}{6}\right) + 1 \\ &= 29 + 1 \\ &= 30, \text{ இது ஒரு இரட்டை எண்.} \end{aligned}$$

∴ நடு உறுப்பு $= \frac{n}{2} - \text{வது உறுப்பு மற்றும் } \left(\frac{n}{2} + 1\right) - \text{வது உறுப்பு}$
 $= \frac{30}{2} - \text{வது உறுப்பு மற்றும் } \left(\frac{30}{2} + 1\right) - \text{வது உறுப்பு}$
 $= 15 - \text{வது உறுப்பு மற்றும் } (15 + 1) - \text{வது உறுப்பு}$
 $= 15 - \text{வது உறுப்பு மற்றும் } 16 - \text{வது உறுப்பு}$

WKT. $t_n = a + (n-1)d$

MATHS MASTERS

$$\begin{aligned}
 15 \text{ -வது உறுப்பு, } &= t_{15} \\
 &= a + 14d \\
 &= 9 + 14(6) \\
 &= 9 + 84 \\
 &= 93
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 16 \text{ -வது உறுப்பு, } &= t_{16} \\
 &= a + 15d \\
 &= 9 + 15(6) \\
 &= 9 + 90 \\
 &= 99
 \end{aligned}$$

∴ நடு உறுப்புகள், 93 மற்றும் 99

22) $3 + k, 18 - k, 5k + 1$ என்பவை ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் உள்ளன எனில், k -யின் மதிப்புக் காண்க.

தீர்வு:-

தரவு, $a = 3 + k, b = 18 - k, c = 5k + 1$

WKT, a, b, c என்பது ஒரு கூட்டுத்தொடர்வரிசையின் தொடர்ச்சியான மூன்று உறுப்புகள் எனில், $2b = a + c$.

$$2(18 - k) = 3 + k + 5k + 1$$

$$36 - 2k = 6k + 4$$

$$-6k - 2k = -36 + 4$$

$$-8k = -32$$

$$k = \frac{-32}{-8}$$

$$k = 4$$

23) $x, 10, y, 24, z$ என்பவை ஒரு கூட்டத் தொடர்வரிசையில் உள்ளன எனில், x, y, z ஆகியவற்றின் மதிப்புக் காண்க.

தீர்வு:-

தரவு, $x, 10, y, 24, z$ என்பவை ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசை.

WKT, a, b, c என்பது ஒரு கூட்டுத்தொடர்வரிசையின்

தொடர்ச்சியான மூன்று உறுப்புகள் எனில், $2b = a + c$.

$$\Rightarrow 2y = 10 + 24$$

$$2y = 34$$

$$y = \frac{34}{2}$$

$$y = 17$$

∴ $x, 10, 17, 24, z$ என்பது ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசை.

$$\Rightarrow d = 17 - 10 = 7$$

∴ $x = 10 - 7 = 3$ மற்றும்

$$z = 24 + 7 = 31$$

எனவே, $x = 3, y = 17, z = 31$

24) கூடுதல் காண்க. (i) $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 16^3$
(ii) $9^3 + 10^3 + \dots + 21^3$.

தீர்வு:-

(i) $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 16^3$

WKT, $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \sum n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2$

$$\begin{aligned}
 \therefore 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 16^3 &= \left[\frac{16 \times 17}{2} \right]^2 \\
 &= [8 \times 17]^2 \\
 &= (136)^2 \\
 &= 18496
 \end{aligned}$$

(ii) $9^3 + 10^3 + 11^3 + \dots + 21^3$

WKT, $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \sum n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2$

$$\begin{aligned}
 \therefore 9^3 + 10^3 + 11^3 + \dots + 21^3 \\
 = (1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 21^3) - (1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots \\
 + 8^3)
 \end{aligned}$$

MATHS MASTERS

$$\begin{aligned}
 &= \left(\frac{21 \times 22}{2}\right)^2 - \left(\frac{8 \times 9}{2}\right)^2 \\
 &= (231)^2 - (36)^2 \\
 &= 53361 - 1296 \\
 &= 52065
 \end{aligned}$$

25) $1 + 2 + 3 + \dots + k = 325$ எனில், $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + k^3$ யின் மதிப்பு காண்க.

தீர்வு:-

தரவு, $1 + 2 + 3 + \dots + k = 325$

$$\Rightarrow \frac{k(k+1)}{2} = 325$$

$$\therefore 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + k^3 = \left[\frac{k(k+1)}{2}\right]^2 = (325)^2 = 105625$$

26) $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + k^3 = 44100$ எனில், $1 + 2 + 3 + \dots + k$ ன் மதிப்பு காண்க.

தீர்வு:-

தரவு, $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + k^3 = 44100$

$$\left[\frac{k(k+1)}{2}\right]^2 = 44100$$

$$\left[\frac{k(k+1)}{2}\right] = (210)^2$$

இருபுறமும் வர்க்கமூலம் எடுக்கவும்,

$$\frac{k(k+1)}{2} = 210$$

$$1 + 2 + 3 + \dots + k = 210$$

27) மீ.பொ.ம காண்க. $x^3 - 27, (x-3)^2, x^2 - 9$.

தீர்வு:-

$$x^3 - 27 = x^3 - 3^3$$

$$= (x-3)(x^2 + x \times 3 + 3^2)$$

$$[\because a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)]$$

$$= (x-3)(x^2 + 3x + 9)$$

$$(x-3)^2 = (x-3)^2$$

$$x^2 - 9 = x^2 - 3^2$$

$$= (x+3)(x-3)$$

$$[\because a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)]$$

$$\therefore \text{மீ.பொ.ம} = (x-3)^2(x+3)(x^2 + 3x + 9)$$

28) மீ.பொ.ம காண்க.

$$(2x^2 - 3xy)^2, (4x - 6y)^3, 8x^3 - 27y^3$$

தீர்வு:-

(i) $(2x^2 - 3xy)^2, (4x - 6y)^3, 8x^3 - 27y^3$

$$(2x^2 - 3xy)^2 = [x(2x - 3y)]^2$$

$$= x^2(2x - 3y)^2$$

$$(4x - 6y)^3 = [2(2x - 3y)]^3$$

$$= 2^3(2x - 3y)^3$$

$$= 8(2x - 3y)^3$$

$$8x^3 - 27y^3 = (2x)^3 - (3y)^3$$

$$= (2x - 3y)[(2x)^2 + 2x \times 3y + (3y)^2]$$

$$[\because a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)]$$

$$= (2x - 3y)(4x^2 + 6xy + 9y^2)$$

$$\therefore \text{மீ.பொ.ம} = 8x^2(2x - 3y)^3(4x^2 + 6xy + 9y^2)$$

29) ஓர் எண் மற்றும் அதன் தலைகீழி ஆகியவற்றின் வித்தியாசம் $\frac{24}{5}$ எனில், அந்த எண்ணைக் காண்க.

தீர்வு:-

MATHS MASTERS

ஓர் எண் = x என்க.

அந்த எண்ணின் தலைகீழி = $\frac{1}{x}$

தரவு,

ஒரு எண் மற்றும் அதன் தலைகீழி இவற்றின் வித்தியாசம் = $\frac{24}{5}$

$$\begin{aligned} x - \frac{1}{x} &= \frac{24}{5} \\ \frac{x^2 - 1}{x} &= \frac{24}{5} \\ 5(x^2 - 1) &= 24x \\ 5x^2 - 5 - 24x &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r|l} -25 & -24 \\ \hline -25 & +1 \\ 5x & 5x \end{array}$$

$$x - 5 = 0 \quad \text{அல்லது} \quad 5x + 1 = 0$$

$$x = 5$$

$$5x = -1$$

$$x = \frac{-1}{5}$$

(i) $x = 5$ எனில், ஓர் எண் = $x = 5$ மற்றும்

அந்த எண்ணின் தலைகீழி = $\frac{1}{x} = \frac{1}{5}$

(ii) $x = \frac{-1}{5}$ எனில், ஓர் எண் = $x = \frac{-1}{5}$ மற்றும்

அந்த எண்ணின் தலைகீழி = $\frac{1}{\left(\frac{-1}{5}\right)} = -5$

30) ஓர் அணியானது 16 உறுப்புகளைக் கொண்டிருந்தால், அந்த அணிக்கு எத்தனை விதமான வரிசைகள் இருக்கும்?.

தீர்வு:-

$$1 \times 16$$

$$2 \times 8$$

$$4 \times 4$$

$$8 \times 2$$

$$16 \times 1$$

31) $a_{ij} = i^2 j^2$ என்ற அமைப்பைக் கொண்ட 3×3 வரிசையுடைய அணியைக் காண்க.

தீர்வு:-

$$a_{11} = 1^2 1^2 = 1 \times 1 = 1$$

$$a_{12} = 1^2 2^2 = 1 \times 4 = 4$$

$$a_{13} = 1^2 3^2 = 1 \times 9 = 9$$

$$a_{21} = 2^2 1^2 = 4 \times 1 = 4$$

$$a_{22} = 2^2 2^2 = 4 \times 4 = 16$$

$$a_{23} = 2^2 3^2 = 4 \times 9 = 36$$

$$a_{31} = 3^2 1^2 = 9 \times 1 = 9$$

$$a_{32} = 3^2 2^2 = 9 \times 4 = 36$$

$$a_{33} = 3^2 3^2 = 9 \times 9 = 81$$

$$\therefore A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 9 \\ 4 & 16 & 36 \\ 9 & 36 & 81 \end{pmatrix}$$

32) $\begin{pmatrix} a-b & 2a+c \\ 2a-b & 3c+d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ என்ற அணி சமன்பாட்டிலிருந்து a, b, c, d மதிப்புகளைக் காண்க.

தீர்வு:-

தரவு. $\begin{pmatrix} a-b & 2a+c \\ 2a-b & 3c+d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

WKT, இரு அணிகள் சமம் எனில், அதன் ஒத்த உறுப்புகள் சமம்.

ஆகையால்,

$$a - b = 1 \quad \rightarrow (1)$$

$$2a + c = 5 \quad \rightarrow (2)$$

$$2a - b = 0 \quad \rightarrow (3)$$

$$3c + d = 2 \quad \rightarrow (4)$$

MATHS MASTERS

சமன்பாடு(3)இலிருந்து, $2a = b \rightarrow (5)$

$$2a = b \text{ என்பதை சமன்பாடு(1)- இல் பிரதியிட, } a - 2a = 1$$

$$-a = 1$$

$$a = -1$$

$$a = -1 \text{ என்பதை சமன்பாடு(5)- இல் பிரதியிட, } 2(-1) = b$$

$$-2 = b$$

$$b = -2$$

$$a = -1 \text{ என்பதை சமன்பாடு(2)- இல் பிரதியிட, } 2(-1) + c = 5$$

$$-2 + c = 5$$

$$c = 5 + 2$$

$$c = 7$$

$$c = 7 \text{ என்பதை சமன்பாடு(4)- இல் பிரதியிட, } 3(7) + d = 2$$

$$21 + d = 2$$

$$d = 2 - 21$$

$$d = -19$$

எனவே, $a = -1, b = -2, c = 7, d = -19$

33) 18 உறுப்புகளைக் கொண்ட ஓர் அணிக்கு எவ்வகை வரிசைகள் இருக்க இயலும்? ஓர் அணியின் உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை 6 எனில், எவ்வகை வரிசைகள் இருக்க இயலும்?

தீர்வு:-

1×18	1×6
2×9	2×3
3×6	3×2
6×3	6×1
9×2	
18×1	

34) பின்வருவனவற்றைக் கொண்டு 3×3 வரிசையைக் கொண்ட அணி

$$A = [a_{ij}] \text{ யினைக் காண்க. (i) } a_{ij} = |i - 2j| \text{ (ii) } \frac{(i+j)^2}{3}$$

தீர்வு:-

WKT, 3×3 வரிசை உள்ள ஒரு அணியின் பொது வடிவம்.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

(i) **தரவு**, $a_{ij} = |i - 2j|$

$$a_{11} = |1 - 2(1)| = |1 - 2| = |-1| = 1$$

$$a_{12} = |1 - 2(2)| = |1 - 4| = |-3| = 3$$

$$a_{13} = |1 - 2(3)| = |1 - 6| = |-5| = 5$$

$$a_{21} = |2 - 2(1)| = |2 - 2| = |0| = 0$$

$$a_{22} = |2 - 2(2)| = |2 - 4| = |-2| = 2$$

$$a_{23} = |2 - 2(3)| = |2 - 6| = |-4| = 4$$

$$a_{31} = |3 - 2(1)| = |3 - 2| = |1| = 1$$

$$a_{32} = |3 - 2(2)| = |3 - 4| = |-1| = 1$$

$$a_{33} = |3 - 2(3)| = |3 - 6| = |-3| = 3$$

தேவையான அணி,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 0 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

(ii) **தரவு**, $a_{ij} = \frac{(i+j)^3}{3}$

$$a_{11} = \frac{(1+1)^3}{3} = \frac{(2)^3}{3} = \frac{8}{3}$$

$$a_{12} = \frac{(1+2)^3}{3} = \frac{(3)^3}{3} = \frac{27}{3} = 9$$

$$a_{13} = \frac{(1+3)^3}{3} = \frac{(4)^3}{3} = \frac{64}{3}$$

MATHS MASTERS

$$a_{21} = \frac{(2+1)^3}{3} = \frac{(3)^3}{3} = \frac{27}{3} = 9$$

$$a_{22} = \frac{(2+2)^3}{3} = \frac{(4)^3}{3} = \frac{64}{3}$$

$$a_{23} = \frac{(2+3)^3}{3} = \frac{(5)^3}{3} = \frac{125}{3}$$

$$a_{31} = \frac{(3+1)^3}{3} = \frac{(4)^3}{3} = \frac{64}{3}$$

$$a_{32} = \frac{(3+2)^3}{3} = \frac{(5)^3}{3} = \frac{125}{3}$$

$$a_{33} = \frac{(3+3)^3}{3} = \frac{(6)^3}{3} = \frac{216}{3} = 72$$

தேவையான அணி,

$$A = \begin{pmatrix} \frac{8}{3} & 9 & \frac{64}{3} \\ 9 & \frac{64}{3} & \frac{125}{3} \\ \frac{64}{3} & \frac{125}{3} & 72 \end{pmatrix}$$

35) $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 \\ 1 & -7 & 9 \\ 3 & 8 & 2 \end{pmatrix}$ எனில் A -யின் நிரை நிரல் மாற்று அணியைக் காண்க.

தீர்வு:-

$$A^T = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 3 \\ 4 & -7 & 8 \\ 3 & 9 & 2 \end{pmatrix}$$

36) $A = \begin{pmatrix} \sqrt{7} & -3 \\ -\sqrt{5} & 2 \\ \sqrt{3} & -5 \end{pmatrix}$ எனில் A -யின் நிரை நிரல் மாற்று அணியைக் காண்க.

தீர்வு:-

தீர்வு:-

$$A^T = \begin{pmatrix} \sqrt{7} & -\sqrt{5} & \sqrt{3} \\ -3 & 2 & -5 \end{pmatrix}$$

37) $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 2 \\ -\sqrt{17} & 0.7 & \frac{5}{2} \\ 8 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ எனில் $(A^T)^T = A$ என்பதனைச் சரிபார்க்க.

தீர்வு:-

$$A^T = \begin{pmatrix} 5 & -\sqrt{17} & 8 \\ 2 & 0.7 & 3 \\ 2 & \frac{5}{2} & 1 \end{pmatrix}$$

$$(A^T)^T = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 2 \\ -\sqrt{17} & 0.7 & \frac{5}{2} \\ 8 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$\therefore (A^T)^T = A$ என சரிபார்க்கப்பட்டது.

38) கீழ்க்கண்ட சமன்பாடுகளில் இருந்து x, y மற்றும் z -யின் மதிப்பைக் காண்க.

(i) $\begin{pmatrix} 12 & 3 \\ x & \frac{3}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y & z \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ (ii) $\begin{pmatrix} x+y & 2 \\ 5+z & xy \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}$

(iii) $\begin{pmatrix} x+y+z \\ x+z \\ y+z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix}$

தீர்வு:-

(i) $x = 3, y = 12$ மற்றும் $z = 3$

(ii) தீர்வு:-

$5 + z = 5 \therefore z = 5 - 5 = 0$
 $x + y = 6 \therefore y = 6 - x$ -----(1)
 $xy = 8$ (1) லிருந்து $x(6 - x) = 8$
 $6x - x^2 = 8$ அதாவது $x^2 - 6x + 8 = 0$

8	
-4	-2
-6	

MATHS MASTERS

$$(x - 4)(x - 2) = 0 \therefore x = \{4, 2\}$$

(iii) தீர்வு:-

$$x + z = 5 \text{-----(1)}$$

$$y + z = 7 \text{-----(2)}$$

$$\therefore x + y + z = 9 \quad (1) \text{ லிருந்து } y + z = 9$$

$$\therefore y = 9 - 5 = 4$$

$$(2) \text{ லிருந்து } x + 7 = 9 \therefore x = 9 - 7 = 2$$

$$\therefore x + y + z = 9 \text{ எனில் } 2 + 4 + z = 9$$

$$6 + z = 9$$

$$\therefore z = 9 - 6 = 3$$

$$39) A = \begin{pmatrix} 7 & 8 & 6 \\ 1 & 3 & 9 \\ -4 & 3 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & 11 & -3 \\ -1 & 2 & 4 \\ 7 & 5 & 0 \end{pmatrix} \text{ எனில், } 2A + B \text{ ஐக்}$$

காண்க.

தீர்வு:-

$$2A + B = 2 \begin{pmatrix} 7 & 8 & 6 \\ 1 & 3 & 9 \\ -4 & 3 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 11 & -3 \\ -1 & 2 & 4 \\ 7 & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 14 & 16 & 12 \\ 2 & 6 & 18 \\ -8 & 6 & -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 11 & -3 \\ -1 & 2 & 4 \\ 7 & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 14+4 & 16+11 & 12-3 \\ 2-1 & 6+2 & 18+4 \\ -8+7 & 6+5 & -2+0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 18 & 27 & 9 \\ 1 & 8 & 22 \\ -1 & 11 & -2 \end{pmatrix}$$

40) கீழ்க்கண்ட அணிச் சமன்பாட்டிலிருந்து a, b, c, d ஆகிய வற்றின் மதிப்புகளைக் காண்க.

$$\begin{pmatrix} d & 8 \\ 3b & a \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & a \\ -2 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2a \\ b & 4c \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -5 & 0 \end{pmatrix}$$

தீர்வு:-

தரவு,

$$\begin{pmatrix} d & 8 \\ 3b & a \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & a \\ -2 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2a \\ b & 4c \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -5 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} d+3 & 8+a \\ 3b-2 & a-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+0 & 2a+1 \\ b-5 & 4c+0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} d+3 & 8+a \\ 3b-2 & a-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2a+1 \\ b-5 & 4c \end{pmatrix}$$

WKT, இரு அணிகள் சமம் எனில், அதன் ஒத்த உறுப்புகள் சமம்.

ஆகையால்,

$$\begin{array}{l|l|l|l} d+3=2 & 8+a=2a+1 & 3b-2 & a-4=4c \\ d=2-3 & a-2a=1-8 & =b-5 & 7-4=4c \\ d=-1 & -a=-7 & 3b-b & 3=4c \\ & a=7 & =2-5 & c=\frac{3}{4} \\ & & 2b=-3 & \\ & & b=\frac{-3}{2} & \end{array}$$

$$\text{எனவே, } a = 7, b = \frac{-3}{2}, c = \frac{3}{4}, d = -1$$

$$41) A = \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 3 & 4 \\ 8 & -3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 3 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ எனில் பின்வருவனவற்றைச் சரிபார்க்க}$$

$$(i) A + B = B + A \quad (ii) A + (-A) = (-A) + A = 0.$$

தீர்வு:-

$$(i) A + B = \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 3 & 4 \\ 8 & -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 3 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

MATHS MASTERS

$$= \begin{pmatrix} 1+5 & 9+7 \\ 3+3 & 4+3 \\ 8+1 & -3+0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 6 & 16 \\ 6 & 7 \\ 9 & -3 \end{pmatrix} \rightarrow (1)$$

$$B + A = \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 3 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 3 & 4 \\ 8 & -3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 5+1 & 7+9 \\ 3+3 & 3+4 \\ 1+8 & 0-3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 6 & 16 \\ 6 & 7 \\ 9 & -3 \end{pmatrix} \rightarrow (2)$$

∴ (1) மற்றும் (2) - விருந்து, $A + B = B + A$ என சரிபார்க்கப்பட்டது.

(ii) $-A = -\begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 3 & 4 \\ 8 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -9 \\ -3 & -4 \\ -8 & 3 \end{pmatrix}$

$$A + (-A) = \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 3 & 4 \\ 8 & -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & -9 \\ -3 & -4 \\ -8 & 3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1-1 & 9-9 \\ 3-3 & 4-4 \\ 8-8 & -3+3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$= 0 \rightarrow (1)$$

$$(-A) + A = \begin{pmatrix} -1 & -9 \\ -3 & -4 \\ -8 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 3 & 4 \\ 8 & -3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -1+1 & -9+9 \\ -3+3 & -4+4 \\ -8+8 & 3-3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

அ.சுப்பராஜ்.,ப.ஆ. (கணக்கு), அரசு உயர்நிலைப்பள்ளி, இருஞ்சிறை-626612, விருதுநகர் மாவட்டம்.
ப.செந்தில்குமார்.,ப.ஆ. (கணக்கு) அரசு மேல்நிலைப்பள்ளி, பணையூர்-626129, விருதுநகர் மாவட்டம்.

$$= 0 \rightarrow (2)$$

∴ (1) மற்றும் (2) - விருந்து, $A + (-A) = (-A) + A = 0$ என சரிபார்க்கப்பட்டது.

42) $A = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$ எனில், $AA^T = I$ எனக் காட்டுக.

தீர்வு:-

ரவு. $A = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$

$$A^T = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}^T$$

$$= \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

$$AA^T = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

$$= \begin{matrix} & \cos \theta & \sin \theta & & & & -\sin \theta & \cos \theta \\ \cos \theta & \sin \theta & & & & & & \\ -\sin \theta & \cos \theta & & & & & & \\ & & \cos^2 \theta + \sin^2 \theta & & & & -\sin \theta \cos \theta + \sin \theta \cos \theta & \\ & & -\sin \theta \cos \theta + -\sin \theta \cos \theta & & & & \sin^2 \theta + \cos^2 \theta & \end{matrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$AA^T = I$$

நிரூபிக்கப்பட்டது

43) $A = \begin{pmatrix} 5 & -4 \\ 6 & -5 \end{pmatrix}$ எனில் $A^2 = I$ என்பதைச் சரிபார்க்க.

தீர்வு:-

ரவு. $A = \begin{pmatrix} 5 & -4 \\ 6 & -5 \end{pmatrix}$

$$A^2 = A \times A$$

$$= \begin{pmatrix} 5 & -4 \\ 6 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & -4 \\ 6 & -5 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{matrix} & 5 & 6 & & & & -4 & -5 \\ 5 & -4 & & & & & & \\ 6 & -5 & & & & & & \\ & & 25 - 24 & & & & -20 + 20 & \\ & & 30 - 30 & & & & -24 + 25 & \end{matrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

MATHS MASTERS

$$A^2 = I$$

நிரூபிக்கப்பட்டது

44) $(-2, 2), (5, 8)$ என்ற புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் நேர்கோடு r மற்றும் $(-8, 7), (-2, 0)$ என்ற புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் நேர்கோடு s ஆகும் எனில், நேர்கோடு r -ஆனது நேர்கோடு s -க்கு செங்குத்தாக அமையுமா?

தீர்வு:-

$$\text{சாய்வு} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

நேர்கோடு r ன் சாய்வு

$$m_1 = \frac{8 - 2}{5 + 2} = \frac{6}{7}$$

$x_1 \rightarrow -2$	$x_2 \rightarrow 5$
$y_1 \rightarrow 2$	$y_2 \rightarrow 8$

நேர்கோடு s ன் சாய்வு

$$m_2 = \frac{0 - 7}{-2 + 8} = \frac{-7}{6}$$

$x_1 \rightarrow -8$	$x_2 \rightarrow -2$
$y_1 \rightarrow 7$	$y_2 \rightarrow 0$

$$m_1 \times m_2 = \frac{6}{7} \times \frac{-7}{6} = -1$$

∴ நேர்கோடு r மற்றும் நேர்கோடு s ஆகியவை ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தானவை.

45) $(3, -2), (12, 4)$ என்ற புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் நேர்கோடு p மற்றும் $(6, -2), (12, 2)$ என்ற புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் நேர்கோடு q ஆகும் எனில், நேர்கோடு p -ஆனது நேர்கோடு q -க்கு இணையாக அமையுமா? [M-22, A-22]

தீர்வு:-

$$\text{சாய்வு} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

நேர்கோடு p ன் சாய்வு

$$m_1 = \frac{4 + 2}{12 - 3} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

$x_1 \rightarrow 3$	$x_2 \rightarrow 12$
$y_1 \rightarrow -2$	$y_2 \rightarrow 4$

நேர்கோடு q ன் சாய்வு

$$m_2 = \frac{2 + 2}{12 - 6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$x_1 \rightarrow 6$	$x_2 \rightarrow 12$
$y_1 \rightarrow -2$	$y_2 \rightarrow 2$

$$m_1 = m_2$$

∴ நேர்கோடு p மற்றும் நேர்கோடு q ஆகியவை ஒன்றுக்கொன்று இணையானவை.

46) $4x - 9y + 36 = 0$ என்ற நேர்கோடு ஆய அச்சுகளில் ஏற்படுத்தும் வெட்டுத்துண்டுகளைக் காண்க.

தீர்வு:-

$$4x + (-9y) = -36$$

$$-36 \text{ ஆல் வகுக்க, } \frac{4x}{-36} + \frac{(-9y)}{-36} = \frac{-36}{-36}$$

$$\frac{x}{-9} + \frac{y}{4} = 1$$

$$\therefore x, y \text{ வெட்டுத்துண்டுகள்} = -9, 4$$

47) $(5, -3)$ மற்றும் $(7, -4)$ என்ற இரு புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் நேர்கோட்டின் சமன்பாடு காண்க.

தீர்வு:-

நேர்கோட்டின் சமன்பாடு

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

$x_1 \rightarrow 5$	$x_2 \rightarrow 7$
$y_1 \rightarrow -3$	$y_2 \rightarrow -4$

$$\frac{y+3}{-4+3} = \frac{x-5}{7-5} \rightarrow \frac{y+3}{-1} = \frac{x-5}{2}$$

$$2y + 6 = -x + 5 \rightarrow x + 2y + 6 - 5 = 0$$

$$\therefore x + 2y + 1 = 0$$

48) ஒரு பூனை xy -தளத்தில் $(-6, -4)$ என்ற புள்ளியில் உள்ளது. $(5, 11)$ என்ற புள்ளியில் ஒரு பால் புட்டி வைக்கப்பட்டுள்ளது. பூனை மிகக் குறுகிய தூரம் பயணித்துப் பால் அருந்த விரும்புகிறது எனில், பாலைப் பருகுவதற்குத் தேவையான பாதையின் சமன்பாட்டைக் காண்க. [A-22]

MATHS MASTERS

தீர்வு:-

நேர்கோட்டின் சமன்பாடு

$$\frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{x-x_1}{x_2-x_1}$$

$x_1 \rightarrow -6$	$x_2 \rightarrow 5$
$y_1 \rightarrow -4$	$y_2 \rightarrow 11$

$$\frac{y+4}{11+4} = \frac{x+6}{5+6} \rightarrow \frac{y+4}{15} = \frac{x+6}{11}$$

$$11y + 44 = 15x + 90 \rightarrow 15x - 11y + 90 - 44 = 0$$

$$\therefore 15x - 11y + 46 = 0$$

49) $(-1,2)$ என்ற புள்ளி வழி செல்வதும், சாய்வு $\frac{-5}{4}$ உடையதுமான நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க. [M-22]

தீர்வு:-

நேர்கோட்டின் சமன்பாடு

$$x_1 \rightarrow -1$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y_1 \rightarrow 2$$

$$y - 2 = \frac{-5}{4}(x + 1) \rightarrow 4y - 8 = -5x - 5$$

$$\text{அதாவது } 4y + 5x - 8 + 5 = 0 \therefore 5x + 4y - 3 = 0$$

50) (i) $3x - 7y = 11$ -க்கு இணையான (ii) $2x - 3y + 8 = 0$ -க்கு செங்குத்தான நேர்கோட்டின் சாய்வைக் காண்க.

தீர்வு:-

i. $3x - 7y = 11$ என்ற கோட்டின் சாய்வு = $\frac{-x \text{ ன்கெழு}}{y \text{ ன்கெழு}}$

$$= \frac{-3}{-7} = \frac{3}{7}$$

$$3x - 7y = 11\text{-க்கு இணையான கோட்டின் சாய்வு} = \frac{3}{7}$$

ii. $2x - 3y + 8 = 0$ என்ற கோட்டின் சாய்வு = $\frac{-x \text{ ன்கெழு}}{y \text{ ன்கெழு}}$

$$= \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3}$$

$$2x - 3y + 8 = 0\text{-க்கு செங்குத்தான கோட்டின் சாய்வு} = -\frac{3}{2}$$

51) $2x + 3y + 8 = 0, 4x + 6y + 18 = 0$ ஆகிய நேர்கோடுகள் இணை எனக் காட்டுக.

தீர்வு:-

$$\text{கோட்டின் சாய்வு} = \frac{-x \text{ ன்கெழு}}{y \text{ ன்கெழு}}$$

$$2x + 3y + 8 = 0 \text{ என்ற கோட்டின் சாய்வு} = \frac{-2}{3}$$

$$4x + 6y + 18 = 0 \text{ என்ற கோட்டின் சாய்வு} = \frac{-4}{6} = \frac{-2}{3}$$

\therefore இரு நேர்கோடுகள் இணையானவை.

52) $x - 2y + 3 = 0, 6x + 3y + 8 = 0$ ஆகிய நேர்கோடுகள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தானவை எனக் காட்டுக.

தீர்வு:-

$$\text{கோட்டின் சாய்வு} = \frac{-x \text{ ன்கெழு}}{y \text{ ன்கெழு}}$$

$$x - 2y + 3 = 0 \text{ என்ற கோட்டின் சாய்வு} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$$

$$6x + 3y + 8 = 0 \text{ என்ற கோட்டின் சாய்வு} = \frac{-6}{3} = -2$$

$$\therefore m_1 \times m_2 = \frac{1}{2} \times -2 = -1$$

\therefore இரு நேர்கோடுகள் செங்குத்தானவை.

53) $3x - 7y = 12$ என்ற நேர்கோட்டிற்கு இணையாகவும் $(6,4)$ என்ற புள்ளிவழிச் செல்வதுமான நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

தீர்வு:-

$3x - 7y = 12$ என்ற நேர்கோட்டிற்கு இணையான நேர்கோட்டின் சமன்பாடு $3x - 7y + k = 0$

$$(6,4) \text{ என்ற புள்ளிவழிச் செல்வதால் } 3(6) - 7(4) + k = 0$$

$$\text{அதாவது, } 18 - 28 + k = 0 \rightarrow -10 + k = 0$$

$$\therefore k = 10$$

இணையான நேர்கோட்டின் சமன்பாடு $3x - 7y + 10 = 0$

54) $y = \frac{4}{3}x - 7$ என்ற நேர்கோட்டிற்குச் செங்குத்தானதும், $(1, -7)$ என்ற புள்ளிவழிச் செல்வதுமான நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

MATHS MASTERS

தீர்வு:-

$$y = \frac{4}{3}x - 7 \rightarrow y = \frac{4x-21}{3} \rightarrow 3y = 4x - 21$$

$$\therefore 4x - 3y - 21 = 0$$

$4x - 3y - 21 = 0$ என்ற நேர்கோட்டிற்கு செங்குத்தான

நேர்கோட்டின் சமன்பாடு $3x + 4y + k = 0$

$(1, -7)$ என்ற புள்ளிவழிச் செல்வதால்

$$3(1) + 4(-7) + k = 0$$

$$\text{அதாவது, } 3 - 28 + k = 0 \rightarrow -25 + k = 0$$

$$\therefore k = 25$$

செங்குத்தான நேர்கோட்டின் சமன்பாடு $3x + 4y + 25 = 0$

55) $4x + 5y = 13, x - 8y + 9 = 0$ ஆகிய நேர்கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளி வழியாகவும், Y -அச்சுக்கு இணையாகவும் உள்ள நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

தீர்வு:-

தரப்பட்டுள்ள நேர்கோடுகள், $4x + 5y - 13 = 0$ மற்றும்

$$x - 8y + 9 = 0$$

$$\begin{array}{ccc} x & y & 1 \\ 5 & -13 & 4 \\ -8 & 9 & 1 \end{array} \rightarrow \begin{array}{ccc} 5 & -13 & 4 \\ -8 & 9 & 1 \end{array}$$

$$\frac{x}{45 - 104} = \frac{y}{-13 - 36} = \frac{1}{-32 - 5}$$

$$\frac{x}{-59} = \frac{y}{-49} = \frac{1}{-37}$$

$$\frac{x}{-59} = \frac{1}{-37} \quad \text{மற்றும்} \quad \frac{y}{-49} = \frac{1}{-37}$$

$$x = \frac{59}{37} \quad \text{மற்றும்} \quad y = \frac{49}{37}$$

எனவே, இரு நேர்கோடுகள் வெடிக்கொள்ளும் புள்ளி,

$$(x, y) = \left(\frac{59}{37}, \frac{49}{37} \right)$$

WKT, Y அச்சுக்கு இணையான நேர்கோட்டின் சமன்பாடு $x = a$

ஆகும்.

இந்நேர்கோடு $\left(\frac{59}{37}, \frac{49}{37} \right)$ என்ற புள்ளி வழியே செல்வதால்,

$$a = \frac{59}{37}$$

எனவே, தேவையான நேர்கோட்டின் சமன்பாடு,

$$x = \frac{59}{37}$$

$$37x = 59$$

$$37x - 59 = 0$$

56) $\sqrt{\frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta}} = \sec\theta + \tan\theta$ என நிரூபி

தீர்வு:-

$$LHS = \sqrt{\frac{1 + \sin\theta \times (1 + \sin\theta)}{1 - \sin\theta \times (1 + \sin\theta)}}$$

$$= \sqrt{\frac{(1 + \sin\theta)^2}{1^2 - \sin^2\theta}}$$

$$= \frac{\sqrt{(1 + \sin\theta)^2}}{\sqrt{\cos^2\theta}}$$

$$= \frac{1 + \sin\theta}{\cos\theta} = \frac{1}{\cos\theta} + \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

MATHS MASTERS

$$= \sec\theta + \tan\theta = RHS$$

57) $\sqrt{\frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta}} + \sqrt{\frac{1-\sin\theta}{1+\sin\theta}} = 2 \sec\theta$ என நிரூபி.

தீர்வு:-

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta}} &= \sqrt{\frac{1+\sin\theta \times (1+\sin\theta)}{1-\sin\theta \times (1+\sin\theta)}} \\ &= \sqrt{\frac{(1+\sin\theta)^2}{1^2 - \sin^2\theta}} \\ &= \frac{\sqrt{(1+\sin\theta)^2}}{\sqrt{\cos^2\theta}} \\ &= \frac{1+\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{1}{\cos\theta} + \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \end{aligned}$$

$$= \sec\theta + \tan\theta \text{-----(1)}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{1-\sin\theta}{1+\sin\theta}} &= \sqrt{\frac{1-\sin\theta \times (1-\sin\theta)}{1+\sin\theta \times (1-\sin\theta)}} \\ &= \sqrt{\frac{(1-\sin\theta)^2}{1^2 - \sin^2\theta}} \\ &= \frac{\sqrt{(1-\sin\theta)^2}}{\sqrt{\cos^2\theta}} \\ &= \frac{1-\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{1}{\cos\theta} - \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \end{aligned}$$

$$= \sec\theta - \tan\theta \text{-----(2)}$$

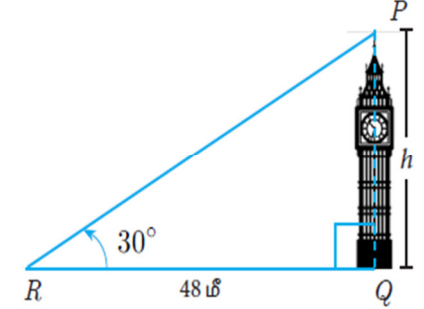
$$\begin{aligned} (1) + (2) \text{-----} &\Rightarrow \sqrt{\frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta}} + \sqrt{\frac{1-\sin\theta}{1+\sin\theta}} \\ &= \sec\theta + \tan\theta + \sec\theta + \tan\theta \end{aligned}$$

$$= 2\sec\theta$$

58) ஒரு கோபுரம் தரைக்குச் செங்குத்தாக உள்ளது. கோபுரத்தின் அடிப்பகுதியிலிருந்து தரையில் 48மீ, தொலைவில் உள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து கோபுர உச்சியின் ஏற்றக்கோணம் 30° எனில், கோபுரத்தின் உயரத்தைக் காண்க.

தீர்வு:-

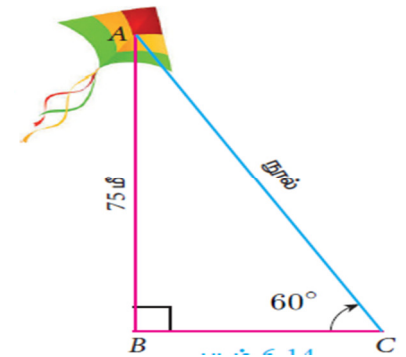
$$\begin{aligned} \tan\theta &= \frac{\text{எப}}{\text{அப}} \\ \tan 30^\circ &= \frac{PQ}{RQ} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} &= \frac{h}{48} \\ \therefore h &= \frac{48}{\sqrt{3}} = \frac{3 \times 16}{\sqrt{3}} \\ \therefore h &= 16\sqrt{3}\text{மீ} \end{aligned}$$



59) தரையிலிருந்து ஒரு பட்டம் 75மீ உயரத்தில் பறக்கிறது. ஒரு நூல் கொண்டு தற்காலிகத் தரையின் ஒரு புள்ளியில் பட்டம் கட்டப்பட்டுள்ளது. நூல் தரையுடன் ஏற்படுத்தும் சாய்வுக் கோணம் 60° எனில், நூலின் நீளம் காண்க. (நூலை ஒரு நேர்கோடாக எடுத்துக்கொள்ளவும்)

தீர்வு:-

$$\begin{aligned} \sin\theta &= \frac{\text{எப}}{\text{கர்ணம்}} \\ \sin 60^\circ &= \frac{AB}{AC} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} &= \frac{75}{AC} \\ \therefore AC &= 75 \times \frac{2}{\sqrt{3}} \\ &= \frac{3 \times 25 \times 2}{\sqrt{3}} \end{aligned}$$



MATHS MASTERS

$$\therefore AC = 50\sqrt{3}\text{மீ}$$

60) $10\sqrt{3}\text{மீ}$ உயரமுள்ள கோபுரத்தின் அடியிலிருந்து 30மீ தொலைவில் தரையில் உள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து கோபுரத்தின் உச்சியின் ஏற்றக்கோணத்தைக் காண்க. [S-21, A-22]

தீர்வு:-

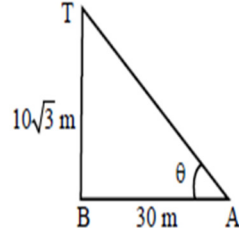
$$\tan\theta = \frac{\text{எப}}{\text{அப}}$$

$$\tan\theta = \frac{BT}{AB}$$

$$\tan\theta = \frac{10\sqrt{3}}{30} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\therefore \tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore \theta = 30^\circ$$



61) ஒரு சாலையில் இருபுறமும் இடைவெளியே இல்லாமல் வரிசையாக வீடுகள் தொடர்ச்சியாக உள்ளன. அவற்றின் உயரம் $4\sqrt{3}\text{மீ}$. பாதசாரி ஒருவர் சாலையில் மையப்பகுதியில் நின்றுகொண்டு வரிசையாக உள்ள வீடுகளை நோக்குகிறார். 30° ஏற்றக் கோணத்தில் பாதசாரி வீட்டின் உச்சியை நோக்குகிறார் எனில், சாலையின் அகலத்தைக் காண்க.

தீர்வு:-

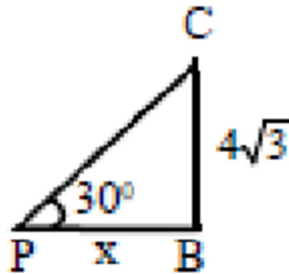
$$\tan\theta = \frac{\text{எப}}{\text{அப}}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{BC}{PB}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{x}$$

$$\therefore x = 4\sqrt{3} \times \sqrt{3}$$

$$\therefore x = 4 \times 3 = 12\text{மீ}$$



62) 20மீ உயரமுள்ள ஒரு கட்டடத்தின் உச்சியில் ஒரு விளையாட்டு வீரர் அமர்ந்து கொண்டு தரையிலுள்ள ஒரு பந்தை 60° இறக்கக்கோணத்தில் காண்கிறார் எனில், கட்டட அடிப்பகுதிக்கும் பந்திற்கும் இடையேயுள்ள தொலைவைக் காண்க. ($\sqrt{3} = 1.732$).

தீர்வு:-

$$\tan\theta = \frac{\text{எப}}{\text{அப}}$$

$$\tan 60^\circ = \frac{BC}{AB}$$

$$\sqrt{3} = \frac{20}{x}$$

$$\therefore x = \frac{20}{\sqrt{3}} = \frac{20 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}$$

$$\therefore x = \frac{20 \times 1.732}{3}$$

$$\therefore x = 20 \times 0.5773$$

$$x = 11.55\text{மீ}$$



63) இரண்டு கட்டடங்களுக்கு இடையேயுள்ள கிடைமட்டத் தொலைவு 140மீ இரண்டாவது கட்டிடத்தின், உச்சியிலிருந்து முதல் கட்டடத்தின் உச்சிக்கு உள்ள இறக்கக்கோணம் 30° ஆகும். முதல் கட்டடத்தின் உயரம் 60மீ எனில் இரண்டாவது கட்டடத்தின் உயரத்தையும் காண்க. ($\sqrt{3} = 1.732$).

தீர்வு:-

$$\tan\theta = \frac{\text{எப}}{\text{அப}}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{CM}{AM}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{CM}{140}$$

$$\therefore CM = \frac{140}{\sqrt{3}} = \frac{140 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}$$



MATHS MASTERS

$$\therefore CM = \frac{140 \times 1.732}{3}$$

$$\therefore CM = 140 \times 0.5773$$

$$h = CM + MD = 80.83 + 60$$

$$\therefore h = 140.83 \text{ மீ}$$

- 64) $50\sqrt{3}$ மீ உயரமுள்ள ஒரு பாறையின் உச்சியிலிருந்து 30° இறக்கக் கோணத்தில் தரையிலுள்ள மகிழுந்து ஒன்று பார்க்கப்படுகிறது எனில், மகிழுந்திற்கும் பாறைக்கும் இடையேயுள்ள தொலைவைக் காண்க.

தீர்வு:-

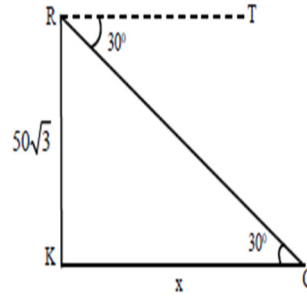
$$\tan\theta = \frac{\text{எப}}{\text{அப}}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{KR}{CK}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{50\sqrt{3}}{x}$$

$$\therefore x = 50\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 50 \times 3$$

$$\therefore x = 150\text{மீ}$$



- 65) இரண்டு கட்டடங்களுக்கு இடைப்பட்ட கிடைமட்டத் தொலைவு 70 மீ ஆகும். இரண்டாவது கட்டடத்தின் உச்சியிலிருந்து முதல் கட்டடத்தின் உச்சிக்கு உள்ள இறக்கக்கோணம் 45° ஆகும். இரண்டாவது கட்டடத்தின் உயம் 120 மீ எனில் முதல் கட்டடத்தின் உயரத்தைக் காண்க.

தீர்வு:-

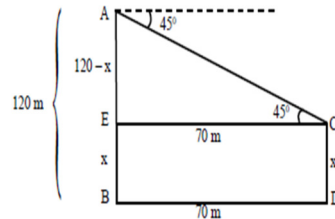
$$\tan\theta = \frac{\text{எப}}{\text{அப}}$$

$$\tan 45^\circ = \frac{AE}{EC}$$

$$1 = \frac{120 - x}{70}$$

$$\therefore 70 = 120 - x$$

$$\therefore x = 120 - 70 = 50\text{மீ}$$



- 66) ஓர் உருளை வடிவப் பீப்பாயின் உயரம் 20 செ.மீ மற்றும் அடிப்புற ஆரம் 14 செ.மீ எனில், அதன் வளைபரப்பு மற்றும் மொத்தப் புறப்பரப்பைக் காண்க. [A-22]

தீர்வு:-

$$r = 14\text{செமீ}, h = 20\text{செமீ}$$

$$\begin{aligned} \text{உருளையின் வளைபரப்பு} &= 2\pi rh \\ &= 2 \times \pi \times 14 \times 20 \end{aligned}$$

$$= 560\pi \text{ ச. செமீ}$$

$$\begin{aligned} \text{உருளையின் மொத்தபரப்பு} &= 2\pi r(h + r) \\ &= 2 \times \pi \times 14 \times (20 + 14) \\ &= 2 \times \pi \times 14 \times 34 \end{aligned}$$

$$= 952\pi \text{ ச. செமீ}$$

- 67) 88 ச.செமீ வளைபரப்புடைய ஒரு நேர்வட்ட உருளையின் உயரம் 14 செ.மீ எனில், உருளையின் விட்டம் காண்க.

தீர்வு:-

$$h = 20\text{செமீ}$$

$$\text{உருளையின் வளைபரப்பு} = 88 \text{ ச செமீ}$$

$$2\pi rh = 88$$

$$2 \times \frac{22}{7} \times r \times 14 = 88$$

$$r = 88 \times \frac{1}{2} \times \frac{7}{22} \times \frac{1}{14}$$

$$r = 1\text{செமீ}$$

$$\text{விட்டம் } d = 2\text{செமீ}$$

- 68) 704 ச.செமீ மொத்தப் புறப்பரப்பு கொண்ட ஒரு கூம்பின் ஆரம் 7 செ.மீ எனில், அதன் சாயுயரம் காண்க. [A-22]

தீர்வு:-

$$r = 7\text{செமீ}$$

$$\text{கூம்பின் மொத்தப்புறப்பரப்பு} = 704 \text{ ச செமீ}$$

$$\pi r l (l + r) = 704$$

MATHS MASTERS

$$\frac{22}{7} \times 7 \times (l + 7) = 704$$

$$(l + 7) = 704 \times \frac{7}{22} \times \frac{1}{7}$$

$$(l + 7) = 32$$

$$l = 32 - 7$$

$$l = 25 \text{ செமீ}$$

69) ஒரு கோளத்தின் புறப்பரப்பு 154 ச.மீ எனில், அதன் விட்டம் காண்க. [S-20]

தீர்வு:-

கோளத்தின் புறப்பரப்பு = 154 சமீ

$$4\pi r^2 = 154$$

$$4 \times \frac{22}{7} \times r^2 = 154$$

$$r^2 = 154 \times \frac{1}{4} \times \frac{7}{22}$$

$$r^2 = 154 \times \frac{1}{4} \times \frac{7}{22}$$

$$r^2 = \frac{49}{4}$$

$$\therefore r = \frac{7}{2} \text{ மீ}$$

$$\therefore \text{விட்டம் } d = 7 \text{ மீ}$$

70) ஒரு திண்ம அரைக்கோளத்தின் அடிப்பரப்பு 1386 ச.மீ எனில், அதன் மொத்த புறப்பரப்பைக் காண்க. [S-20]

தீர்வு:-

அரைக்கோளத்தின் அடிப்பரப்பு = விட்டத்தின் பரப்பு

$$\therefore \pi r^2 = 1386$$

அரைக்கோளத்தின் மொத்தப்புறப்பரப்பு = $4\pi r^2$

$$= 3 \times 1386$$

$$= 4158 \text{ சமீ}$$

71) உயரம் 2 மீ மற்றும் அடிப்பரப்பு 250 சமீ கொண்ட ஓர் உருளையின் கனஅளவைக் காண்க. [S-21]

தீர்வு:-

$$h = 2 \text{ மீ}$$

உருளையின் அடிப்பரப்பு = விட்டத்தின் பரப்பு

$$\therefore \pi r^2 = 250 \text{ சமீ}$$

$$\text{உருளையின் கனஅளவு} = \pi r^2 h$$

$$= 250 \times 2 = 500 \text{ சமீ}$$

72) ஒரு நேர் விட்டக் கூம்பின் கனஅளவு 11088 க.செமீ ஆகும். கூம்பின் உயரம் 24 செமீ எனில், அதன் ஆரம் காண்க.

தீர்வு:-

$$h = 24 \text{ செமீ}$$

கூம்பின் கனஅளவு = 11088 கசெமீ

$$\frac{1}{3} \pi r^2 h = 11088$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times r^2 \times 24 = 11088$$

$$\therefore r^2 = 11088 \times 3 \times \frac{7}{22} \times \frac{1}{24}$$

$$r^2 = 63 \times 7 = 3 \times 3 \times 7 \times 7$$

$$\therefore r = 3 \times 7 = 21 \text{ செமீ}$$

73) 16 செமீ ஆரமுள்ள ஓர் உலோகப் பந்து, உருக்கப் பட்டு 2 செமீ ஆரமுள்ள சிறு பந்துகாளக்கப்பட்டால், எத்தனை பந்துகள் கிடைக்கும்?

தீர்வு:-

$$R = 16 \text{ செமீ}, r = 2 \text{ செமீ}$$

$$\frac{4}{3} \pi R^3 = n \times \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$n \times r^3 = R^3$$

$$n \times 2^3 = 16^3$$

MATHS MASTERS

$$n = \frac{16 \times 16 \times 16}{2 \times 2 \times 2}$$

$$n = 8 \times 8 \times 8 = 512 \text{பந்துகள்}$$

74) களிமண் கொண்டு செய்யப்பட்ட 24 செமீ உயரமுள்ள ஒரு கூம்பை ஒரு குழந்தை அதே ஆரமுள்ள ஓர் உருளையாக மாற்றுகிறது எனில், உருளையின் உயரம் காண்க.

தீர்வு:-

கூம்பின் உயரம் $H = 24$ செமீ

கூம்பின் ஆரம் = உருளையின் ஆரம் = r

∴ உருளையின் கனஅளவு = கூம்பின் கனஅளவு

$$\pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi r^2 H$$

$$h = \frac{1}{3} \times H$$

$$h = \frac{1}{3} \times 24$$

$$h = 8 \text{ செமீ}$$

75) இரு கூம்புகளுடைய கன அளவுகளின் விகிதம் 2:3 ஆகும். இரண்டாம் கூம்பு உயரம் முதல் கூம்பின் உயரத்தைப் போல் இரு மடங்கு எனில், அவற்றின் ஆரங்களின் விகிதம் காண்க.

தீர்வு:-

முதல் கூம்பின் கனஅளவு = $\frac{1}{3} \pi r_1^2 h_1$

இரண்டாவது கூம்பின் கனஅளவு = $\frac{1}{3} \pi r_2^2 h_2$

மேலும் $h_2 = 2h_1$

$$\therefore \frac{\frac{1}{3} \pi r_1^2 h_1}{\frac{1}{3} \pi r_2^2 h_2} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{r_1^2 h_1}{r_2^2 2h_1} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{r_1^2}{r_2^2 \times 2} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{r_1^2}{r_2^2} = \frac{2 \times 2}{3}$$

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{2}{\sqrt{3}} \text{ -----} \rightarrow r_1 : r_2 = 2 : \sqrt{3}$$

76) சம ஆரங்கள் கொண்ட இரு கூம்புகளின் கனஅளவுகள் 3600 க.செமீ மற்றும் 5040 க.செமீ எனில், உயரங்களின் விகிதம் காண்க.

தீர்வு:-

$$\begin{aligned} r_1 &= r_2 \\ \therefore \frac{V_1}{V_2} &= \frac{\frac{1}{3} \pi r_1^2 h_1}{\frac{1}{3} \pi r_2^2 h_2} = \frac{3600}{5040} \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{r_1^2 h_1}{r_1^2 h_2} = \frac{360}{504}$$

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{40}{56} \text{ -----} \rightarrow h_1 : h_2 = 5 : 7$$

77) கொடுக்கப்பட்ட தரவுப் புள்ளிகளுக்கு வீச்சு மற்றும் வீச்சுக்கெழு காண்க: 25, 67, 48, 53, 18, 39, 44.

தீர்வு:-

இறங்குவரிசை 67, 53, 48, 44, 39, 25, 18

$$\therefore L = 67, S = 18$$

$$\text{வீச்சு} = L - S = 67 - 18$$

$$\text{வீச்சு} = 49$$

$$\begin{aligned} \text{வீச்சுக்கெழு} &= \frac{L-S}{L+S} \\ &= \frac{67-18}{67+18} \end{aligned}$$

MATHS MASTERS

$$= \frac{49}{85} = 0.576$$

78) கொடுக்கப்பட்ட பரவலின் வீச்சு காண்க.

வயது (வருடங்களில்)	16-18	18-20	20-22	22-24	24-26	26-28
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	0	4	6	8	2	2

தீர்வு:-

$$\therefore L = 28, S = 18$$

$$\text{வீச்சு} = L - S = 28 - 18$$

$$\text{வீச்சு} = 10$$

79) கீழ்க்காணும் தரவுகளுக்கு வீச்சு மற்றும் வீச்சுக் கெழுவை காண்க.

(i) 63, 89, 98, 125, 79, 108, 117, 68. [S-20]

(ii) 43.5, 13.6, 18.9, 38.4, 61.4, 29.8.

தீர்வு:-

(ஓ) இறங்குவரிசை 125, 117, 108, 98, 89, 79, 68, 63

$$\therefore L = 125, S = 63$$

$$\text{வீச்சு} = L - S = 125 - 63$$

$$\text{வீச்சு} = 62$$

$$\begin{aligned} \text{வீச்சுக்கெழு} &= \frac{L-S}{L+S} \\ &= \frac{125 - 63}{125 + 63} \end{aligned}$$

$$= \frac{62}{188} = 0.33$$

(ஐ) இறங்குவரிசை 61.4, 43.5, 38.4, 29.8, 18.9, 13.6

$$\therefore L = 61.4, S = 13.6$$

$$\text{வீச்சு} = L - S = 61.4 - 13.6$$

$$\text{வீச்சு} = 47.8$$

$$\text{வீச்சுக்கெழு} = \frac{L-S}{L+S}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{61.4 - 13.6}{61.4 + 13.6} \\ &= \frac{47.8}{75} = 0.64 \end{aligned}$$

80) ஒரு தரவின் வீச்சு 13.67 மற்றும் மிகப்பெரிய மதிப்பு 70.08 எனில், மிகச் சிறிய மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு:-

$$\therefore \text{வீச்சு} = 13.67, L = 70.08$$

$$\text{வீச்சு} = L - S$$

$$13.67 = 70.08 - S$$

$$S = 70.08 - 13.67$$

$$S = 56.41$$

81) ஒரு தரவின் வீச்சு மற்றும் மிகச் சிறிய மதிப்பு ஆகியன முறையே 36.8 மற்றும் 13.4 எனில், மிகப்பெரிய மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு:-

$$\therefore \text{வீச்சு} = 36.8, S = 13.4$$

$$\text{வீச்சு} = L - S$$

$$36.8 = L - 13.4$$

$$L = 36.8 + 13.4$$

$$L = 50.2$$

82) கொடுக்கப்பட்ட தரவின் வீச்சைக் காண

வருமானம்	400-450	450-500	500-550	550-600	600-650
ஊழியர்களின் எண்ணிக்கை	8	12	30	21	6

தீர்வு:-

$$\therefore L = 450, S = 650$$

$$\text{வீச்சு} = L - S = 650 - 450$$

$$\text{வீச்சு} = 200$$

MATHS MASTERS

83) ஒரு தரவின் திட்ட விலக்கம் மற்றும் சராசரி ஆகியன முறையே 6.5 மற்றும் 12.5 எனில், மாறுபாட்டுக் கெழுவைக் காண்க.

தீர்வு:-

$$\therefore \sigma = 6.5, \bar{x} = 12.5$$

$$\text{மாறுபாட்டுக்கெழு} CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100\%$$

$$= \frac{6.5}{12.5} \times 100\%$$

$$= \frac{13/2}{25/2} \times 100\%$$

$$= 13 \times 4$$

$$\text{மாறுபாட்டுக்கெழு} CV = 52$$

84) ஒரு தரவின் திட்ட விலக்கம் மற்றும் மாறுபாட்டுக் கெழு ஆகியன முறையே 1.2 மற்றும் 25.6 எனில், அதன் சராசரியைக் காண்க.

தீர்வு:-

$$\therefore \sigma = 1.2, CV = 25.6$$

$$\text{மாறுபாட்டுக்கெழு} CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100\%$$

$$25.6 = \frac{1.2}{\bar{x}} \times 100$$

$$\bar{x} = \frac{1.2}{25.6} \times 100$$

$$= \frac{120}{25.6}$$

$$\text{சராசரி} \bar{x} = 4.69$$

85) ஒரு தரவின் சராசரி மற்றும் மாறுபாட்டுக் கெழு முறையே 15 மற்றும் 48 எனில் அதன் திட்ட விலக்கத்தைக் காண்க.

தீர்வு:-

$$\therefore \bar{x} = 15, CV = 48$$

$$\text{மாறுபாட்டுக்கெழு} CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100\%$$

$$48 = \frac{\sigma}{15} \times 100$$

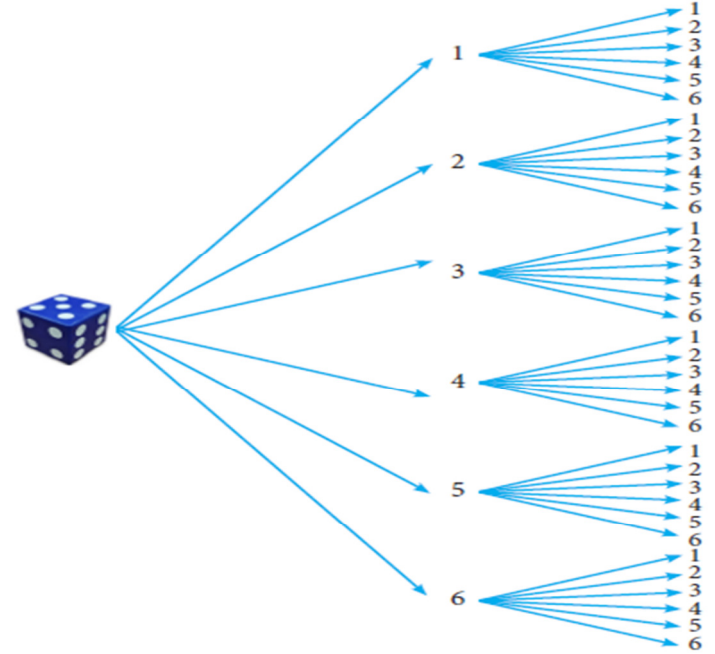
$$\sigma = \frac{48 \times 15}{100}$$

$$= \frac{720}{100}$$

$$\text{திட்டவிலக்கம் } \sigma = 7.2$$

86) மர வரைபடத்தை பயன்படுத்தி இரண்டு பகடைகள் உருட்டப்படும் போது கிடைக்கும் கூறுவெளியை எழுதுக.

தீர்வு:-



MATHS MASTERS

$$S = \{ (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6) \\ (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6) \\ (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6) \\ (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6) \\ (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6) \\ (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6) \}$$

87) இரண்டு நாணயங்கள் ஒன்றாகச் சுண்டப்படுகின்றன. இரண்டு நாணயங்களிலும் வெவ்வேறு முகங்கள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

தீர்வு:-

$$S = \{HH, HT, TH, TT\}$$

$$n(S) = 4$$

$$A = \{\text{வெவ்வேறு முகங்கள் கிடைத்தல்}\} \\ = \{HT, TH\}$$

$$n(A) = 2$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \\ = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

88) ஒரு பகடை உருட்டப்படும் அதே நேரத்தில் ஒரு நாணயமும் சுண்டப்படுகிறது. பகடையில் ஒற்றைப்படை எண் கிடைப்பதற்கும், நாணயத்தில் தலைக் கிடைப்பதற்குமான நிகழ்தகவினைக் காண்க.

தீர்வு:-

$$S = \{1H, 1T, 2H, 2T, 3H, 3T, 4H, 4T, 5H, 5T, 6H, 6T\}$$

$$n(S) = 12$$

$$A = \{\text{பகடையில் ஒற்றைஎண் நாணயத்தில் தலை கிடைத்தல்}\} \\ = \{1H, 3H, 5H\}$$

$$n(A) = 3$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \\ = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

89) ஒரு நெட்டாண்டில் (leaf year) 53 சனிக்கிழமைகள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

தீர்வு:-

நெட்டாண்டில் 366 = 52 வாரங்கள் + 2 நாட்கள்

$$S = \{(\text{ஞா,தி}), (\text{தி,செ}), (\text{செ,பு}), (\text{பு,வி}), (\text{வி,வெ}), (\text{வெ,ச}), (\text{ச,ஞா})\} \\ n(S) = 7$$

$A = \{\text{நெட்டாண்டில் 53 சனிக்கிழமை கிடைத்தல்}\}$

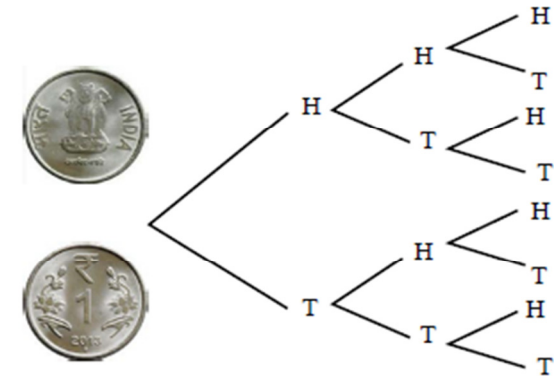
$$= \{(\text{வெ,ச}), (\text{ச,ஞா})\}$$

$$n(A) = 2$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \\ = \frac{2}{7}$$

90) மூன்று நாணயங்கள் சுண்டப்படும்பொழுது கிடைக்கும் கூறுவெளியை மர வரைபடத்தைப் பயன்படுத்தி எழுதுக.

தீர்வு:-

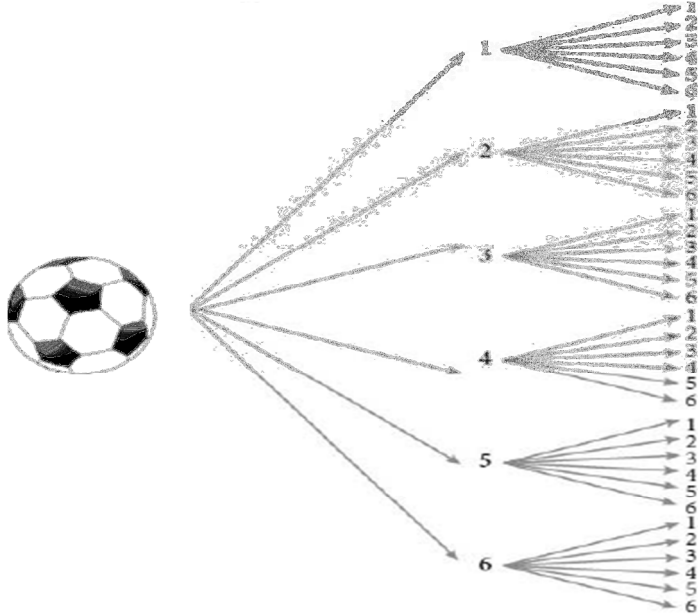


MATHS MASTERS

$$n(S) = \{HHH, HTH, THH, TTH, HHT, HTT, THT, TTT\}$$

91) ஒரு பையிலுள்ள 1 முதல் 6 வரை எண்கள் குறிக்கப் பட்ட பந்துகளிலிருந்து, இரண்டு பந்துகள் எடுப்பதற்கான கூறுவெளியை மர வரைபடம் மூலமாகக் குறிப்பிடுக.

தீர்வு:-



$$S = \{ (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6) \\ (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6) \\ (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6) \\ (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6) \\ (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6) \\ (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6) \}$$

92) ஒரு சமவாய்ப்புச் சோதனையில் ஒரு நிகழ்ச்சி A என்க. இங்கு $P(A):P(\bar{A}) = 17:15$ மற்றும் $n(S) = 640$

எனில், (i) $P(\bar{A})$ (ii) $n(A)$ -ஐக் காண்க.

தீர்வு:-

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

$$P(A):P(\bar{A}) = 17:15$$

$$i) \quad \frac{P(A)}{P(\bar{A})} = \frac{17}{15} \quad \text{-----} \rightarrow \frac{P(A)}{1-P(A)} = \frac{17}{15}$$

$$15P(A) = 17[1 - P(A)]$$

$$15P(A) = 17 - 17P(A)$$

$$15P(A) + 17P(A) = 17$$

$$32P(A) = 17$$

$$P(A) = \frac{17}{32}$$

$$ii) \quad P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$\frac{17}{32} = \frac{n(A)}{640}$$

$$n(A) = \frac{17 \times 640}{32} = 17 \times 20$$

$$n(A) = 340$$

93) ஒரு நாணயம் மூன்று முறை சுண்டப்படுகிறது. இரண்டு அடுத்தடுத்த பூக்கள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

தீர்வு:-

$$n(S) = \{HHH, HTH, THH, TTH, HHT, HTT, THT, TTT\}$$

$$n(S) = 8$$

$$A = \{\text{இரண்டு அடுத்தடுத்த பூக்கள் கிடைத்தல்}\} \\ = \{TTH, HTT, TTT\}$$

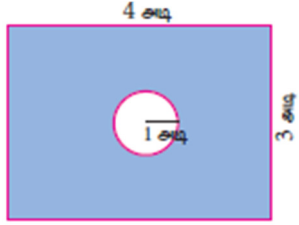
$$n(A) = 3$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$= \frac{3}{8}$$

MATHS MASTERS

94) மாணவர்கள் விளையாடும் விளையாட்டில் அவர்களால் எறியப்படும் கல்லானது வட்டப்பரிதிக்குள் விழுந்தால் அதை வெற்றியாகவும், வட்டப்பரிதிக்கு வெளியே விழுந்தால் அதை தோல்வியாகவும் கருதப்படுகிறது. விளையாட்டில் வெற்றி கொள்வதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?



தீர்வு:-

செவ்வகப்பகுதியின் பரப்பு = $l \times b = 4 \times 3 = 12$ ச.அடி
வட்டப்பகுதியின் பரப்பு = $\pi r^2 = \pi \times 1^2 = \pi$

வெற்றிகொள்வதற்கான நிகழ்தகவு = $\frac{\pi}{12} = \frac{3.14}{12}$
= $\frac{314}{1200} = \frac{157}{600}$

95) $P(A) = 0.37, P(B) = 0.42, P(A \cap B) = 0.09$ எனில், $P(A \cup B)$ -ஐக் காண்க.

தீர்வு:-

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= 0.37 + 0.42 - 0.09 \\ &= 0.79 - 0.09 \\ &= 0.70 \end{aligned}$$

96) நன்கு கலைத்து அடுக்கப்பட்ட 52 சீட்டுக்கள் கொண்ட சீட்டுக் கட்டிலிருந்து ஒரு சீட்டு எடுக்கும்போது ஓர் இராசா அல்லது இராணி கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

தீர்வு:-

$$\begin{aligned} n(S) &= 52 \\ A &= \{\text{ராஜா சீட்டு கிடைத்தல்}\} \\ n(A) &= 4 \end{aligned}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{52}$$

$$B = \{\text{ராணி சீட்டு கிடைத்தல்}\}$$

$$n(B) = 4$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{4}{52}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$= \frac{4}{52} + \frac{4}{52}$$

$$= \frac{8}{52} = \frac{2}{13}$$

97) $P(A) = \frac{2}{3}, P(B) = \frac{2}{5}, P(A \cup B) = \frac{1}{3}$ எனில், $P(A \cap B)$ -ஐக் காண்க.

தீர்வு:-

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{3} + \frac{2}{5} - P(A \cap B)$$

$$P(A \cap B) = \frac{2}{3} + \frac{2}{5} - \frac{1}{3}$$

$$= \frac{1}{3} + \frac{2}{5}$$

$$= \frac{5+6}{15} = \frac{11}{15}$$

98) ஒரு சமவாய்ப்புச் சோதனையில் A, B ஆகியவை ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்ச்சிகள். மேலும் $P(A \text{ இல்லை}) = 0.45, P(A \cup B) = 0.65$ எனில், $P(B)$ -ஐக் காண்க.

தீர்வு:-

$$P(A \text{ இல்லை}) = P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

$$= 1 - 0.45$$

$$= 0.55$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$0.65 = 0.55 + P(B)$$

$$\therefore P(B) = 0.65 - 0.55$$

MATHS MASTERS

$$= 0.1$$

99) A மற்றும் B -யில், குறைந்தது ஏதாவது ஒன்று நிகழ்வதற்கான நிகழ்தகவு 0.6. A மற்றும் B ஒரே நேரத்தில் நடைபெறுவதற்கான நிகழ்தகவு 0.2 எனில், $P(\bar{A}) + P(\bar{B})$ -ஐக் காண்க.

தீர்வு:-

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= 0.6 & P(A \cap B) &= 0.2 \\ P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ 0.6 &= P(A) + P(B) - 0.2 \\ P(A) + P(B) &= 0.6 - 0.2 \\ &= 0.4 \\ P(\bar{A}) + P(\bar{B}) &= 1 - P(A) + 1 - P(B) \\ &= 2 - [P(A) + P(B)] \\ &= 2 - 0.4 \\ &= 1.6 \end{aligned}$$

100) நிகழ்ச்சி A -க்கான நிகழ்தகவு 0.5 மற்றும் B -க்கான நிகழ்தகவு 0.3. A மற்றும் B ஆகியவை ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்ச்சிகள் எனில், A -ம், B -ம் நிகழாமல் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

தீர்வு:-

$$\begin{aligned} P(A) &= 0.5 & P(B) &= 0.3 & P(A \cap B) &= 0 \\ \therefore P(A \cup B) &= P(A) + P(B) \\ &= 0.5 + 0.3 = 0.8 \\ P(\bar{A} \cap \bar{B}) &= P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) \\ &= 1 - 0.8 = 0.2 \end{aligned}$$

Mail id: mathsmasters.vnr@gmail.com

Website: mathsmasters-vnr.blogspot.com